

# 弱束縛原子核における中性子 クーパー対の遠方漸近性

新潟大学 松尾正之

**Y. Zhang (Niigata U.)\***

**M. Matsuo (Niigata U.)**

**J. Meng (Peking U.)**

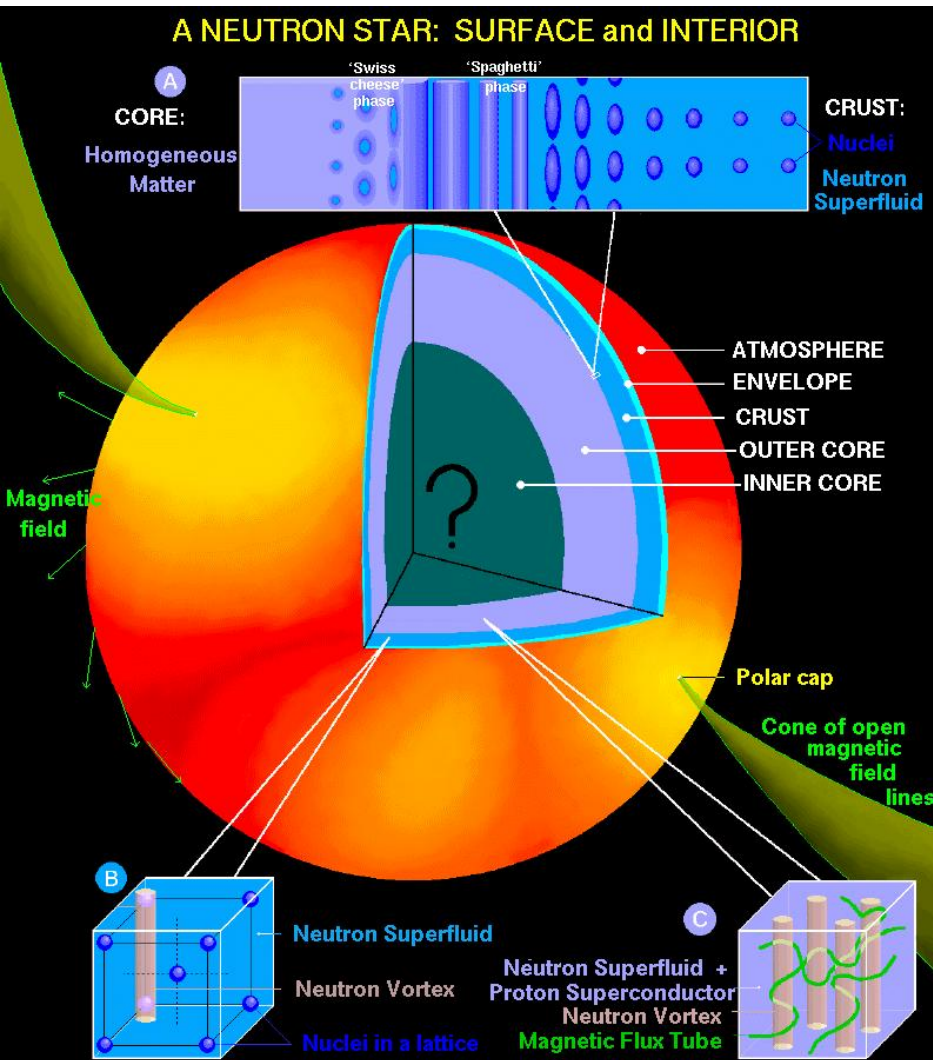
\* Presently Soongsil Univ.

Preprint, [arXiv.13103625](https://arxiv.org/abs/13103625)

Phys. Rev. C86, 054318 (2012)

Phys. Rev. C83, 054301 (2011)

