

# 物理点格子QCDシミュレーション による核子構造研究の現状

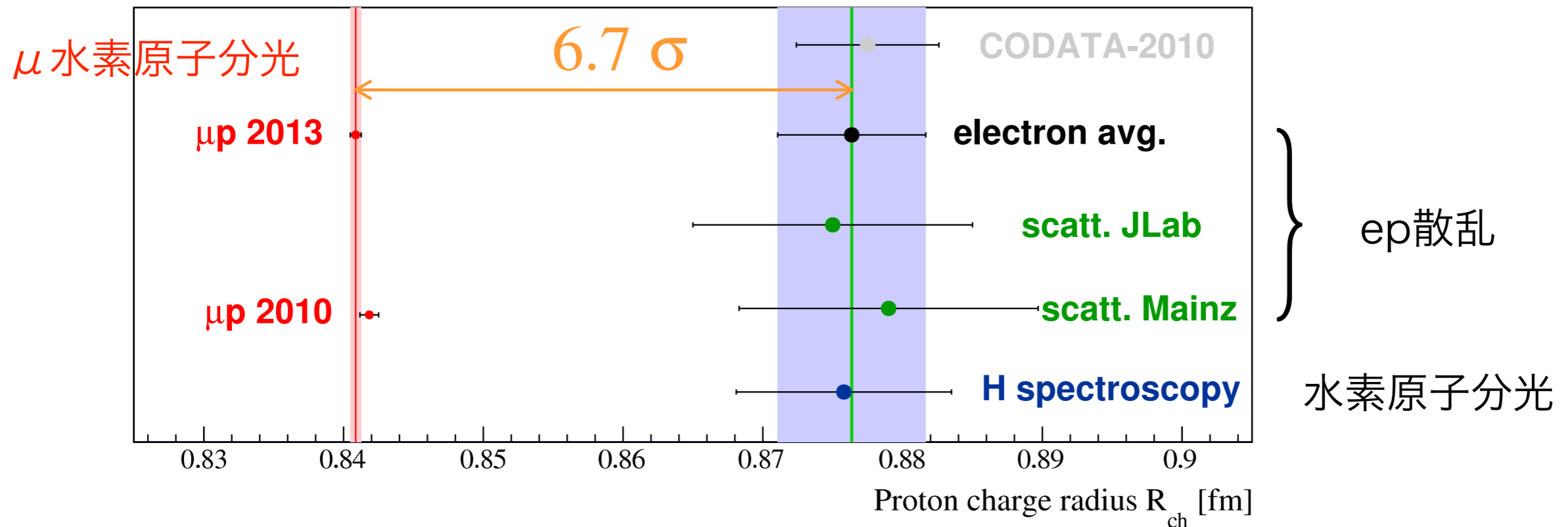
佐々木 勝一 (東北大学)



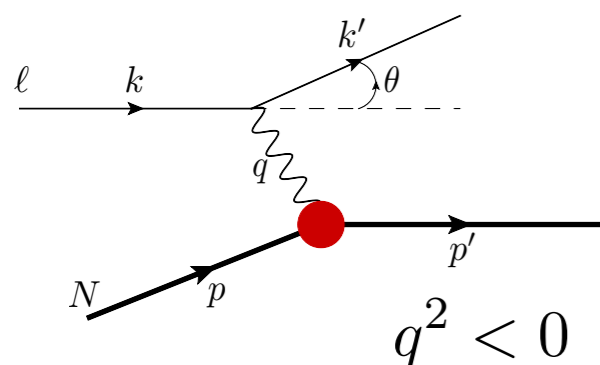
TOHOKU  
UNIVERSITY

# 陽子の大きさの問題

陽子電荷半径：  $G_E(q^2) = 1 + \frac{q^2}{6} \langle r^2 \rangle_E + \mathcal{O}(q^4)$



[Arrington, arXiv:1506.00873]

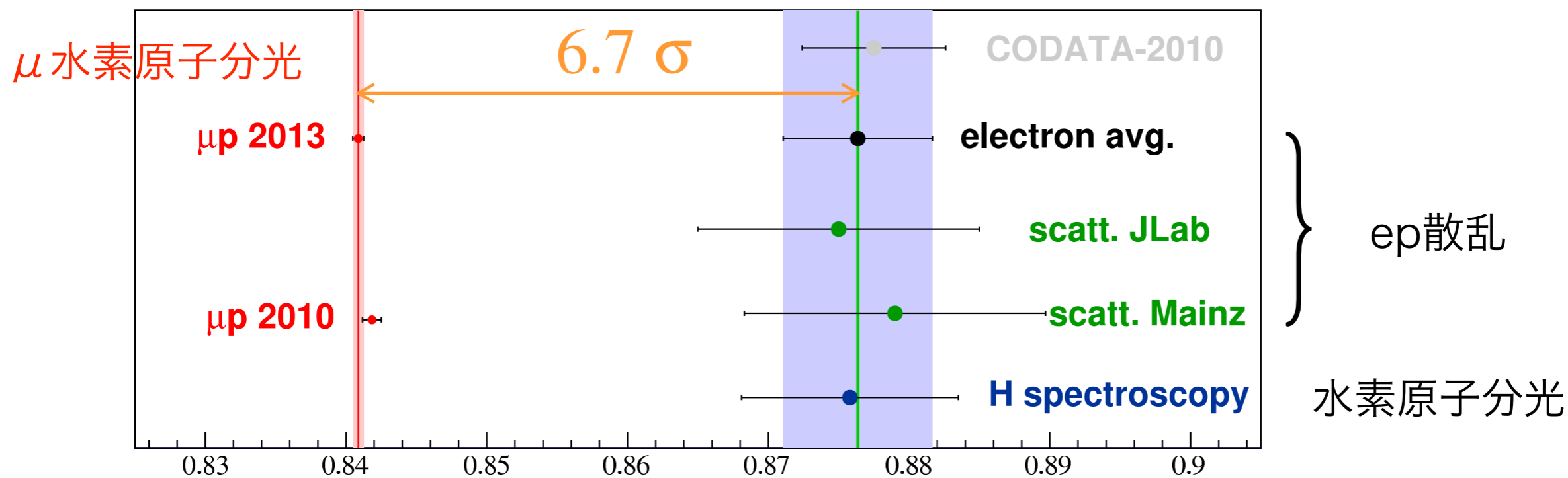


$$\langle p' | V^\mu(q) | p \rangle = \bar{u}(p') \left[ \gamma^\mu F_1(q^2) + i\sigma^{\mu\nu} \frac{q_\nu}{2M} F_2(q^2) \right] u(p)$$

$$= \bar{u}(p') \left[ \frac{(p' + p)^\mu}{2M} \frac{G_E(q^2)}{1 - \frac{q^2}{4M^2}} - \frac{\frac{q^2}{4M^2} G_M(q^2)}{1 - \frac{q^2}{4M^2}} + i\sigma^{\mu\nu} \frac{q_\nu}{2M} G_M(q^2) \right] u(p)$$

# 陽子の大きさの問題

形状因子は格子QCD計算からもアクセスできる



強い相互作用の第一原理計算 = 格子QCD計算から  
陽子の大きさの問題に取り組むことは現実的か？

# 第5回 高エネルギーQCD・核子構造勉強会

Saturday, 4 April 2015 from **08:00** to **18:00** (Asia/Tokyo)  
at 山形大学小白川キャンパス ( 理学部13番講義室 )

**Description** 核子、ハドロンの内部構造をクォーク・グルーオン描像として理解するためには、高エネルギー QCD に基づく多くの理論的、実験的な方法があり、近年も発展が続いています。原子核も含めた3次元的な内部構造を研究、理解することは重要課題であり、QCD の多様性、クォーク・グルーオン描像の原理的な理解、高エネルギー陽子衝突、原子核衝突の始状態、終状態の理解に対しても大きな影響があります。これらの研究の将来の発展のため、定期的に勉強会を開催しています。今回の講演は日本語で行なわれます。

**Material:** [pictures](#)  [山形大学アクセス](#) 

Saturday, 4 April 2015

13:00 - 14:00

格子QCDで探る核子スピン構造－基礎編－ 1h0'

Speaker: 佐々木 勝一 (東北大)

Material: [Slides](#) 

14:00 - 14:10

休憩

14:10 - 14:50

SeaQuestのドレル・ヤン実験の最近の進展 40'

Speaker: 宮坂 翔 (東工大)

Material: [Slides](#) 

14:50 - 15:30

CERN-COMPASSにおける偏極Drell-Yan過程を用いた核子構造の研究 40'

Speaker: 糠塚 元気 (山形大)

Material: [Slides](#) 

格子QCD計算の基礎的事項についての詳しい内容はこちら

# この講演では

1. 核子形状因子を計算方法
2. これまでの格子QCD計算における問題
3. 物理点格子QCD計算による最新結果
  - PACS collaborationのゲージ配位
  - z展開法による形状因子の解析
4. まとめ



# 核子形状因子の計算方法

# ハドロンの質量

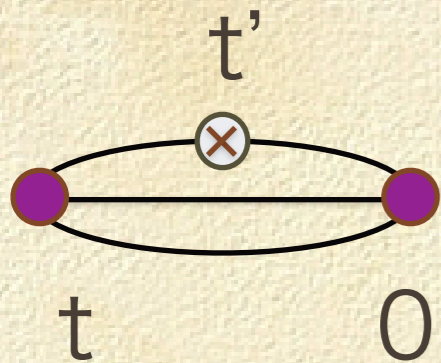
- ・演算子と同じ量子数を持つハドロン状態の中間状態で展開すると

$$\begin{aligned}\langle \mathcal{H}(t) \mathcal{H}^\dagger(0) \rangle &= \sum_i \langle 0 | \hat{\mathcal{H}}(t) | i \rangle \langle i | \hat{\mathcal{H}}(0) | 0 \rangle \\ &= \sum_i \langle 0 | e^{-i\hat{P}_4 t} \hat{\mathcal{H}}(0) e^{i\hat{P}_4 t} | i \rangle \langle i | \hat{\mathcal{H}}(0) | 0 \rangle \\ &= \sum_i \langle 0 | \hat{\mathcal{H}}(0) e^{iP_4^i t} | i \rangle \langle i | \hat{\mathcal{H}}(0) | 0 \rangle \\ &= \sum_i |\langle 0 | \hat{\mathcal{H}}(0) | i \rangle|^2 e^{-M_i t}\end{aligned}$$

$P_4 = iE \rightarrow iM$

# 3点関数と行列要素

$$\langle \mathcal{H}(t) \mathcal{O}(t') \mathcal{H}^\dagger(0) \rangle = \sum_{i,j} e^{-M_i(t-t')} \langle 0 | \hat{\mathcal{H}} | i \rangle \langle i | \mathcal{O} | j \rangle \langle j | \hat{\mathcal{H}}^\dagger | 0 \rangle e^{-M_j t'}$$



$$\rightarrow |\langle 0 | \mathcal{H} | N \rangle|^2 \langle N | \mathcal{O} | N \rangle e^{-M_N t}$$

$t - t' \gg 0$   
and  
 $t' \gg 0$

$t'$  依存性がない

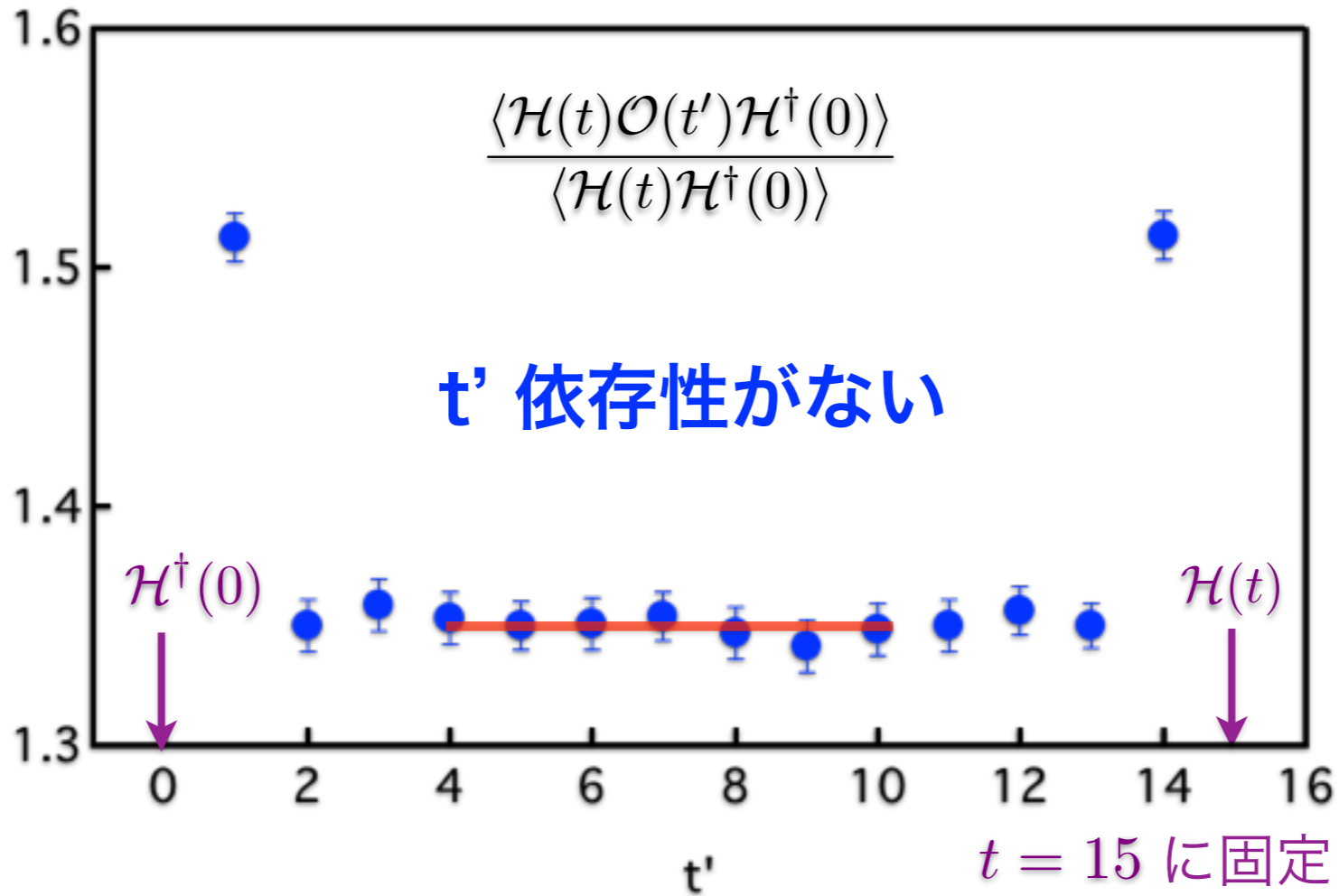
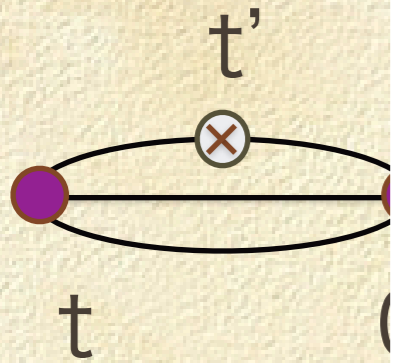
\*行列要素は以下のような3点関数と2点関数の比から求まる

$$\frac{\langle \mathcal{H}(t) \mathcal{O}(t') \mathcal{H}^\dagger(0) \rangle}{\langle \mathcal{H}(t) \mathcal{H}^\dagger(0) \rangle} \rightarrow \langle N | \mathcal{O} | N \rangle$$