# 中性子星の内殻と中性子対相関



内殻 = “中性子過剰核”の孔子  
+ 低密度中性子ガス

$$0 < \rho_n < \rho_0$$

## 1. Crustの配位とEOS

E/A, “原子核”のZ, lattice サイズ

## 2. Glitch

中性子超流動渦のピン止めpinning

## 3. 冷却と表面温度 (初期段階 $< \sim 100y$ )

Crustの比熱

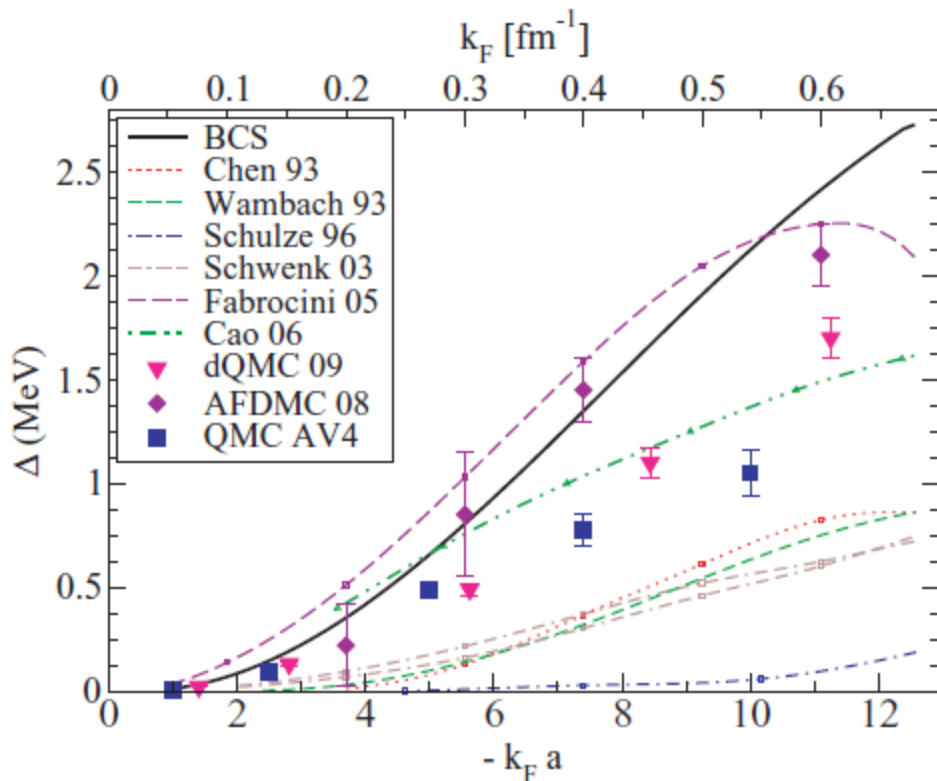
## 4. Anderson-Bogoliubov モードとその格子phononとの結合

Magnetar 内殻の熱伝導・冷却 Reddy

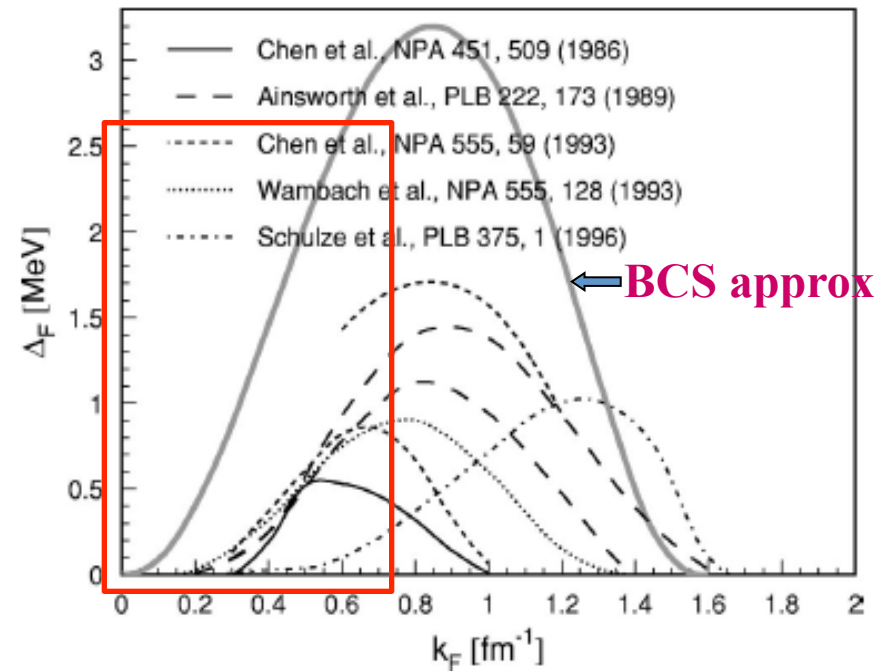
# pairing gap in dilute neutron matter

## BCS calculation & ab initio calculations

- Strong density dependence
- $\Delta_{\text{ab initio}} = (1 \sim 0.5) \Delta_{\text{BCS}}$



Gezerlis & Carlson, PRC81 (2010)



Lombardo & Schulze 2001

# Crustの配位と中性子対相関

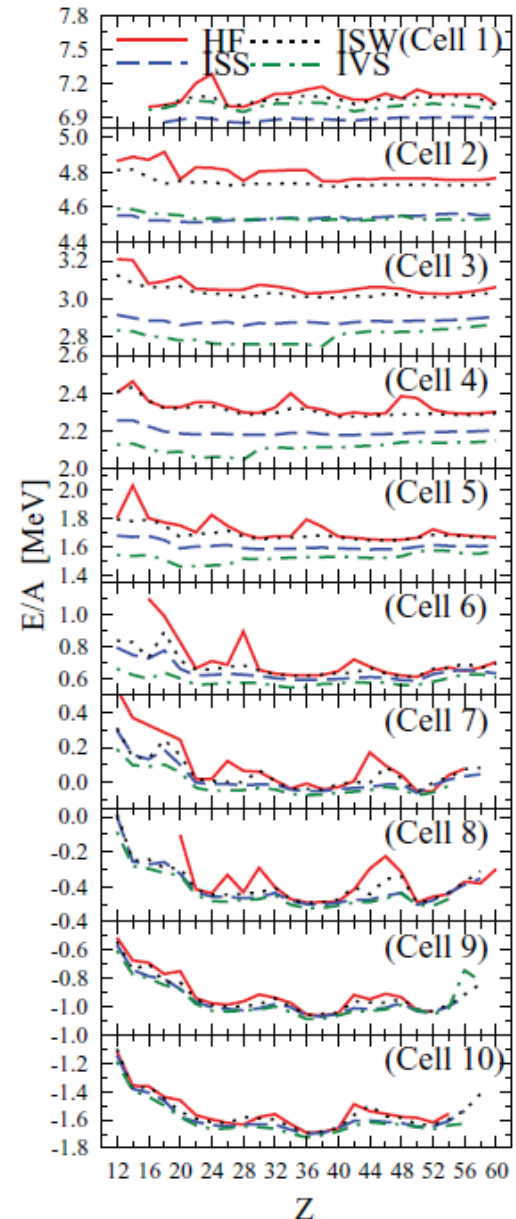
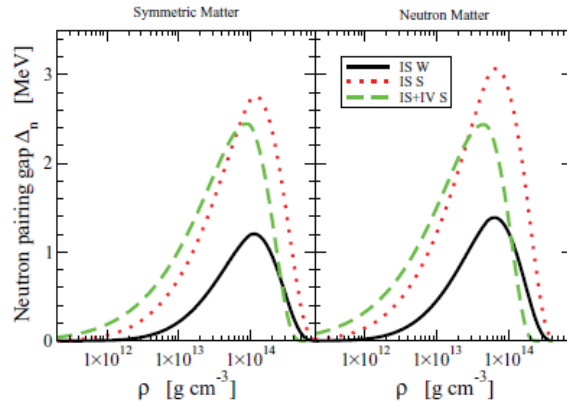
1例として, Skyrme-HFB計算