## 2 上関数と行列両方

$$\langle \mathcal{H}(t) \mathcal{O}(t') \mathcal{H}^\dagger(0) \rangle$$



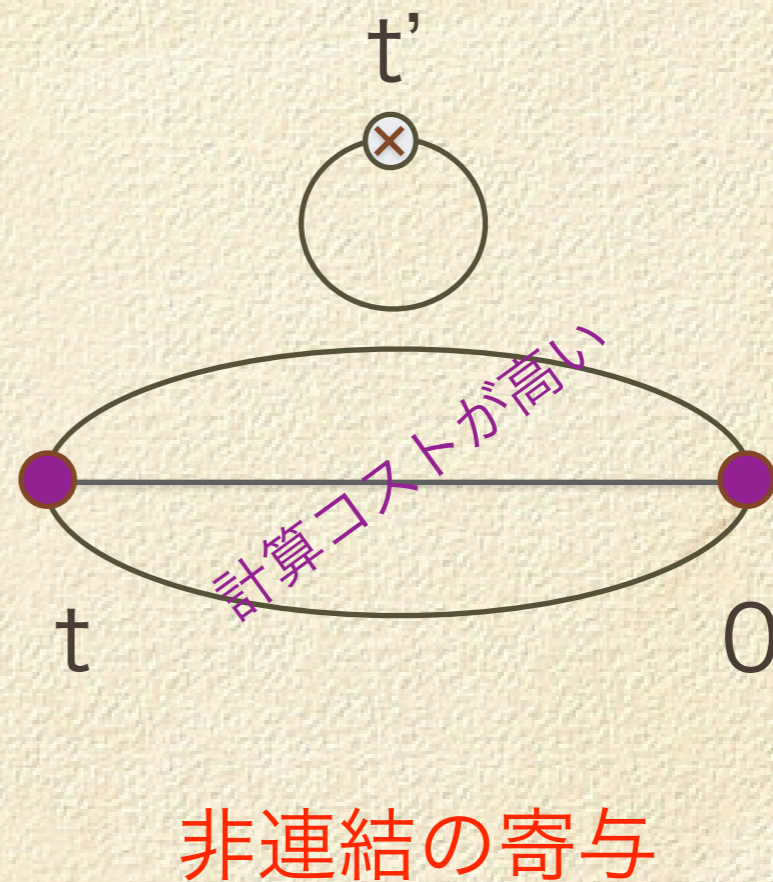
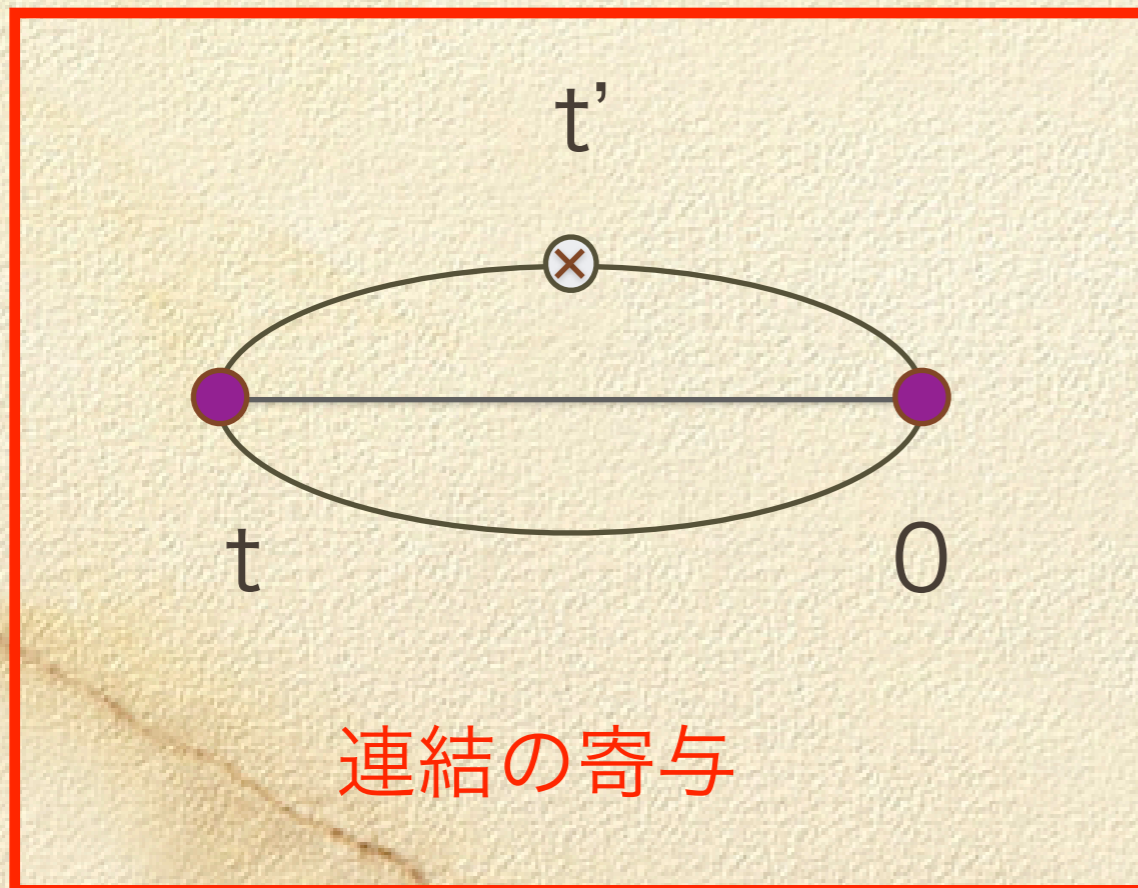
$$\mathcal{H}^\dagger |0\rangle e^{-M_j t'}$$

\*行列要素は以下のような3点関数と2点関数の比から求まる

$$\frac{\langle \mathcal{H}(t) \mathcal{O}(t') \mathcal{H}^\dagger(0) \rangle}{\langle \mathcal{H}(t) \mathcal{H}^\dagger(0) \rangle} \rightarrow \langle N | \mathcal{O} | N \rangle$$

# 連結・非連結 3点関数

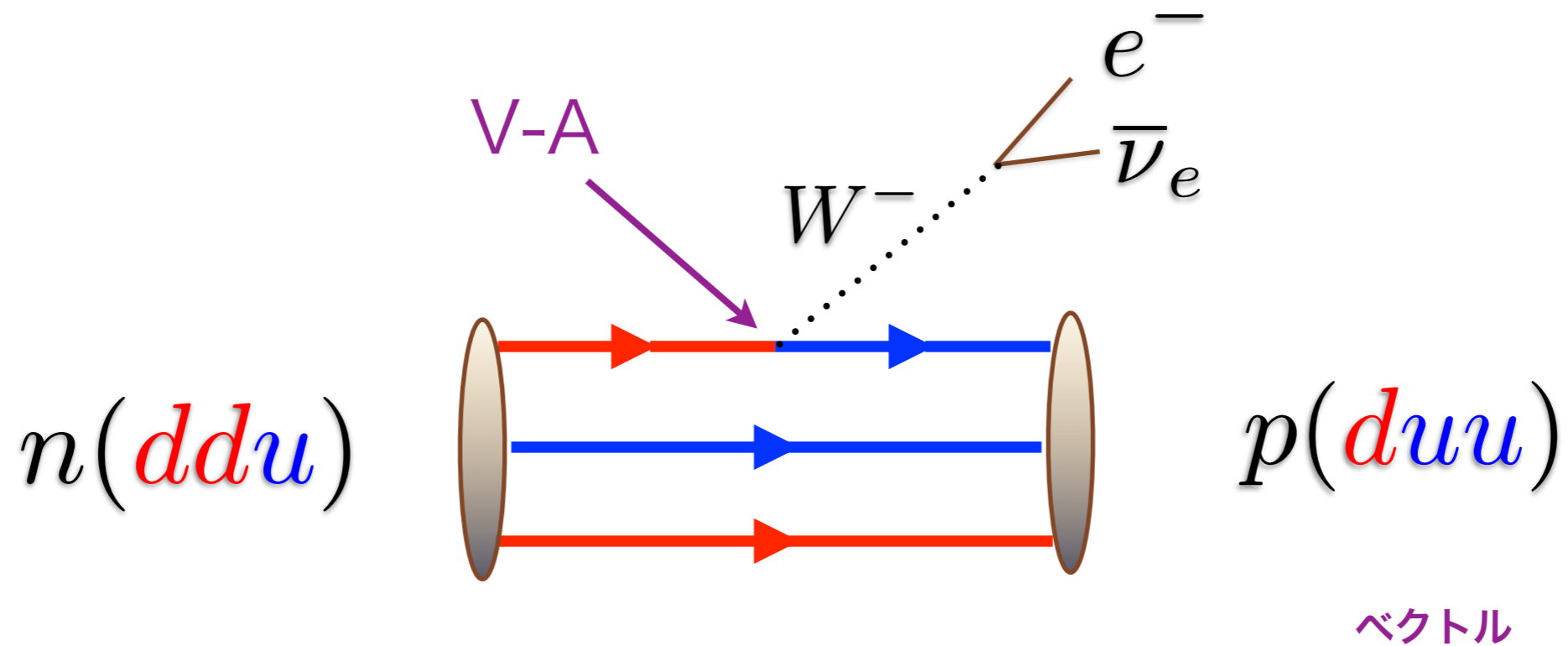
$\langle \mathcal{H}(t) \mathcal{O}(t') \mathcal{H}^\dagger(0) \rangle$  はWickの定理による **2つのタイプ** の縮約(Wick contraction)を持つ



- ✓ アイソベクター (u-d) の物理量
- ✓  $\beta$  崩壊 (弱崩壊)

- ✓ フレーバー 1 重項の物理量には重要

# アイソベクター—核子形状因子

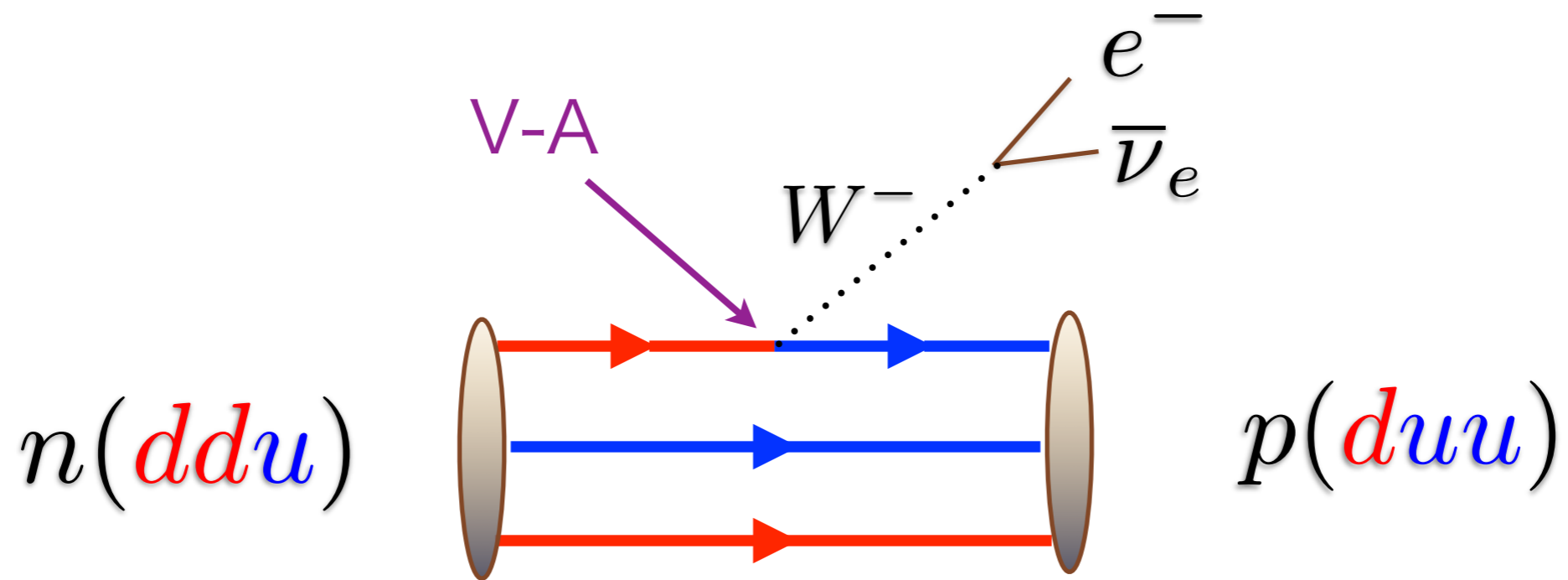


$$\langle p | V_{\alpha}^{+} - A_{\alpha}^{+} | n \rangle = \bar{u}_p(P) \left[ F_1(q^2) \gamma_{\alpha} + \frac{F_2(q^2)}{2M_N} \sigma_{\alpha\beta} q_{\beta} \right. \\ \left. + F_A(q^2) \gamma_{\alpha} \gamma_5 + i F_P(q^2) q_{\alpha} \gamma_5 \right] u_n(P')$$