Grill, Margueron, Sandulescu, PRC84, 065801(2011)

Skyrme-HFB calc. with Wigner-Seitz approx

低密度中性子物質  
の対相関(ペアギャップ)  
に対する依存性

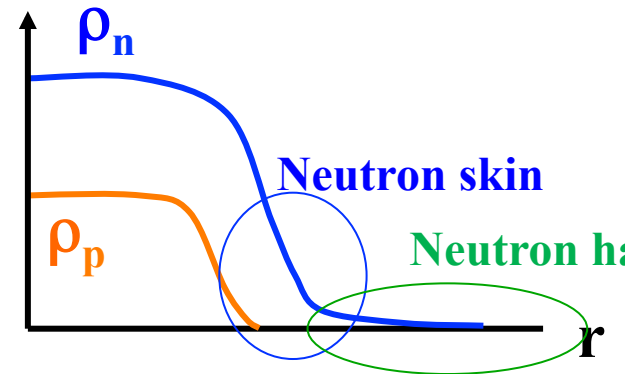
3つの有効対相互作用  
の比較



$\rho$ ( $\text{g cm}^{-3}$ )	$N_{\text{cell}}$	$N$			$Z$			$R_{\text{WS}}$ (fm)		
		ISW	ISS	IVS	ISW	ISS	IVS	ISW	ISS	IVS
$7.9 \times 10^{13}$										
$3.4 \times 10^{13}$	2	1102	656	1250	40	22	42	23.8	20.0	24.8
$1.5 \times 10^{13}$	3	1000	684	884	40	28	38	30.4	26.8	29.2
$9.6 \times 10^{12}$	4	746	760	570	40	40	28	32.0	32.2	29.2
$6.2 \times 10^{12}$	5	802	692	344	48	44	20	38.0	36.2	28.6
$2.6 \times 10^{12}$	6	584	560	346	50	50	34	45.8	45.2	38.6
$1.5 \times 10^{12}$	7	344	324	330	50	50	50	47.6	46.8	47.0
$1.0 \times 10^{12}$	8	220	186	174	50	38	36	47.6	44.8	43.8
$6.6 \times 10^{11}$	9	112	128	116	36	38	36	44.6	46.4	45.0
$4.6 \times 10^{11}$	10	82	82	82	36	36	36	46.8	46.8	46.8

# プロジェクト内での本研究の位置づけ

低密度中性子物質の対相関を中性子ドリップ  
ライン近傍核の研究を通して明らかにする

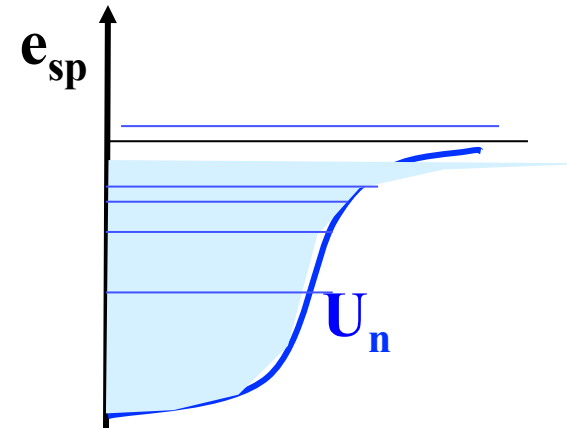


## いくつかの理論上の疑問・課題

**Q1** ハローやスキンでは密度は急激に変化するので、局所密度近似の考え方は使えないのでは？

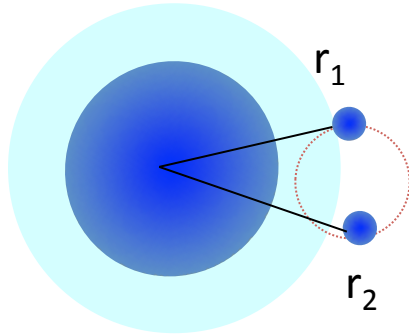
**Q2** 中性子は平均場ポテンシャルの影響を非常に強く受ける。たとえば一粒子軌道の位置、殻構造。

- A) ドリップライン近傍核では、その影響は小さくなるのか、ならないのか？
- B) 中性子間力とそれに起因する対相関が、はっきりみえるか、それともポテンシャルの影響に隠されてしまうか？



今回発表する研究では、Q2に対する、ひとつの解答を用意した

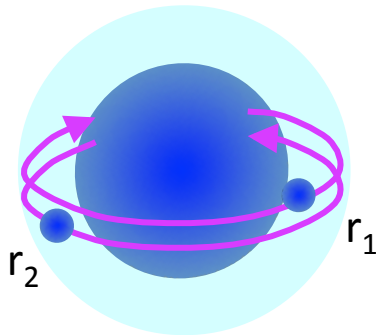
# Cooper pair wave function



Wave function of last two neutrons/ two-particle overlap function

$$\Psi_{pair}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle \Psi_{N-2}^{gs} | \psi(\vec{r}_1 \uparrow) \psi(\vec{r}_2 \downarrow) | \Psi_N^{gs} \rangle$$

Inside the potential

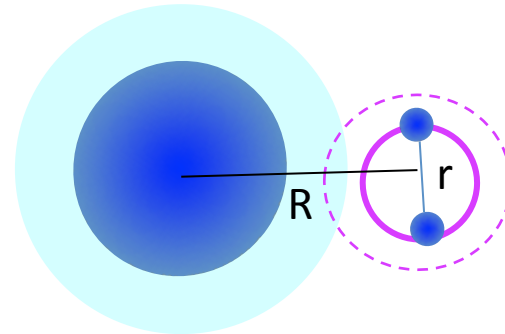


$$r_1, r_2 \rightarrow \infty$$



$$R \rightarrow \infty$$

In the asymptotic region



Dominated by **potential**  
**single-particle orbits**

**Weak-coupling BCS like**

Dominated by **two-body attraction**  
**spatially correlated pair**  
**Di-neutron correlation**

**BEC like**

どのような条件でdi-neutron dominant になるか？

# 座標空間HFB / Bogoliubov-de Gennes理論による記述

$$\begin{pmatrix} t + \underline{V} - \lambda & \underline{\Delta} \\ \Delta & -t - V + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_i^{(1)}(\vec{r}\sigma) \\ \phi_i^{(2)}(\vec{r}\sigma) \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} \phi_i^{(1)}(\vec{r}\sigma) \\ \phi_i^{(2)}(\vec{r}\sigma) \end{pmatrix}$$

ポテンシャルVと対相関 $\Delta$ を感じている1粒子状態(準粒子), その波動関数

## Cooperペア波動関数

$$\Psi_{pair}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle \Psi_{HFB} | \psi(\vec{r}_1 \uparrow) \psi(\vec{r}_2 \downarrow) | \Psi_{HFB} \rangle = \sum_i \varphi_i^{(1)}(\vec{r}_1 \uparrow) \varphi_i^{(2)}(\vec{r}_2 \downarrow)$$

## 対凝縮密度 / pair density / pairing tensor

$$\tilde{\rho}(\vec{r}) \equiv \langle \Psi_{HFB} | \psi(\vec{r} \uparrow) \psi(\vec{r} \downarrow) | \Psi_{HFB} \rangle = \sum_i \varphi_i^{(1)}(\vec{r} \uparrow) \varphi_i^{(2)}(\vec{r} \downarrow)$$

それらの重ね合わせで表現される

## 計算の詳細

### 1. very large box to guarantee the asymptotics

1, Radius size = 100 fm

2, Mesh diagonalization method

3, Continuum states with sufficiently large orbital ang. mom.  $l_{\max}=72 !!$

### 2. Standard nuclear density functional: SLy4, SkM\* etc

### 3. Pairing force ( $\rho$ -dep. contact force) reproducing the nn-scat. length $a=-18$ fm

$$V_n[\rho_n] = v_0 \left( 1 - 0.71 (\rho_n / 0.08)^{0.59} \right) \quad v_0 = -458.4 \quad \leftarrow a_{nn} = -18.5 \text{ fm}$$