軸性ベクトル

アイソベクター ⇔ 中性ベータ崩壊

# アイソベクタ—核子形状因子

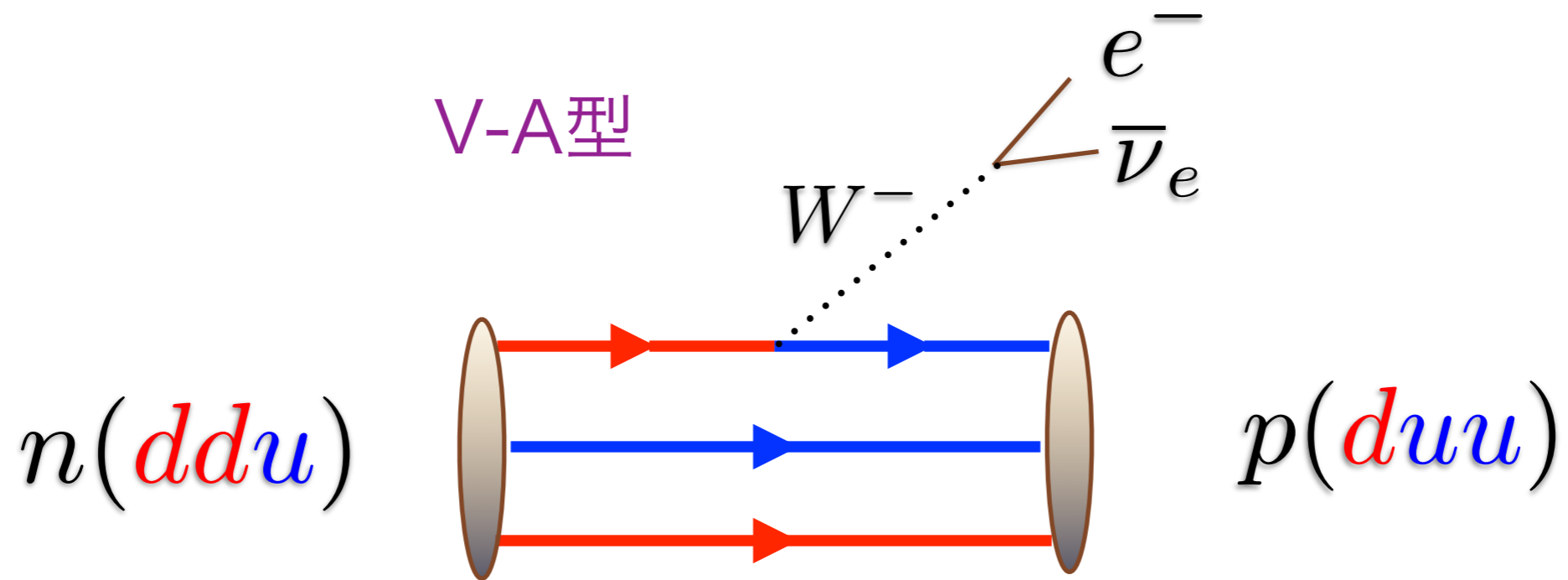


$$\langle p | V_{\alpha}^{+} - A_{\alpha}^{+} | n \rangle = \bar{u}_p(P) \left[ F_1(q^2) \gamma_{\alpha} + \frac{F_2(q^2)}{2M_N} \sigma_{\alpha\beta} q_{\beta} + F_A(q^2) \gamma_{\alpha} \gamma_5 + i F_P(q^2) q_{\alpha} \gamma_5 \right] u_n(P')$$

CVC仮説:  $\langle p | V_{\alpha}^{+} | n \rangle = \langle p | V_{\alpha}^u - V_{\alpha}^d | p \rangle = \langle p | j_{\alpha}^{\text{em}} | p \rangle - \langle n | j_{\alpha}^{\text{em}} | n \rangle$

$$F_1(0) = 1, F_2(0) = \mu_p - \mu_n - 1 = 3.7059$$

# アイソベクター—核子形状因子



$$\langle p | V_{\alpha}^{+} - A_{\alpha}^{+} | n \rangle = \bar{u}_p(P) \left[ F_1(q^2) \gamma_{\alpha} + \frac{F_2(q^2)}{2M_N} \sigma_{\alpha\beta} q_{\beta} + F_A(q^2) \gamma_{\alpha} \gamma_5 + i F_P(q^2) q_{\alpha} \gamma_5 \right] u_n(P')$$

$$F_1(0) = 1, F_2(0) = \mu_p - \mu_n - 1 = 3.7059$$

$$F_A(0) = g_A = 1.2670 \quad \text{from the neutron beta decay}$$

A 3D visualization of a lattice structure, likely representing a lattice QCD calculation. The lattice is composed of gray rods forming a grid. Three large, semi-transparent spheres are positioned within the lattice: a red one in the upper left, a blue one in the middle right, and a yellow one in the lower left. The text is centered over the lattice.

これまでの格子QCD計算  
における問題

# 格子QCDシミュレーションの数年前

— [ 動的クォークの数

— 2 + 1 フレーバー ( $m_u = m_d \neq m_s, m_{c,b,t} = \infty$ )

— [ 格子間隔 (カットオフ)

— 1.5 GeV – 2.2 GeV

— [ 有限体積 (空間のサイズ)

— 2.0 fm – 3.0 fm

— [ クォークの質量 ( $\pi$  中間子の質量)

— 300 MeV 以下

# 格子QCDシミュレーションの現状

— [ 動的クォークの数

— 1 + 1 + 1 フレーバー ( $m_u \neq m_d \neq m_s, m_{c,b,t} = \infty$ )

— 1 + 1 + 1 + 1 フレーバー ( $m_u \neq m_d \neq m_s \neq m_c, m_{b,t} = \infty$ )

— [ 格子間隔 (カットオフ)

— 2.0 GeV – 3.0 GeV

— [ 有限体積 (空間のサイズ)

— 3.0 fm – 5.6 fm

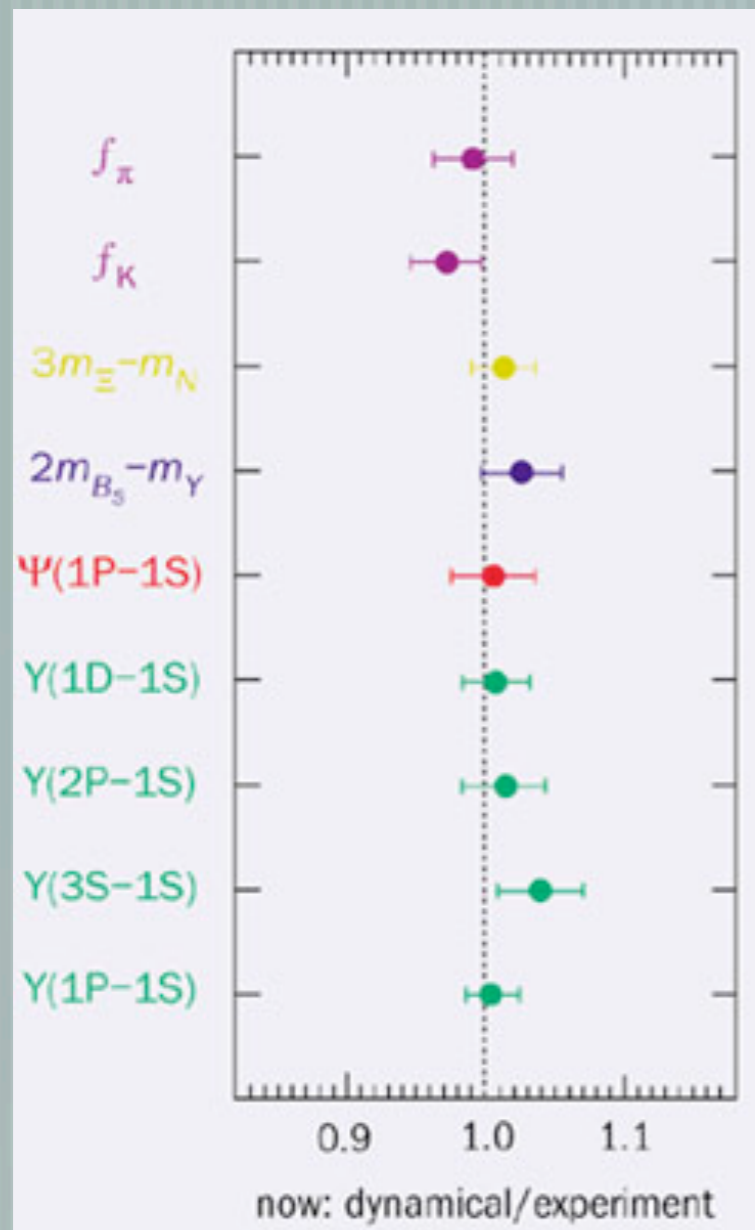
— [ クォークの質量 ( $\pi$  中間子の質量)

— 135 – 200 MeV (物理点直上を含む)

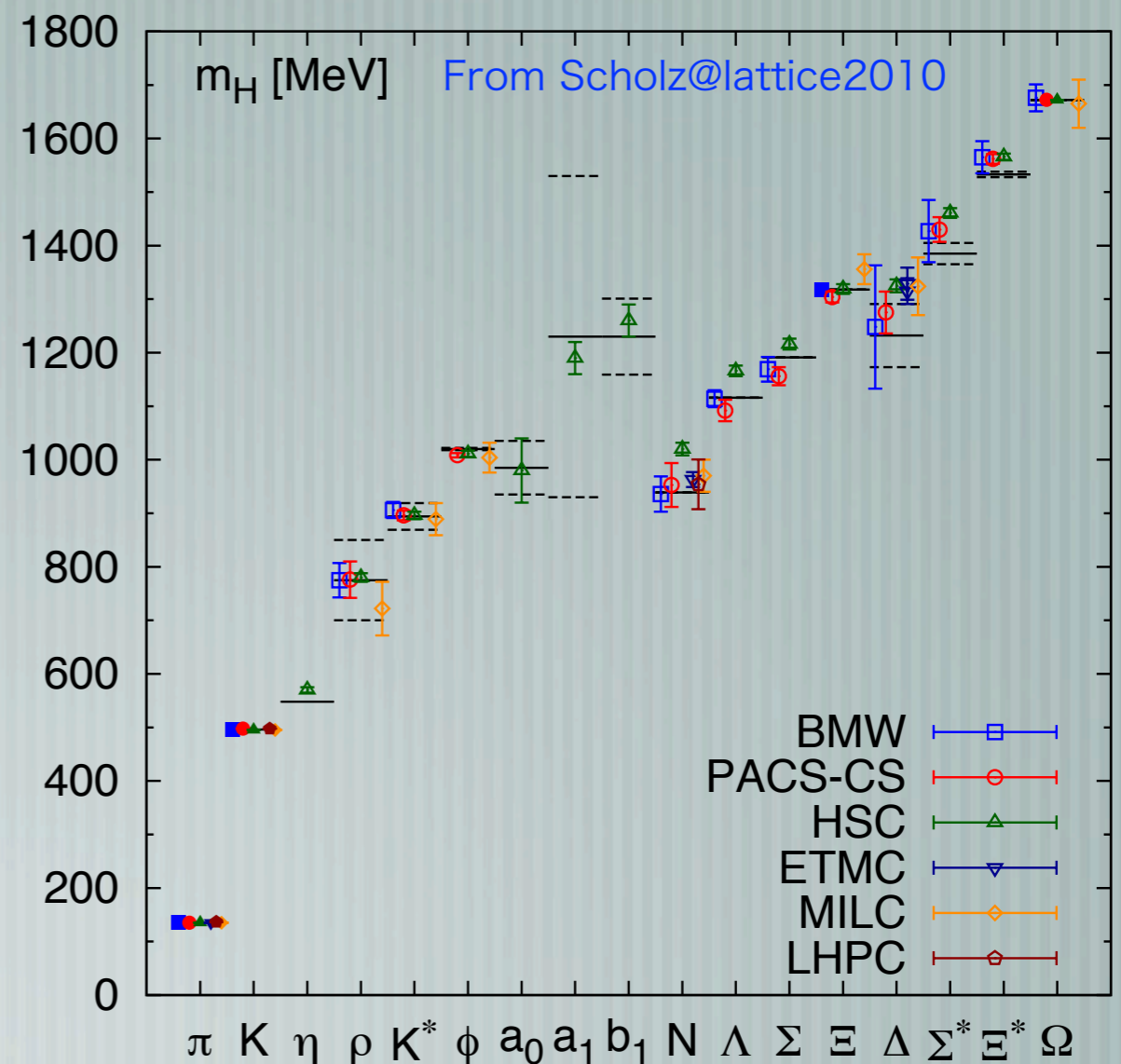


# 格子QCDのこれまでの成果は？

2+1 flavor staggered QCD  
(HPQCD/MILC/UKQCD/Fermilab)