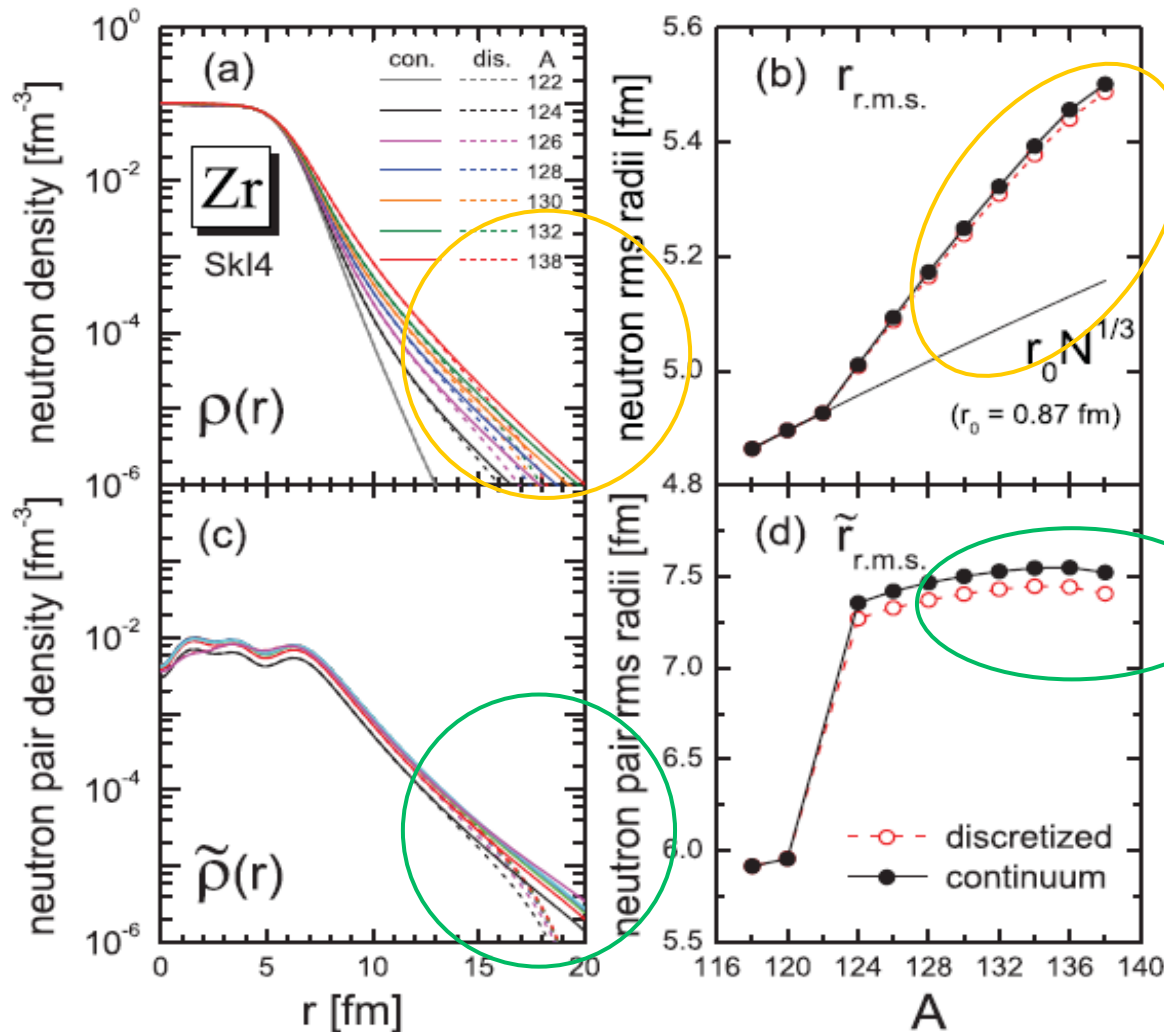
$E_{\text{cut}} = 60 \text{ MeV}$

### 4. Ca, Ni, Zr, Sn from stable nuclei to neutron drip-line

# (例) Giant neutron haloが予想されている ドリップライン 近傍のZr同位体

Y. Zhang, M. Matsuo, J. Meng, Phys. Rev. C86, 054318 (2012)

Giant halo nuclei Zr ( $122 < A < 138$ )

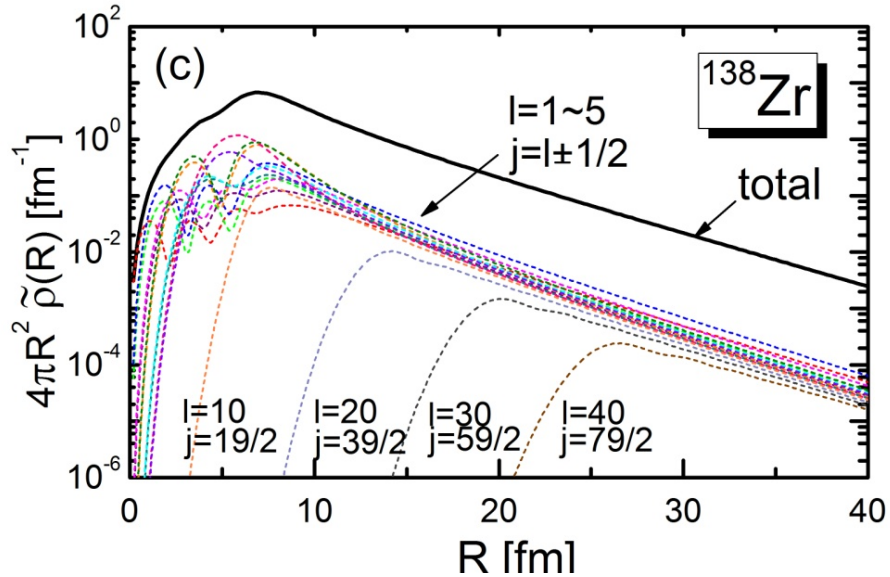


Fermi energy =  
-0.45 ~ -0.13 MeV



# $^{138}\text{Zr}$ ドリップライン同位体

中性子凝縮密度  $\tilde{\rho}(\vec{r}) \equiv \langle \Psi_{HFB} | \psi(\vec{r} \uparrow) \psi(\vec{r} \downarrow) | \Psi_{HFB} \rangle$



1. 非常に遠方まで届くテール(ハロー)