2+1 flavor light hadron spectroscopy



現実的に近いシミュレーションによる計算結果の精密化

ただし、精密計算は主に、、、

— [ クォーク質量やカイラル凝縮

— [ 結合定数  $\alpha_s$

— [ ハドロンの質量（基底状態）

— [  $\pi$ 、K中間子などのweak matrix element

— 核子を含むバリオンの物理ではoctet, decuplet バリ  
オンの質量のみ

# 日本の核物理の将来


## 計算核物理WG

### 2.8 計算核物理 Computational Nuclear Physics

根村英克	NEMURA Hidekatsu	代表、筑波大学・数理物質科学研究科
清水則孝	SHIMIZU Noritaka	副代表、東京大学・原子核科学研究センター
阿部喬	ABE Takashi	東京大学・原子核科学研究センター
江尻信司	EJIRI Shinji	新潟大学・自然科学研究科
古本猛憲	FURUMOTO Takenori	理化学研究所・仁科加速器研究センター
堀内渉	HORIUCHI Wataru	北海道大学・大学院理学研究院
板垣直之	ITAGAKI Naoyuki	京都大学・基礎物理学研究所
藏増嘉伸	KURAMASHI Yoshinobu	筑波大学・数理物質科学研究科
中務孝	NAKATSUKASA Takashi	理化学研究所・仁科加速器研究センター
佐々木勝一	SASAKI Shoichi	東北大学・理学研究科
住吉光介	SUMIYOSHI Kosuke	沼津工業高等専門学校・教養科
大西明	OHNISHI Akira	京都大学・基礎物理学研究所

2010年12月キックオフmeeting

2011年8月最終ドラフト提出

原子核研究		Genshikaku Kenkyu
	第60巻2号	2016年3月
TOP	お知らせ	本誌について
	著者の方へ	購読
	編集委員	バックナンバー
		リンク
バックナンバー一覧に戻る		
原子核研究バックナンバー 第57巻suppl.2 2013年2月発行		
日本の核物理の将来レポート		
1 要旨		1
1.1 本レポート作成の趣旨		1
1.2 経緯		2
1.3 本レポート作成の目的		2
1.4 本レポートの今後の使われ方		3
1.5 核物理の現在と今後		3
1.6 研究施設		9
1.7 核物理の将来レポートの概観		11
2 核物理学の現状分析と将来 —各ワーキンググループによるレポート—		25
2.1 不安定核物理		27
2.2 精密核物理		65
2.3 ハイパー核・ストレンジネス核物理		101
2.4 ハドロン物理		133
コラム1 カイラル対称性		165
2.5 高エネルギー重イオン衝突による物理		167
コラム2 クォークの閉じ込め		203
2.6 核子構造の物理		207
2.7 核物理的手法による基礎物理		253
2.8 計算核物理		275

## 2.8.4 5～10年後の展望・さらに将来の展望

前節に引き続き、ここでは、日本の核物理の将来に関して、計算核物理 WG で議論された将来の課題について、前節で取り上げなかったけれども 5～10 年で進めるべき課題や、進めるべきであるが 10 年以上の長期的視野で取り組むべき課題などを、クォーク・グルーオン多体系、原子核、天体核物理の各分野において示す。

### 2.8.4.1 クォーク・グルーオン多体系

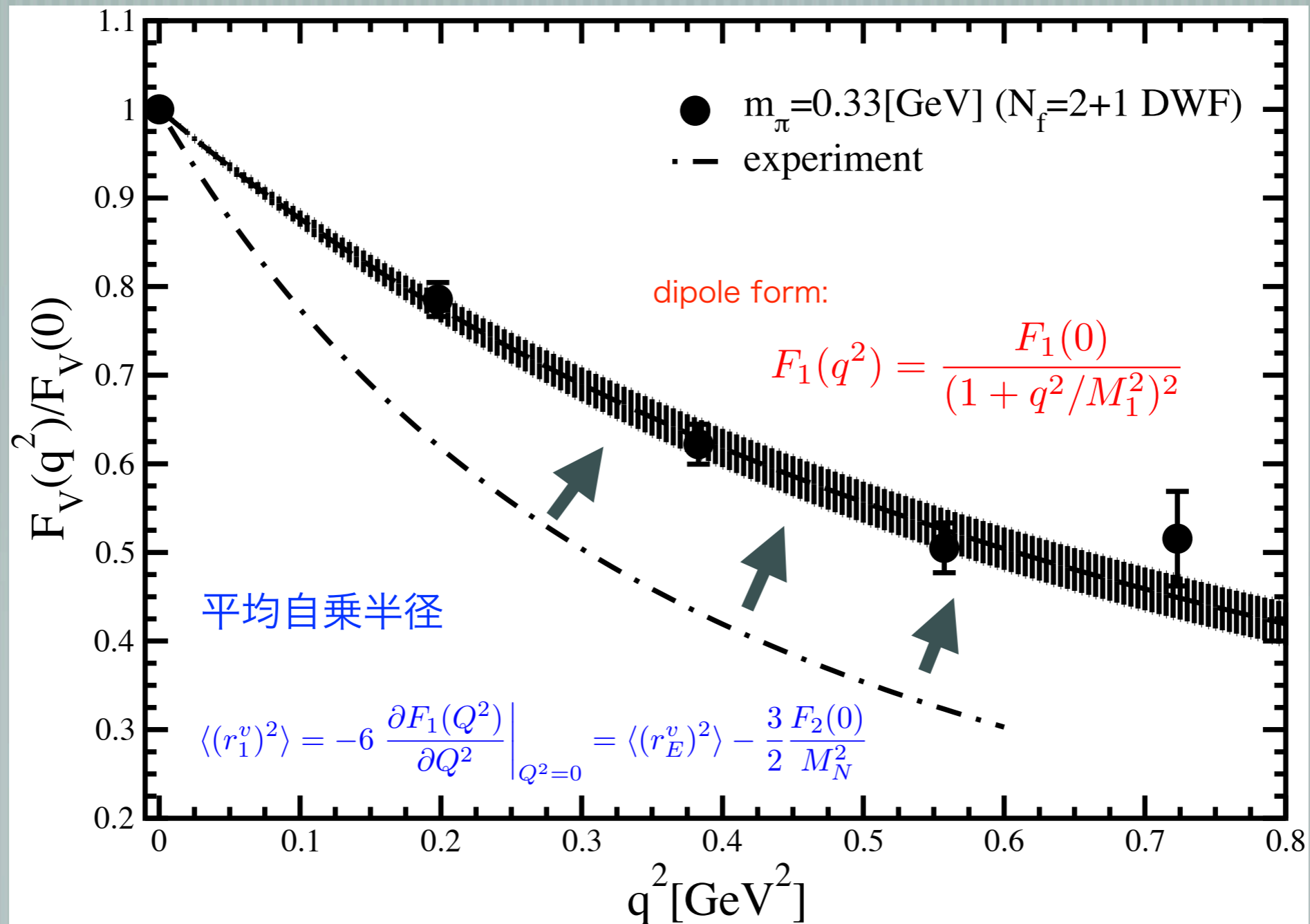
#### ■ 格子 QCD によるハドロン構造の精密化

ハドロン原子核分野に関連して「ハドロン 1 粒子系」の物理として残された課題の一つは、格子 QCD による核子の静的な諸性質の再現である。現状では核子の質量を除いて格子 QCD 計算が実験値を再現できているとは言い難い。中間子系の研究において弱崩壊に関する遷移行列計算がすでに大きな成功を収めているのに対して、重粒子系において相当する弱崩壊の遷移行列、例えば中性子  $\beta$  崩壊に伴う軸性電荷  $g_A$  において格子 QCD 計算が実験値を精密に再現するには至っていない。これは核子などの重粒子の計算が  $\pi$ 、 $K$  中間子など計算に比べてより高い統計精度を必要とするという技術的な問題ばかりでなく、重粒子が中間子よりもクォーク多体系の複合粒子として、その構造が複雑であることと密接に関係していると思われる。

特に現在深刻な問題として、現時点で核子の平均二乗半径に対して格子 QCD 計算が実験値の約 75% 程度しか再現できない、「核子の大きさの問題」が挙げられる。現象論的には所謂  $\pi$  中間子の雲の効果と直接関係していると考えられる。実際、核子を含むカイラル摂動論において、核子の平均二乗半径が  $\pi$  中間子の質量が零となるカイラル極限で対数赤外発散することが知られている。つまりこの問題の解決にはカイラル対称性とその自発的破れが大きく関わっていると思われる。格子上での厳密なカイラル対称性を保持できる、オーバーラップ形式やドメインウォール形式のカイラルフェルミオンによる格子 QCD 計算が最も望ましいが、まず当面はより軽いクォーク質量 ( $\pi$  中間子の質量で 200 MeV 以下) でより大きな空間サイズ (4 fm 以上) の格子 QCD 計算が必要不可欠である。

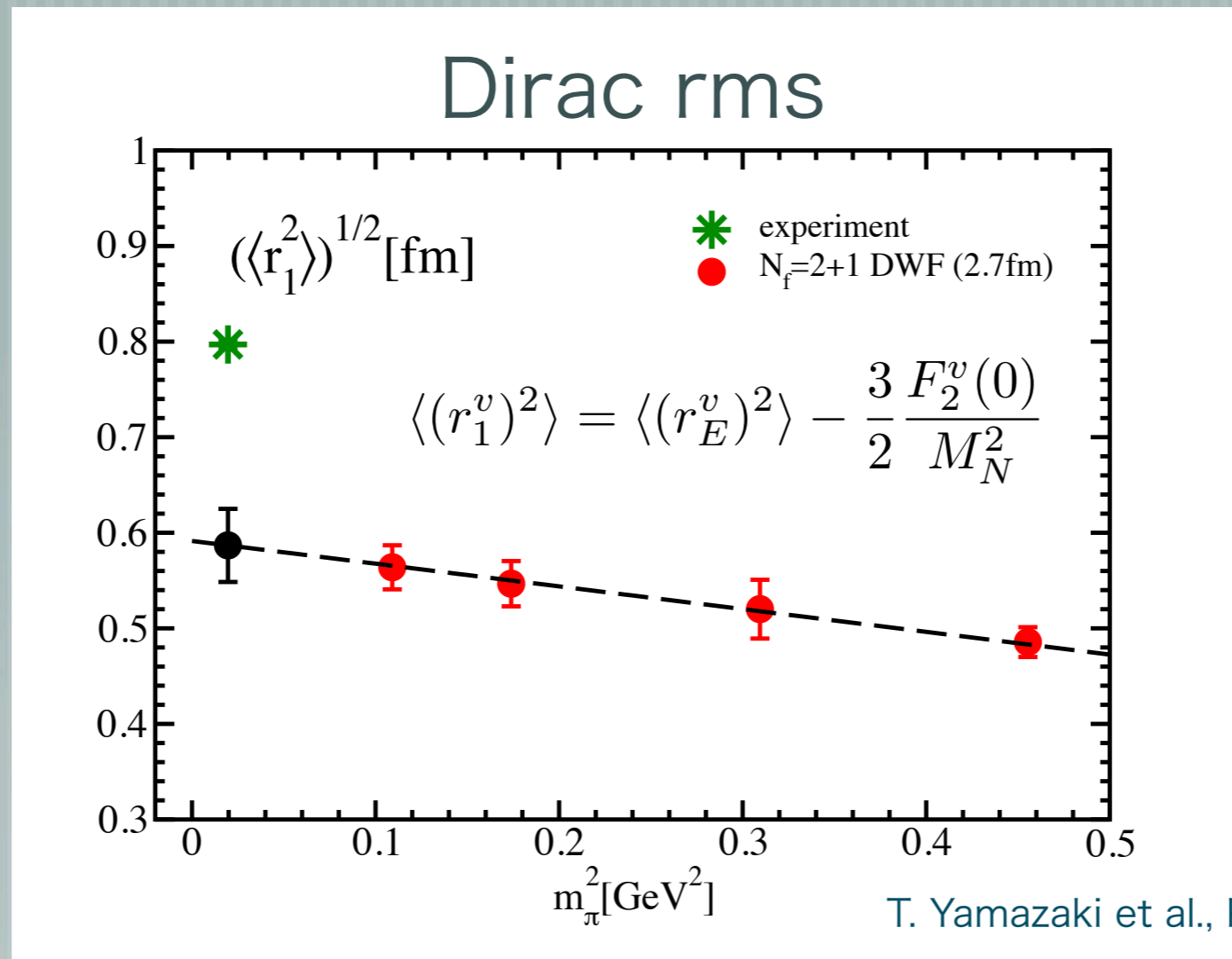
現在、いくつかの研究グループにおいてカイラルフェルミオンよりも計算コストがかからない、ウィルソン型によるそのような QCD ゲージ配位の生成が始まり、かなり近い将来、核子系の物理量においても、カイラル摂動論などとの整合性なども含め、より精密な実験値

# 核子の大きさの問題



運動量空間で広がっている⇔実空間では小さい

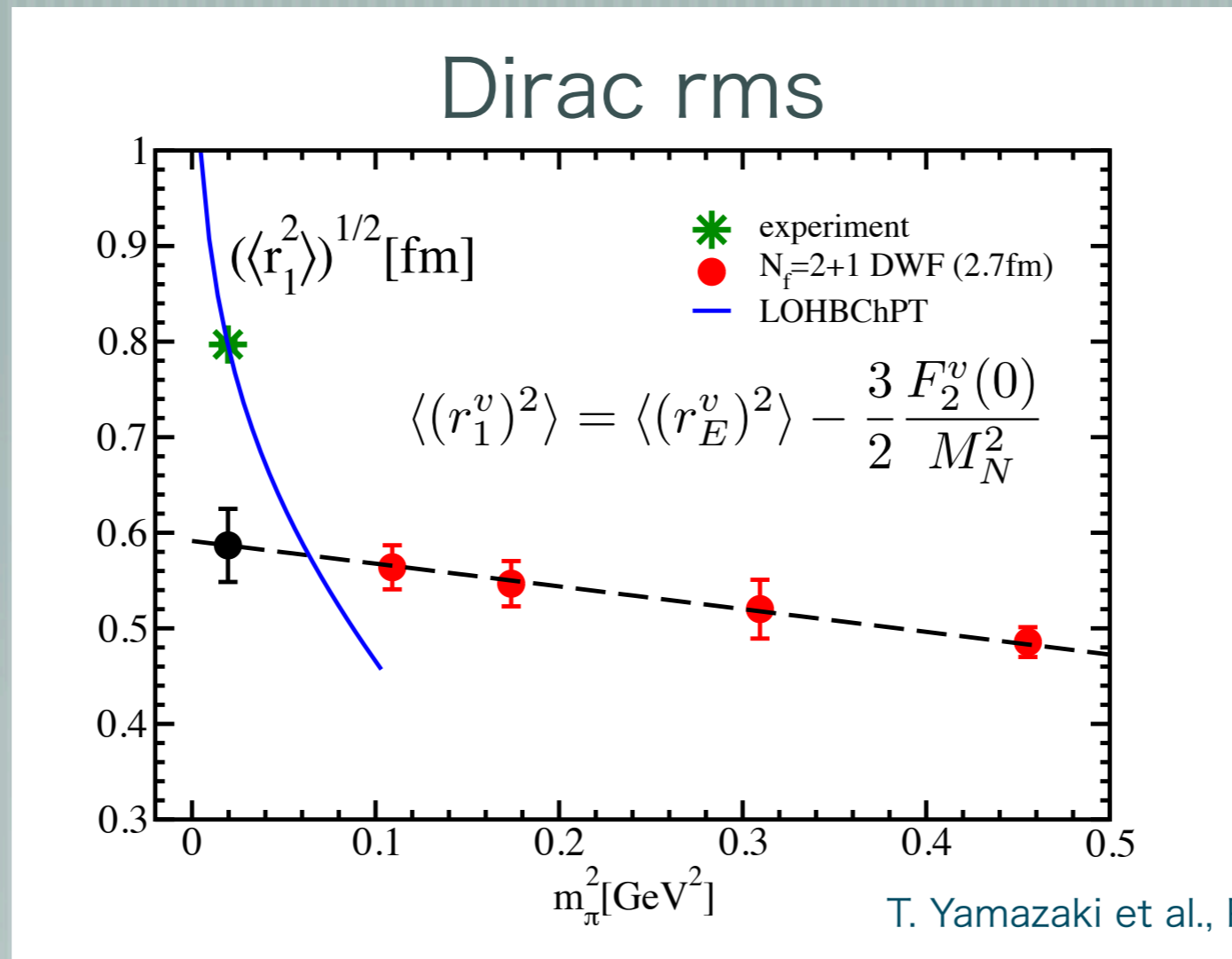
# 核子の大きさの問題



$$\langle (r_E^v)^2 \rangle \equiv -6 \frac{1}{G_E^v(q^2)} \frac{dG_E^v(q^2)}{dq^2} \Big|_{q^2=0} = \langle (r_E^p)^2 \rangle - \langle (r_E^n)^2 \rangle$$

$$F_2^v(0) = (\mu_p - 1) - \mu_n = \kappa_p - \kappa_n$$

# 核子の大きさの問題

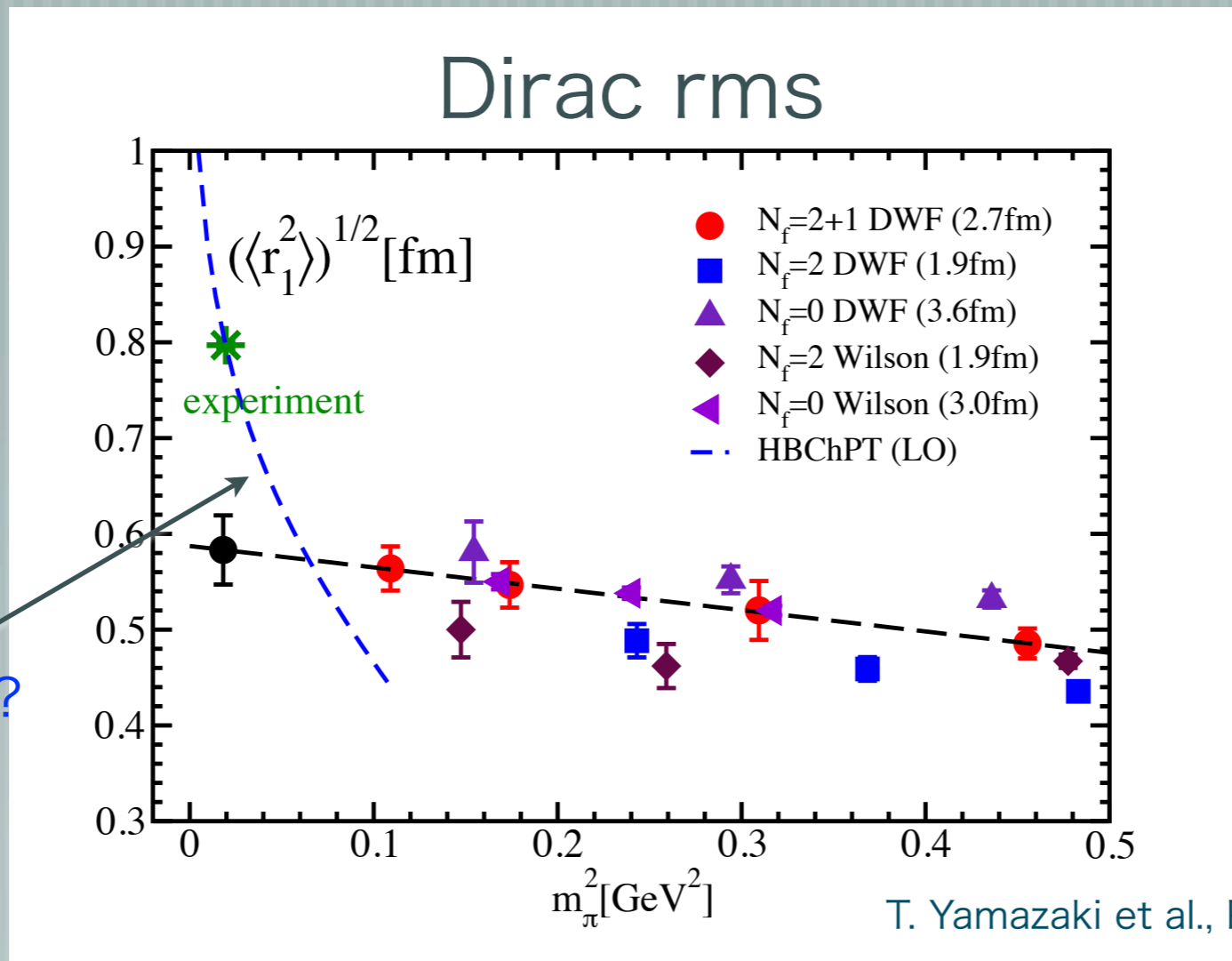


## Baryon ChPT(LO)

$$\langle r_1^2 \rangle(m_{\pi,\text{lat}}) = \langle r_1^2 \rangle_{\text{exp}} - \frac{1 + 5g_{A,\text{exp}}^2}{(4\pi F_{\pi,\text{exp}})^2} \ln \left( \frac{m_{\pi,\text{lat}}^2}{\mu^2} \right)$$

Infrared divergence

# 核子の大きさの問題



Pion cloud effect?

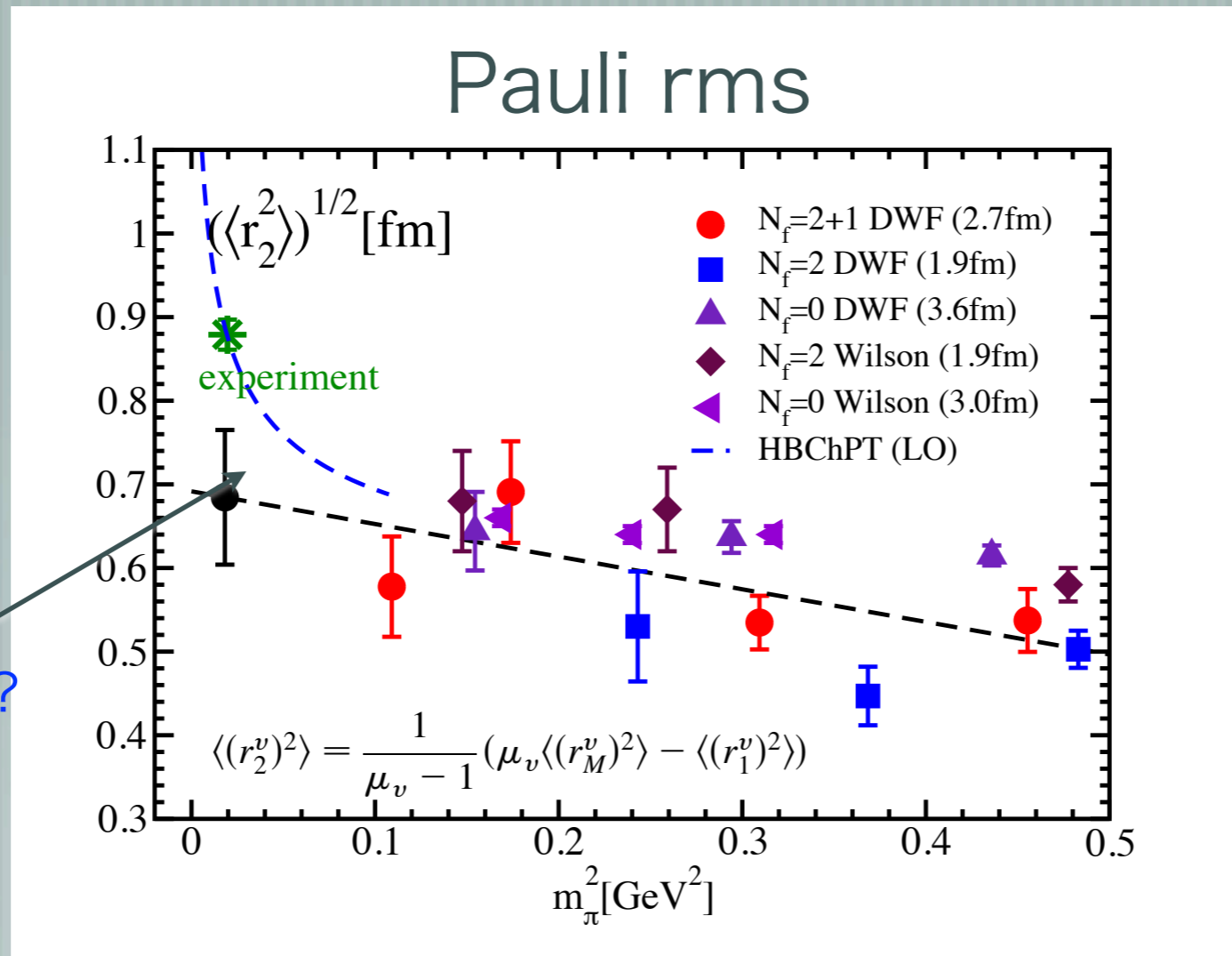
## Baryon ChPT(LO)

$$\langle r_1^2 \rangle(m_{\pi,\text{lat}}) = \langle r_1^2 \rangle_{\text{exp}} - \frac{1 + 5g_{A,\text{exp}}^2}{(4\pi F_{\pi,\text{exp}})^2} \ln \left( \frac{m_{\pi,\text{lat}}^2}{\mu^2} \right)$$

Infrared divergence



# もっと強い赤外発散の例：パウリ半径



Pion cloud effect?

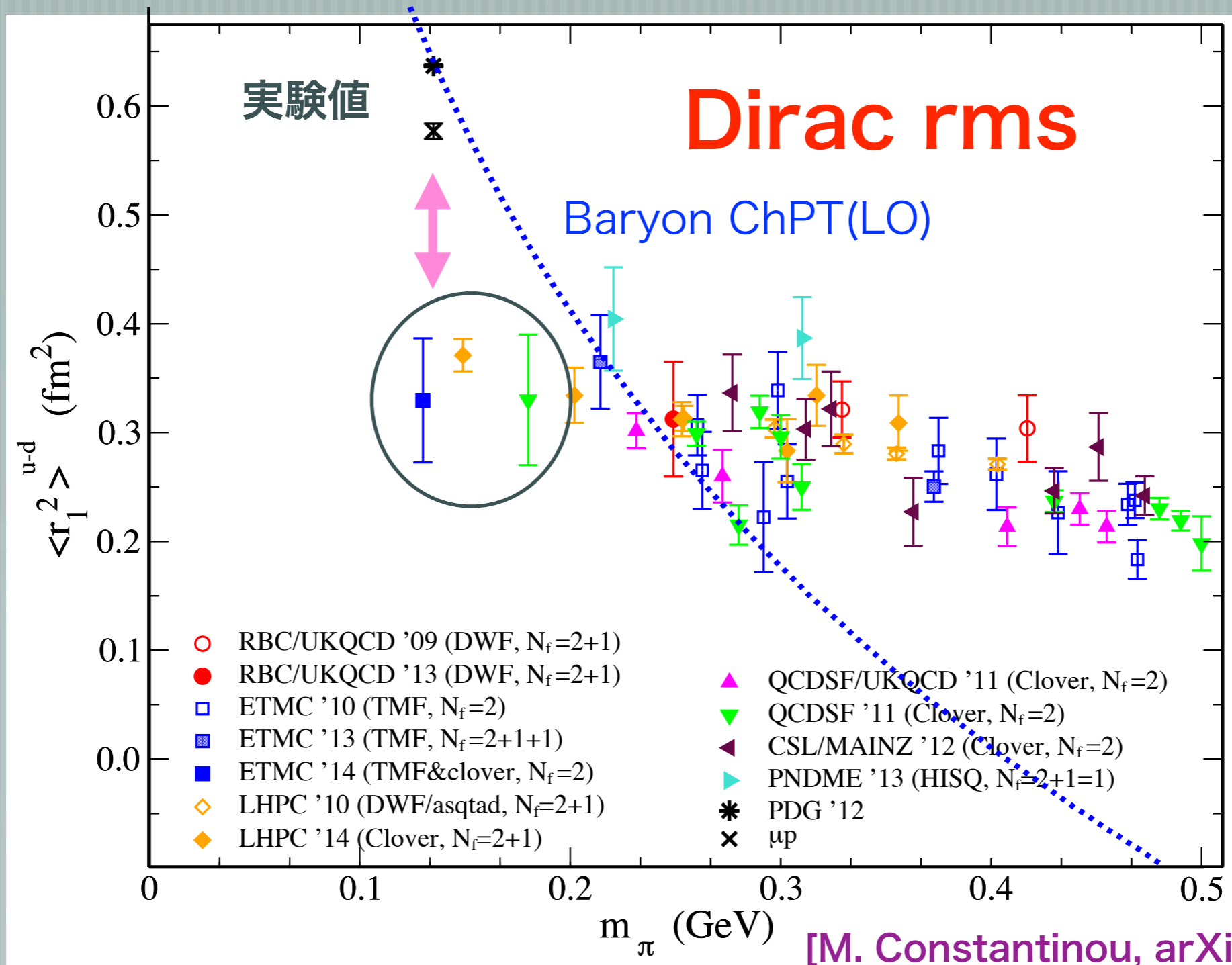
$$\langle (r_2^v)^2 \rangle = -\frac{6}{F_2(0)} \left. \frac{\partial F_2(Q^2)}{\partial Q^2} \right|_{Q^2=0}$$