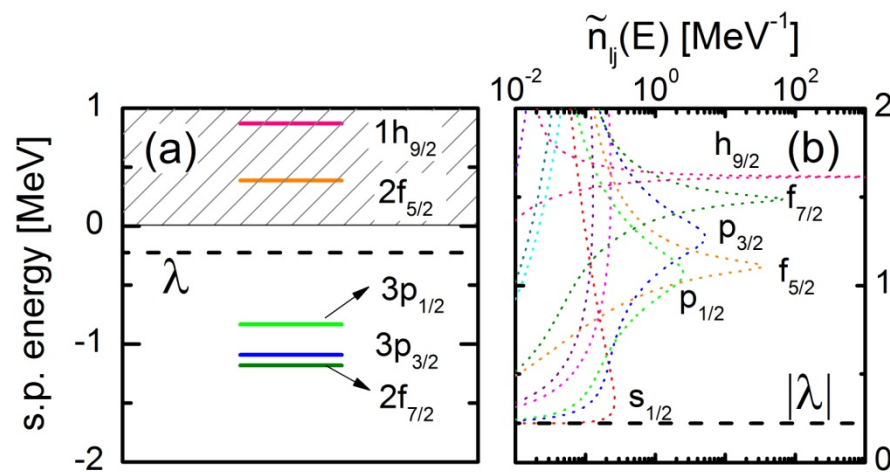
$$r^2 \tilde{\rho}(r) = C \exp(-\tilde{\kappa} r) \quad \tilde{\kappa} = 0.218 \text{ fm}^{-1}$$

2. 非常に多数の準粒子状態がコヒーレントに寄与している。高い軌道核運動量をもつ連続状態まで

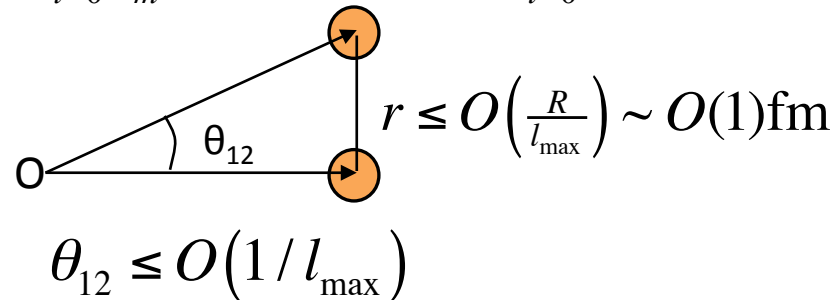
$$l < 10, 20, 30, 40 \text{ at } R=10, 20, 30, 40 \text{ fm}$$



短距離での2中性子間相関を意味する



$$\sum_{l=0}^{l_{\max}} \sum_m Y_{lm}^*(\hat{r}_1) Y_{lm}(\hat{r}_2) \approx \sum_{l=0}^{l_{\max}} P_l(\cos \theta_{12})$$



# Systematics of tail slope of the neutron pair density

Ca, Ni, Zr, Sn from stable nuclei to neutron drip-line

漸近指数係数 Asymptotic exponential constant

$r^2 \tilde{\rho}(r) = C \exp(-\tilde{\kappa} r)$  with numerical fitting to the tail of the pair density