## Baryon ChPT(LO)

$$\langle r_2^2 \rangle(m_{\pi, \text{lat}}) = C_0 + \frac{g_{A, \text{exp}}^2}{8\pi F_{\pi, \text{exp}}^2 \kappa_{V, \text{exp}}} \frac{M_{N, \text{exp}}}{m_{\pi, \text{exp}}}$$

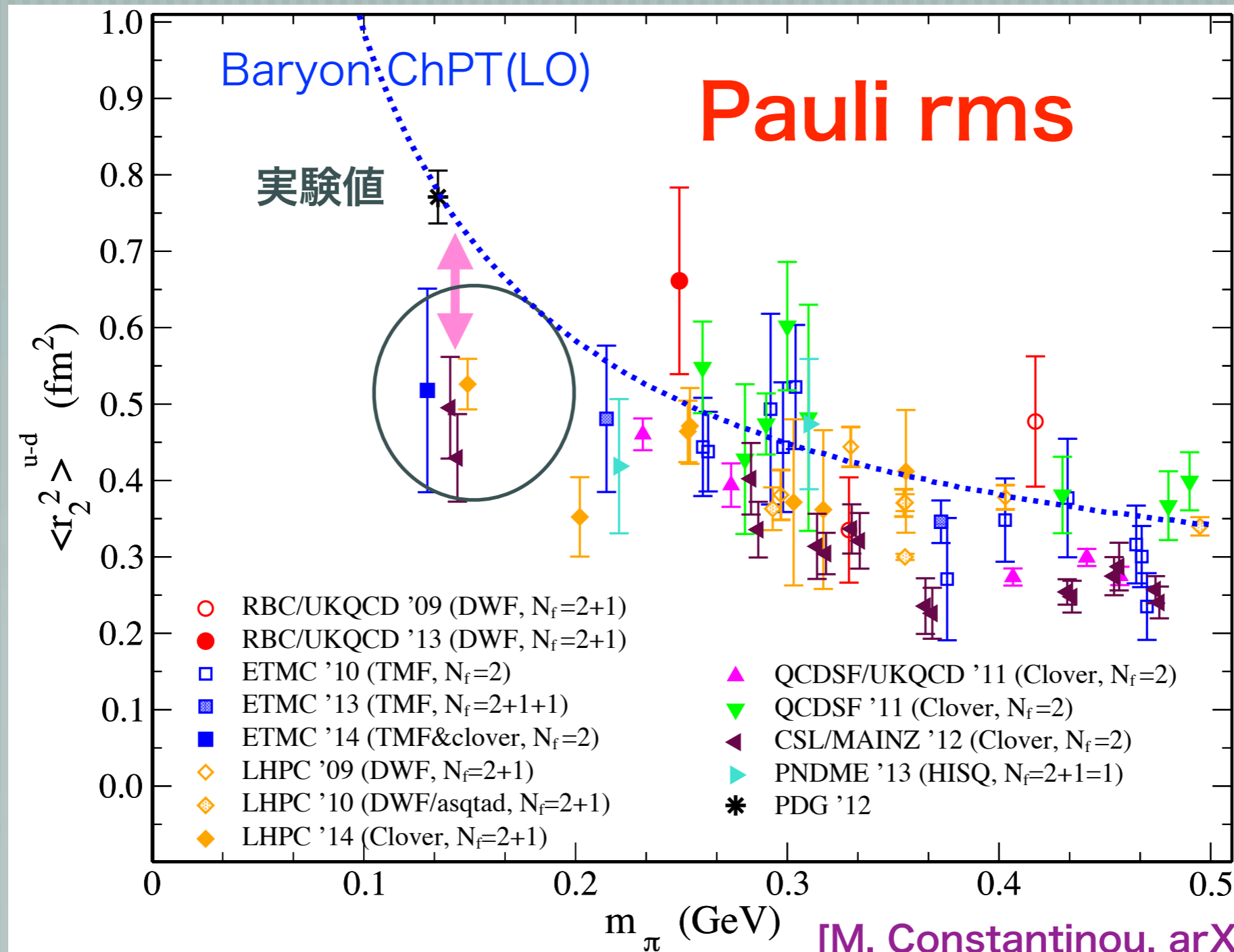
Infrared divergence

# 核子の大きさ@Lattice 2014



[M. Constantinou, arXiv:1411.0078]

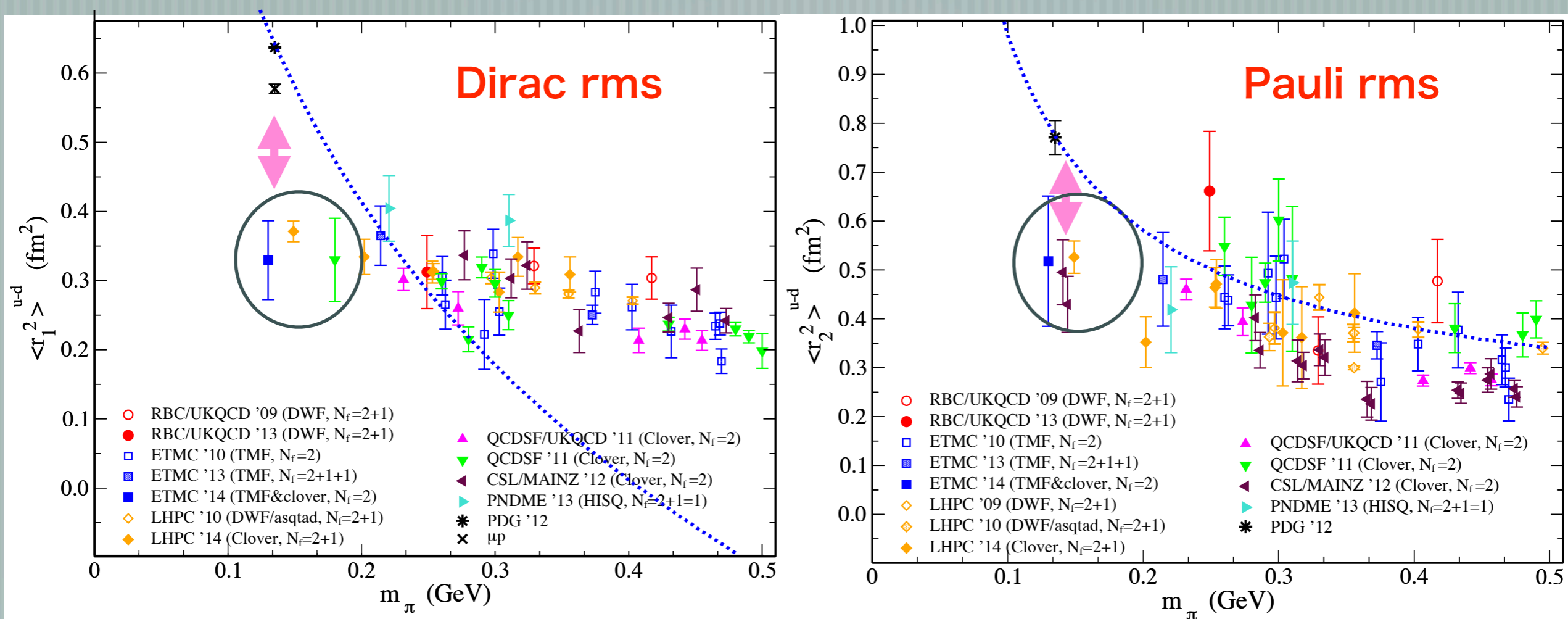
# 核子の大きさ@Lattice 2014



[M. Constantinou, arXiv:1411.0078]

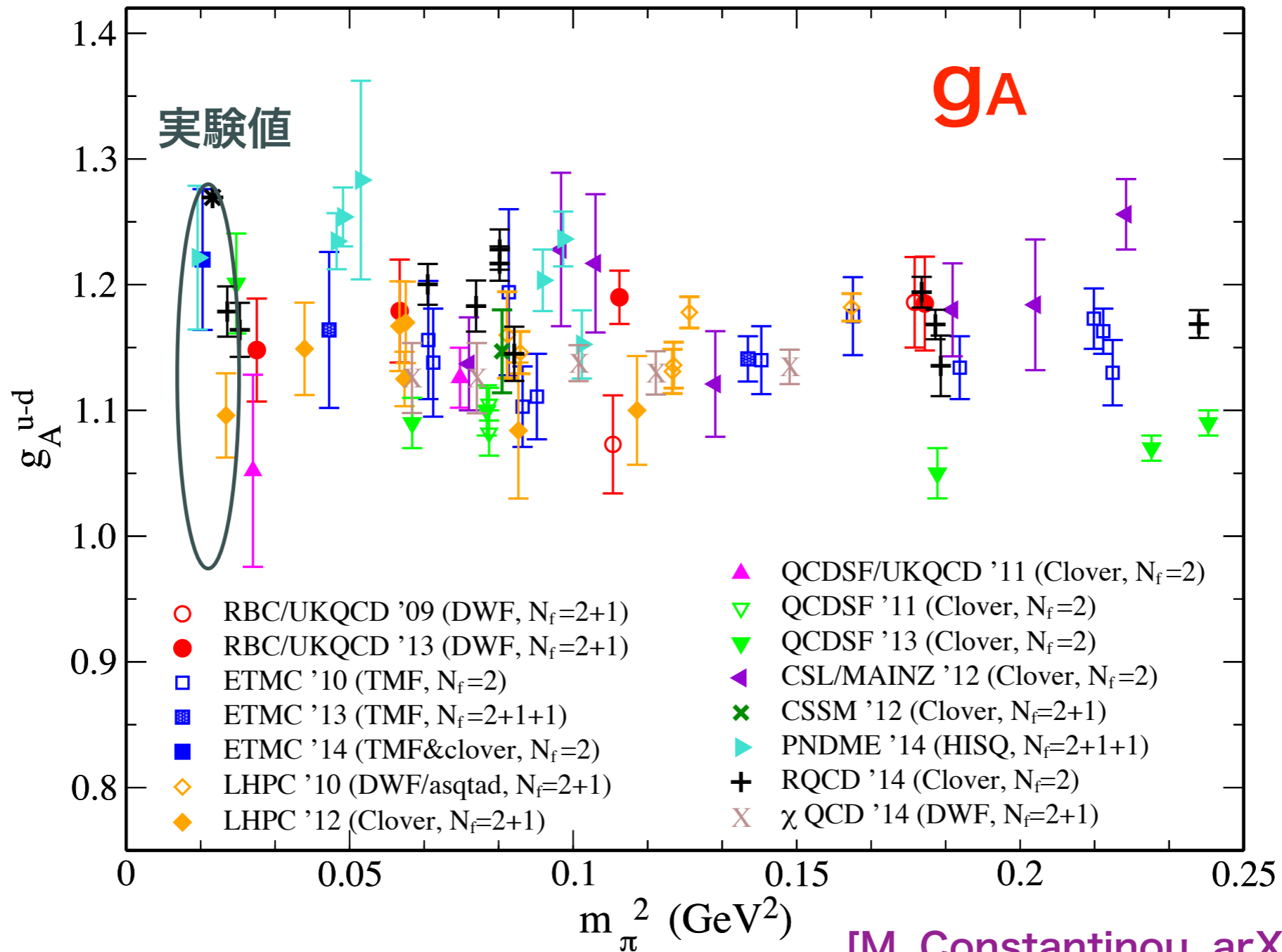
# 格子QCDにおける核子の大きさの問題

[M. Constantinou, arXiv:1411.0078]



物理点近傍における急激な核子サイズ  
の増大が観測されない

# 軸性電荷 $g_A$ @ Lattice 2014



[M. Constantinou, arXiv:1411.0078]