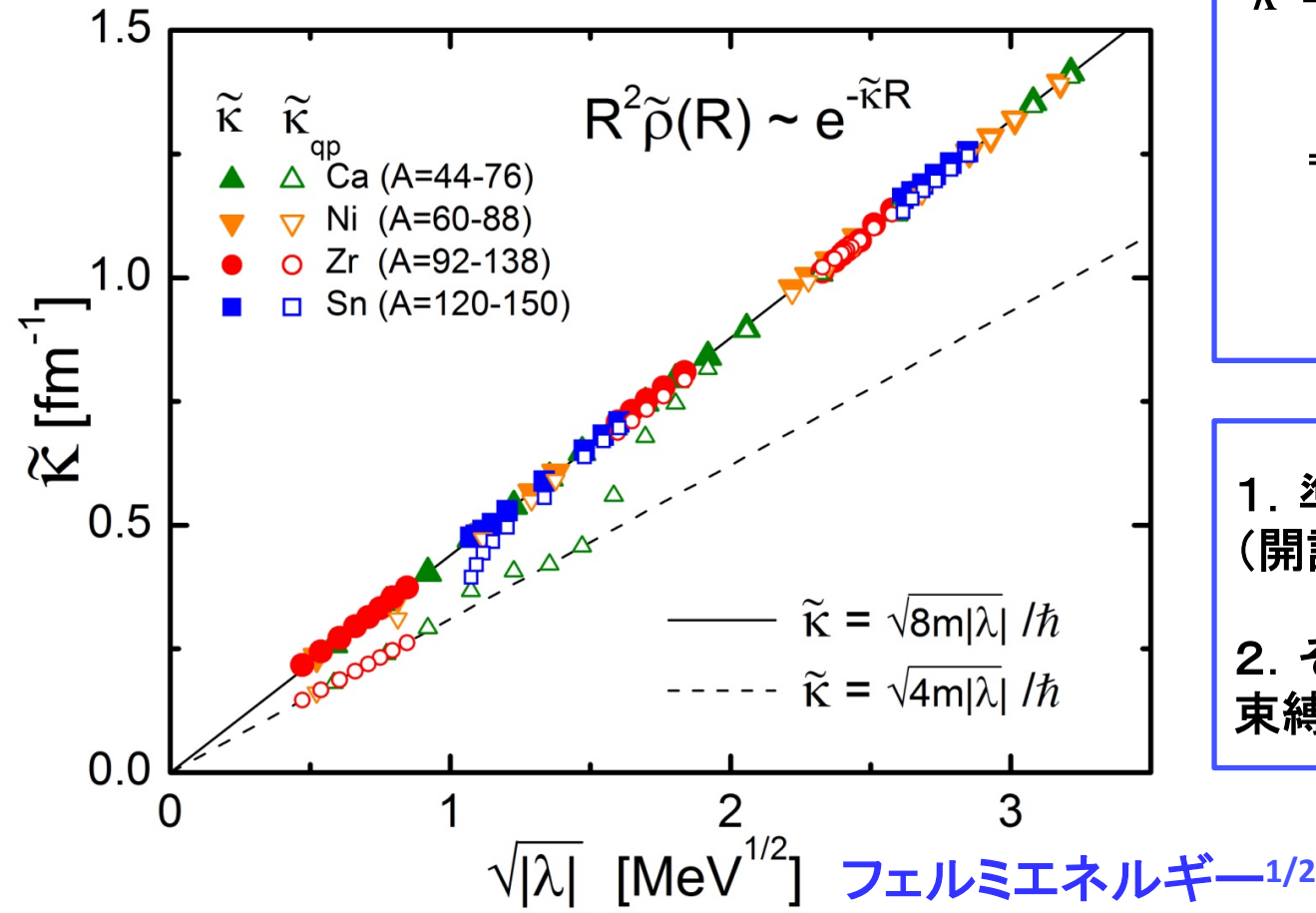
すべての値(閉記号)が以下の規則に従っている

$$\begin{aligned} \tilde{\kappa} &= \frac{\sqrt{8m|\lambda|}}{\hbar} \\ &= \frac{\sqrt{2(2m)S_{2n}}}{\hbar} \quad S_{2n} = 2|\lambda| \end{aligned}$$

分離エネルギー $S_{2n}$ の  
ダイニュートロンの漸近形

1. 準粒子波動関数の漸近形  
(開記号)では記述できない。

2. それが顕著となるのは弱  
束縛系



# クーパー対の遠方漸近性に関する解析的考察

## HFB / BdGスキームでの Cooper対波動関数

$$\begin{aligned}\Phi_{pair}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= \langle \Psi_{HFB} | \psi(\vec{r}_1 \uparrow) \psi(\vec{r}_2 \downarrow) | \Psi_{HFB} \rangle \\ &= \sum_i \phi_i^{(1)}(\vec{r}_1 \uparrow) \phi_i^{(2)}(\vec{r}_2 \downarrow)\end{aligned}$$

HFB equation

$$\begin{pmatrix} h - \lambda & \Delta \\ \Delta & -h + \lambda \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_i^{(1)} \\ \phi_i^{(2)} \end{pmatrix} = E_i \begin{pmatrix} \phi_i^{(1)} \\ \phi_i^{(2)} \end{pmatrix}$$

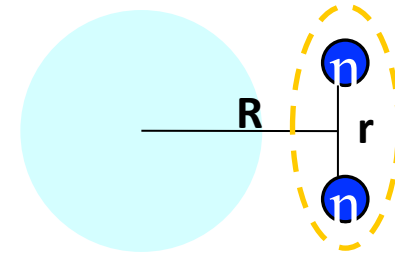
1. 漸近極限  $r_1, r_2 \rightarrow \infty$  で **相互作用する2粒子シュレーディンガー方程式**に従うことが示せる

$$(t(1) + t(2) + v(1,2)) \Phi_{pair}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = 2\lambda \Phi_{pair}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$$

cf. Leggett: Nozieres & Scmitt-Rink

2. **ダイニュートロン座標系**を使って漸近解を表す

$$\begin{aligned}\Phi_{pair}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) &= \sum_L \int d\epsilon C_e^L \phi_e^L(r) \Phi_e^L(R) P_L(\cos \Omega) \\ &\rightarrow C_0^0 \phi_e^0(r) \exp(-KR)\end{aligned}$$



Dominant asymptotic form is **S-wave virtual state** Penetration of a di-neutron

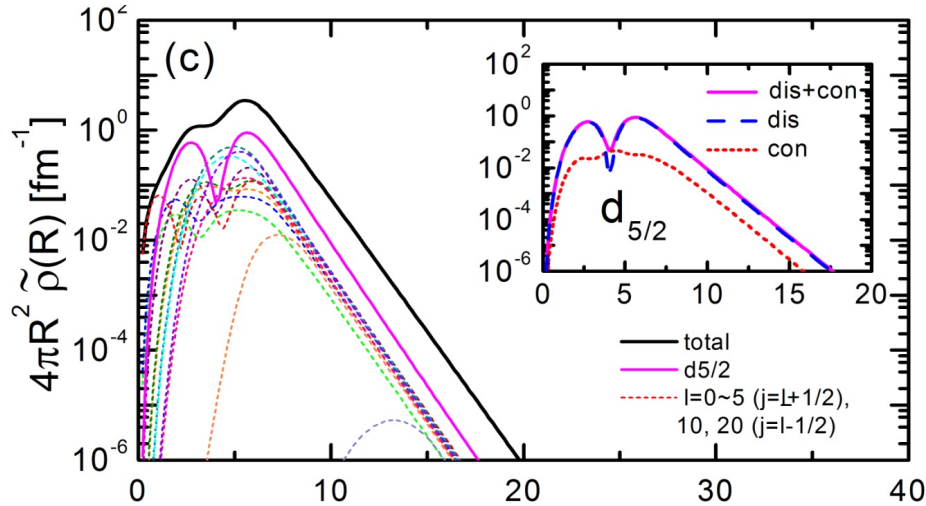
遠方で2体相関が支配的になる

$$K = \frac{\sqrt{2M(2|\lambda|)}}{\hbar} = \frac{\sqrt{2M S_{2n}}}{\hbar} = \frac{\sqrt{8m|\lambda|}}{\hbar}$$

$M = 2m$   
Di-neutron mass

Two-neutron separation energy

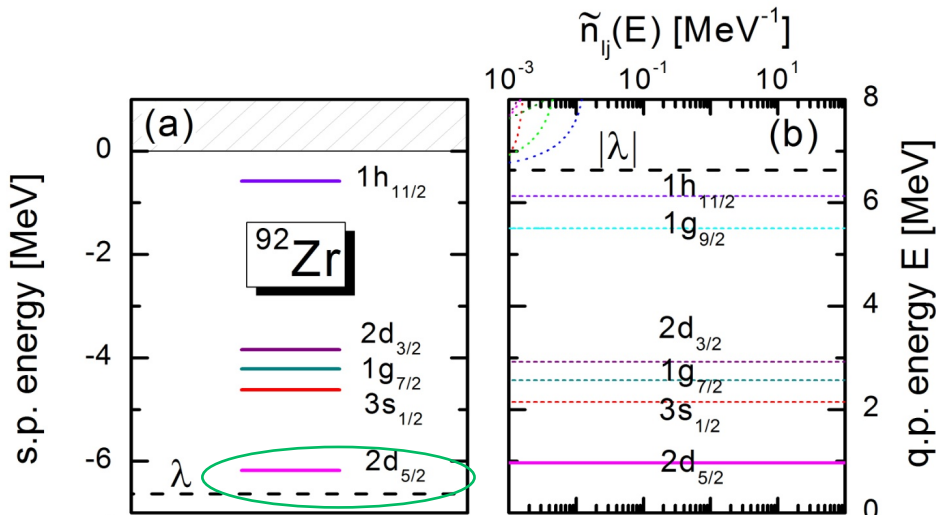
# 安定核(強束縛)の例 $^{92}\text{Zr}$



1. The tail is not extended.

$$K = \frac{\sqrt{2MS_{2n}}}{\hbar} = \frac{\sqrt{8m|\lambda|}}{\hbar} \quad \text{is large}$$

2. ダイニュートロン漸近系も共存するが、準粒子軌道の漸近系が支配的。



$$\Phi_{pair}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = C' \varphi_0^0(r) \exp(-KR) + c \phi_i^{(1)}(\vec{r}_1 \uparrow) \phi_i^{(2)}(\vec{r}_2 \downarrow)$$

# 浸み出し領域でダイニュートロン型対相関が支配的になる核種とは

$$|\lambda| < \Delta$$

Fermi エネルギー  $\lambda$  から閾値までが  
ペアギャップ $\Delta$  程度より小さい

$$S_{2n} < 2S_{1n} \quad S_{2n} \sim S_{1n}$$

2中性子分離エネルギー  $S_{2n}$  が 1中性子分離エネルギー $S_{1n}$  の2倍より有意に小さい。

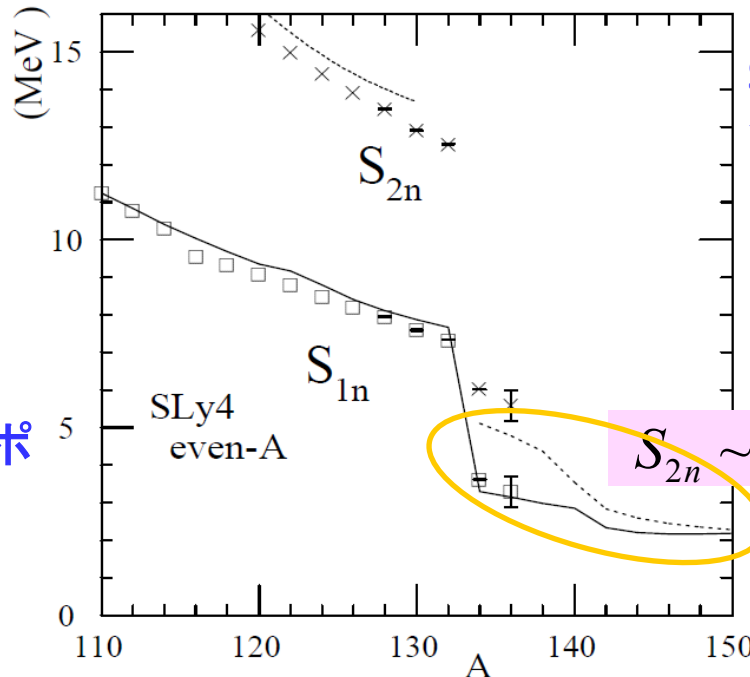
Cf. 安定核では  $S_{2n} \approx 2S_{1n}$

$$S_{2n} \leq 2\Delta \sim 2\text{MeV}$$

2中性子分離エネルギー  $S_{2n}$  が ペアギャップ $\Delta$  の2倍より有意に小さい。

(例) すべてのBorromean核

(例) Sn 同位体でいえば  $A > 138$  あたり。  
 $A > 132$ も可能性あり(下山裕孝ポスター)。



Sn 同位体の中性子分離エネルギー