# 有限空間における運動量の量子化

$$\psi(\vec{x} + L\vec{\epsilon}_i) = \psi(\vec{x}) \quad \text{周期境界条件}$$

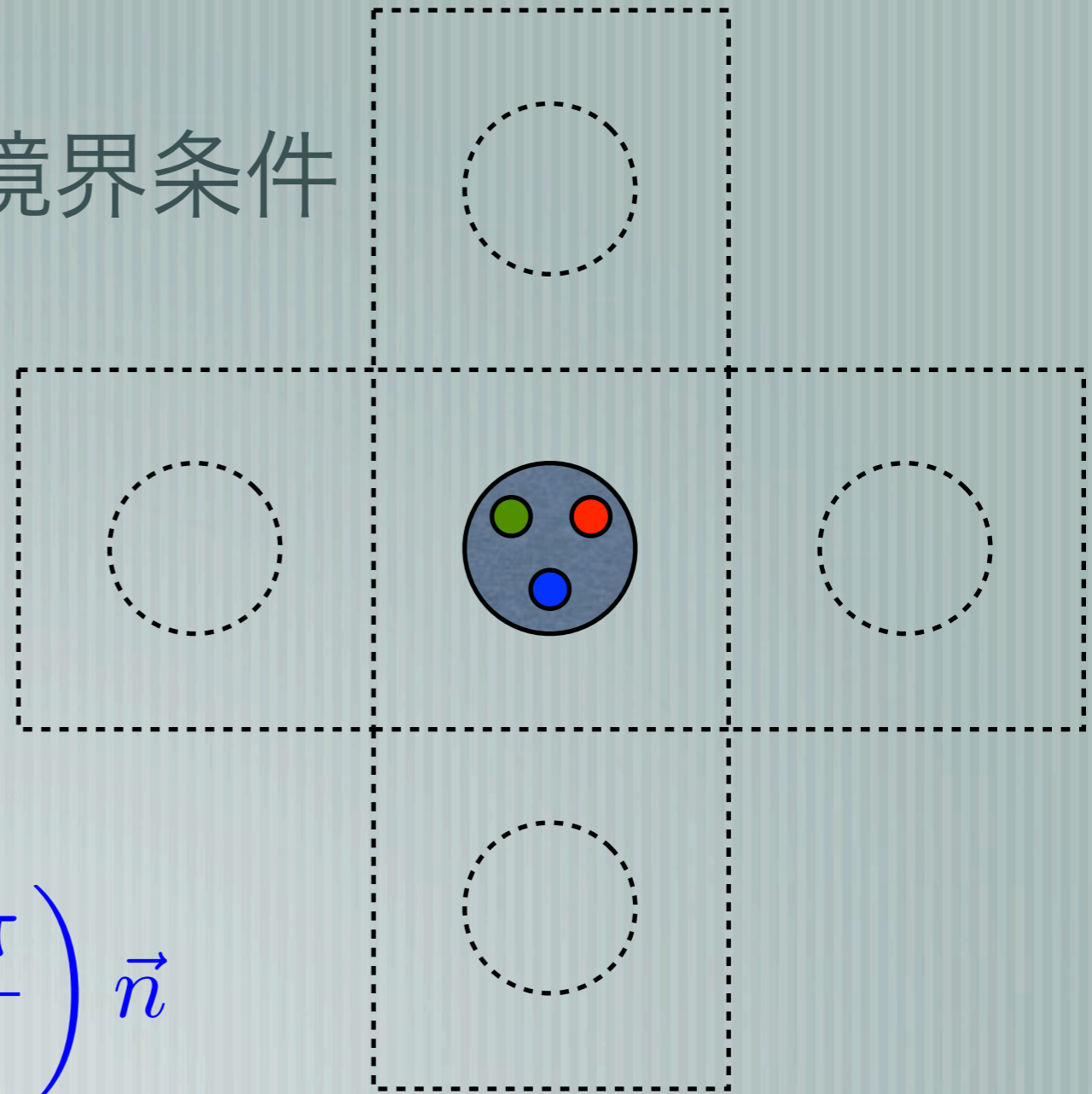
平面波  $\psi(\vec{x}) = e^{i\vec{p}\cdot\vec{x}}$

$$\Rightarrow e^{ip_i L} = 1$$

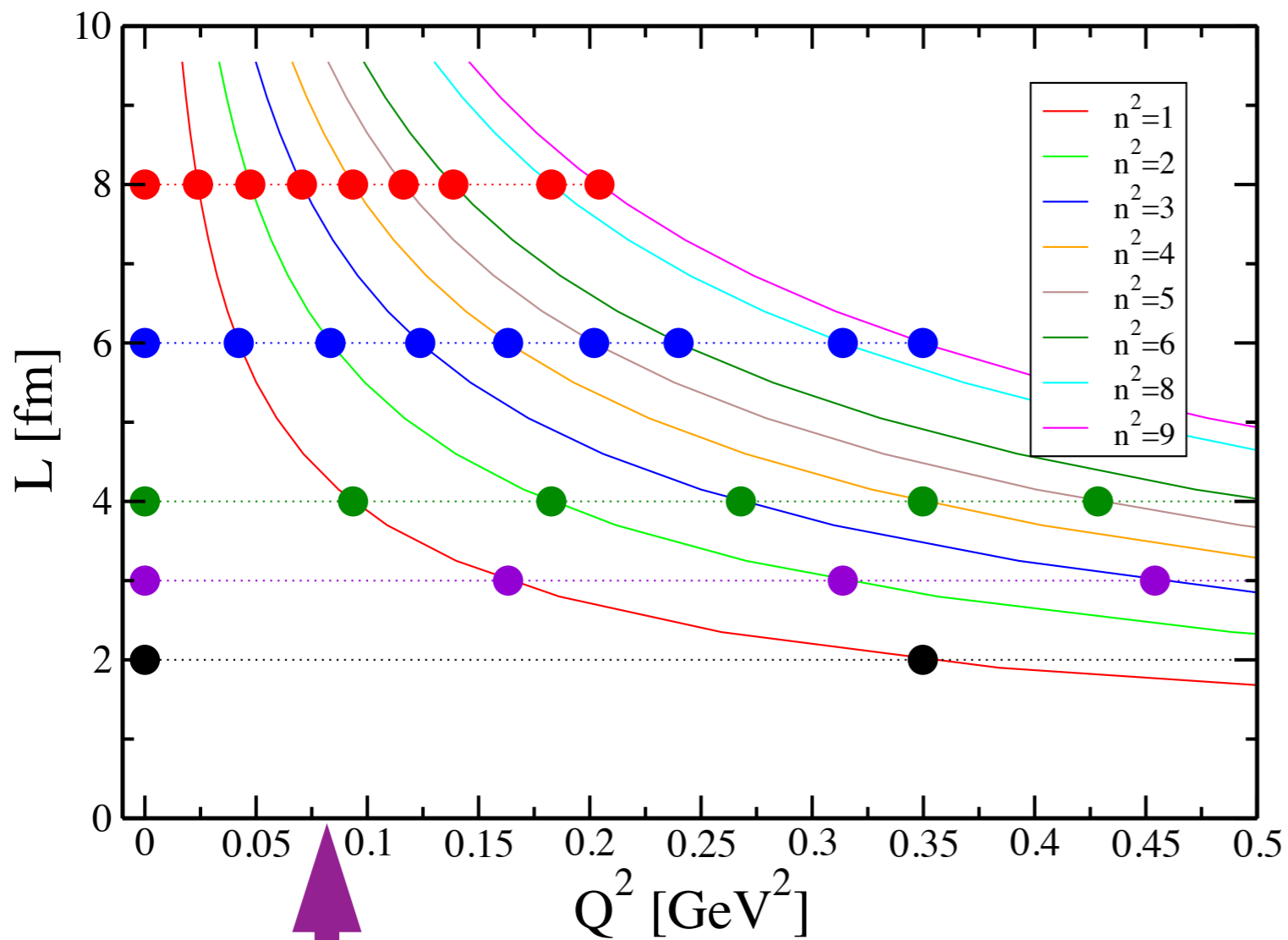
運動量の量子化

$$\vec{p} = \left( \frac{2\pi}{L} \right) \vec{n}$$

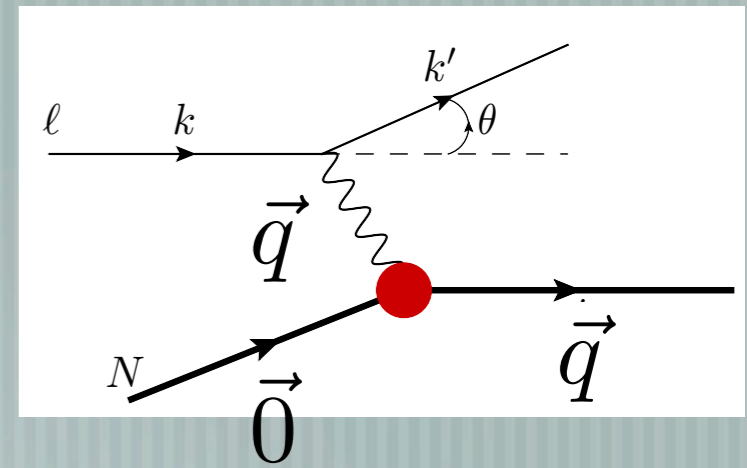
$$\vec{n} \in \mathbf{Z}^3$$



# 空間体積と運動量移行の関係



$$(2m_\pi)^2$$



$$Q^2 = -q^2 = 2M_N(E(\vec{q}) - M_N)$$

$$E(\vec{q}) = \sqrt{M_N^2 + \vec{q}^2}$$

$$\vec{q}^2 = \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \vec{n}^2$$

# 有効理論・カイラル摂動論のアプローチ

- 低エネルギー(長波長)では複合粒子であるハドロンも場の理論(点粒子)で記述できる
- カイラル対称性の自発的な破れに伴う擬南部・ゴールドストーン粒子(パイ中間子など)は長波長極限で最も意味のある自由度
- ただし、擬南部・ゴールドストーン粒子の相互作用は対称性によって強い制約がかかる



# そもそも疑問

有限体積中でカイラル摂動論の予言が正しいか？

✓ 典型的な空間サイズ  $L \sim 2 - 4 \text{ fm}$

✓ 最小の有限な運動量：

-  $|\mathbf{p}| \sim 2\pi / L = 0.6 - 0.3 \text{ GeV} > m_\pi$

cf:  $\Lambda_\chi \sim 4\pi F_\pi \sim 1 \text{ GeV}$

▶ 低エネルギー有効理論が成り立つ条件があいまい

$$m_\pi \sim |\mathbf{p}| \ll \Lambda_\chi$$

# 先の疑問に答えるには

その疑問に答えるには

物理点により近く

$$m_\pi < 200 \text{ MeV}$$

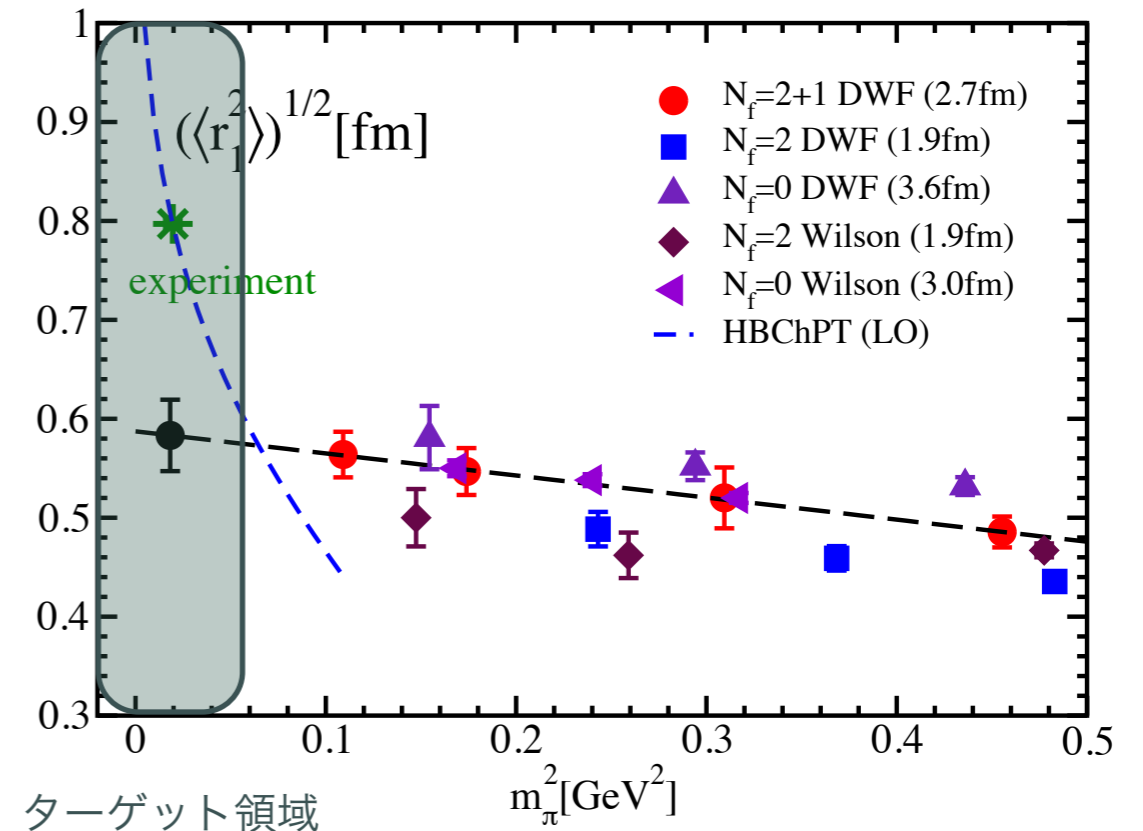
十分に大きな空間体積

$$L > 6 \text{ fm}$$

カイラル対称性を保持

を満たすシミュレーションが必要

## 核子の大きさ





物理点格子QCD計算  
による最新結果

# 物理点近傍、巨大空間体積による 現実的な格子QCDシミュレーション

— [ [PACS collaboration](#) [Ishikawa et al., arXiv:1511.09222]

— 2+1フレーバー ( $m_u=m_d \neq m_s, m_c,b,t=\infty$ )

— 格子点:  $96^3 \times 96$

— 格子間隔 (カットオフ)

— 0.085 fm (2.3 GeV)

— 有限体積 (空間のサイズ)

— 8.0 fm

— クォークの質量 ( $\pi$  中間子の質量)

— 145 MeV

HPCI戦略プログラム

物質と宇宙の  
起源と構造

戦略分野5



スーパーコンピュータ「京」

# HPCI戦略分野5



計算基礎科学連携拠点

Joint Institute for  
Computational Fundamental Science

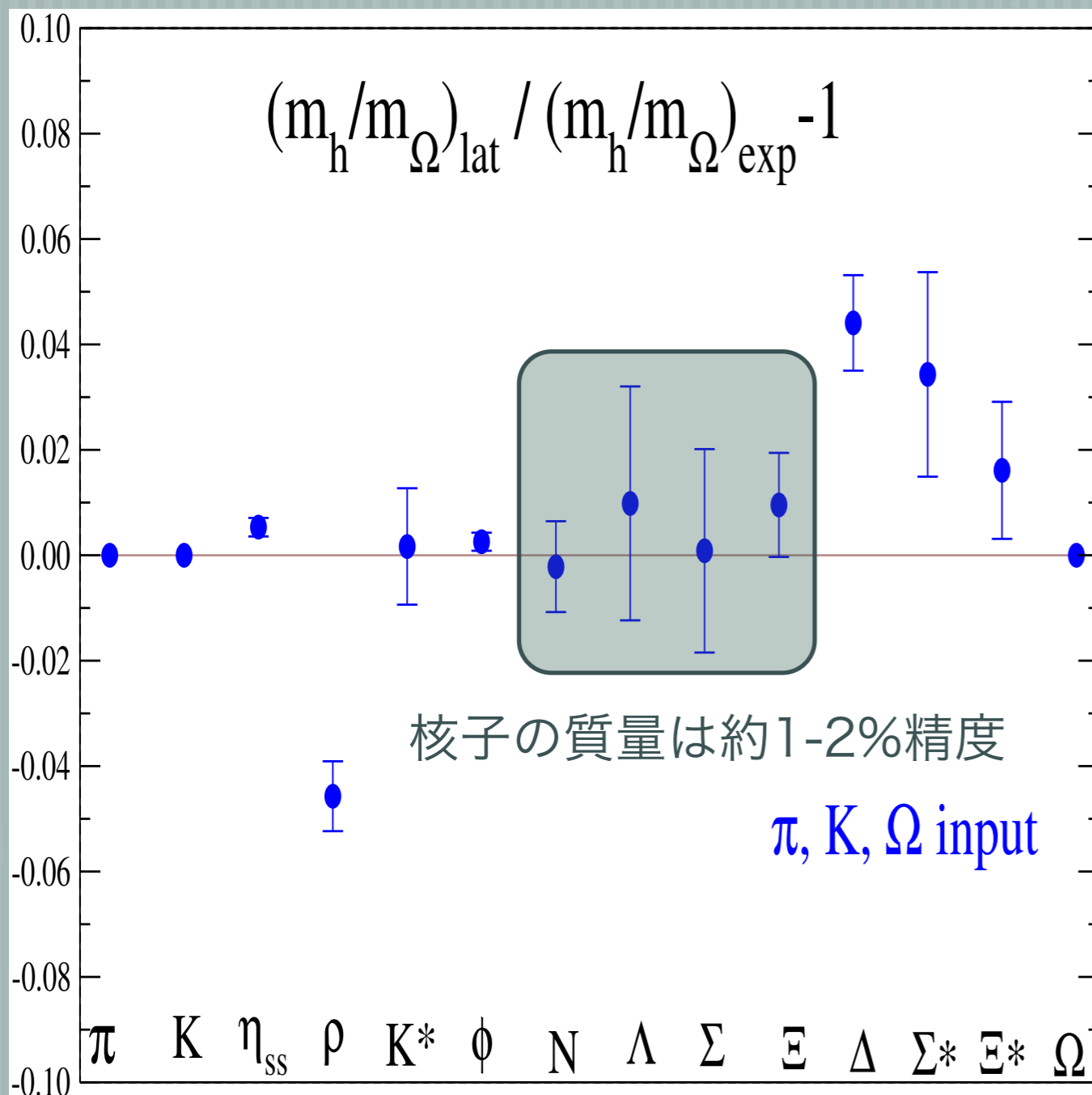
<http://www.jicfus.jp/ip/>

## HPCI戦略分野5

### 「物質と宇宙の起源と構造」

- 課題1「格子QCDによる物理点での  
バリオン間相互作用の決定」
- 課題2「大規模量子多体計算による  
核物性解明とその応用」
- 課題3「超新星爆発および  
ブラックホール誕生過程の解明」
- 課題4「ダークマターの密度ゆらぎから生まれる  
第1世代天体形成」
- 体制構築

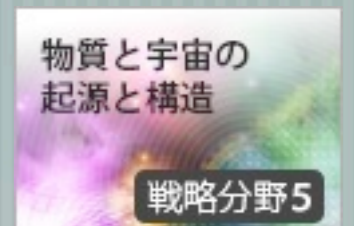
# 物理点近傍、巨大空間体積による 現実的な格子QCDシミュレーション



PACS collaboration

強い相互作用に対して安定なハドロンは  
誤差の範囲で実験値を再現

注：不安定なハドロン=共鳴状態

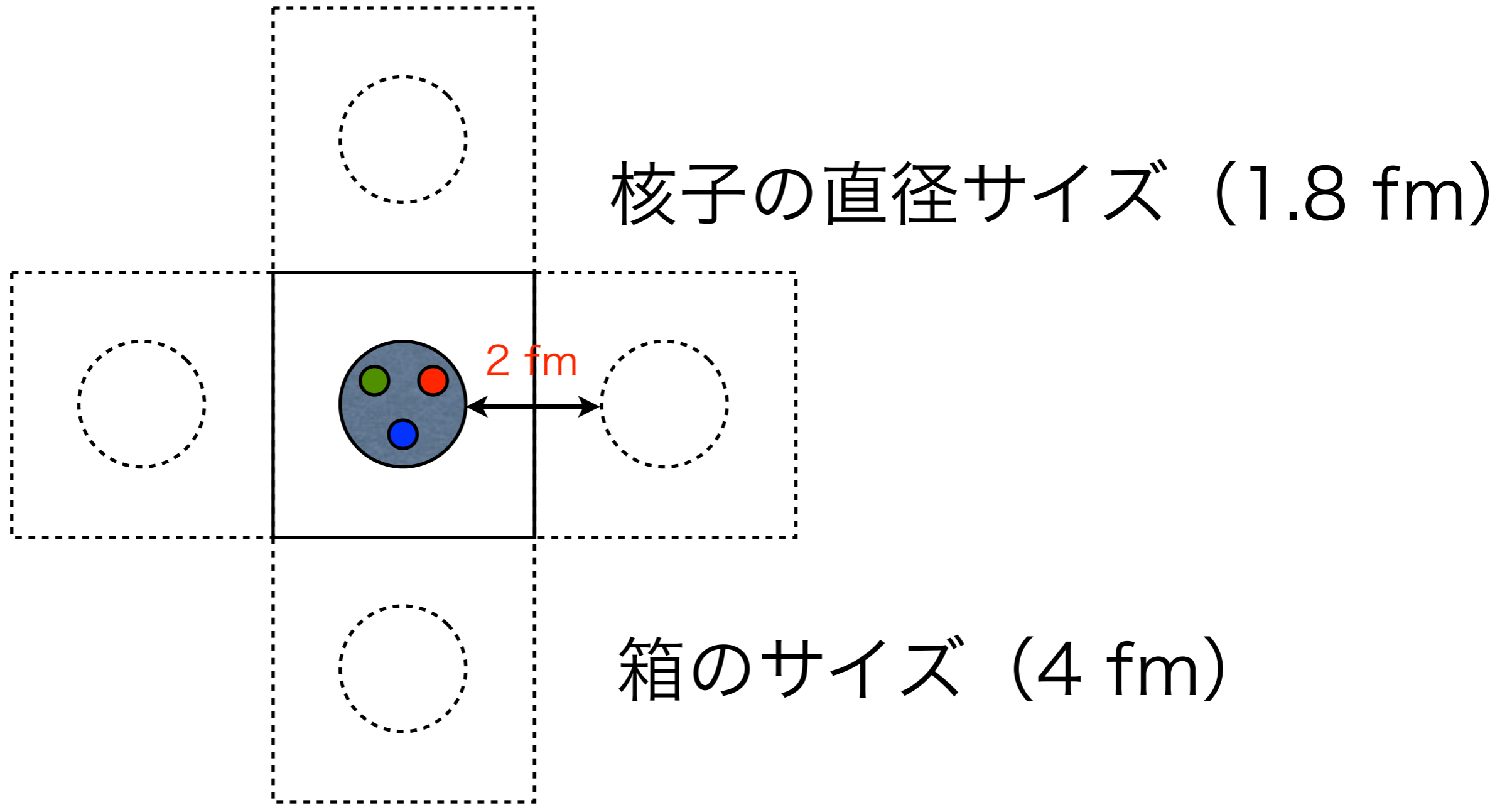


HPCI戦略プログラム



スーパーコンピュータ「京」

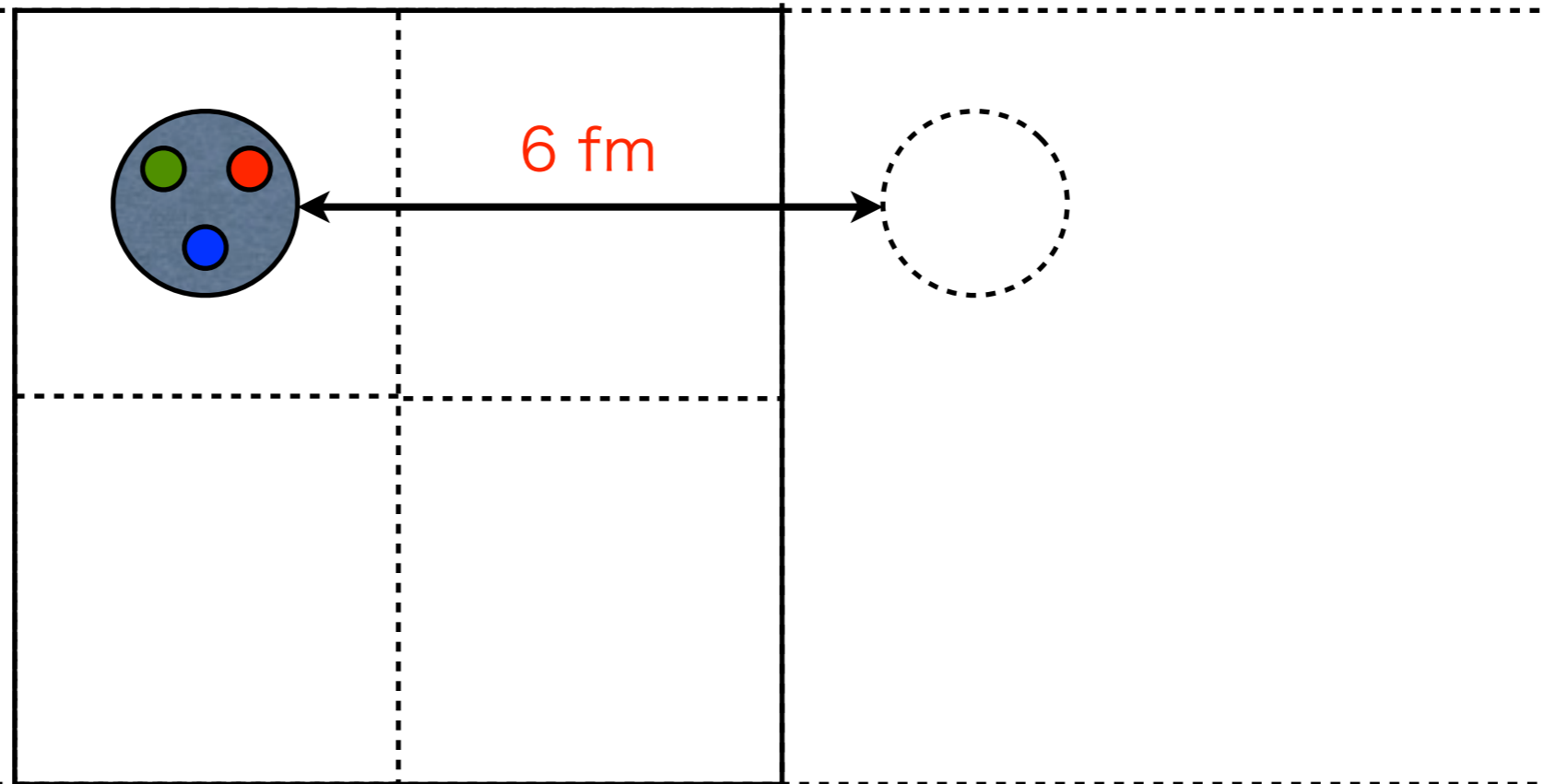
# これまでの物理点での格子QCD計算



$\pi$  中間子のコンプトン波長 ( $\sim 1.4$  fm)

# PACS collaboration による 物理点での格子QCD計算

核子の直径サイズ (1.8 fm)



箱のサイズ (8 fm)

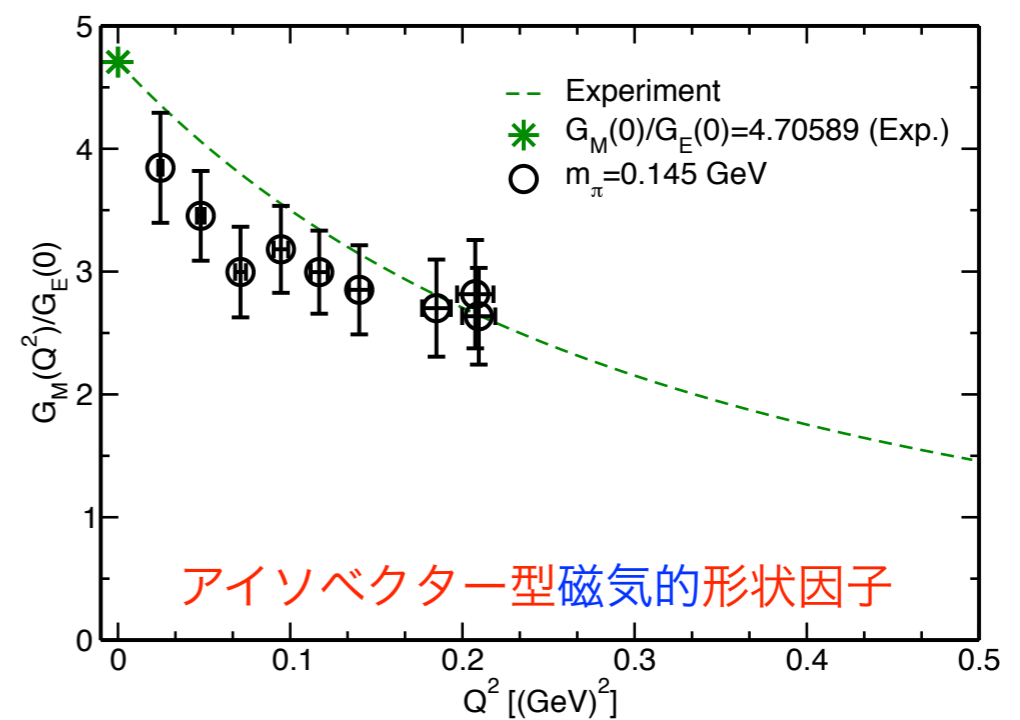
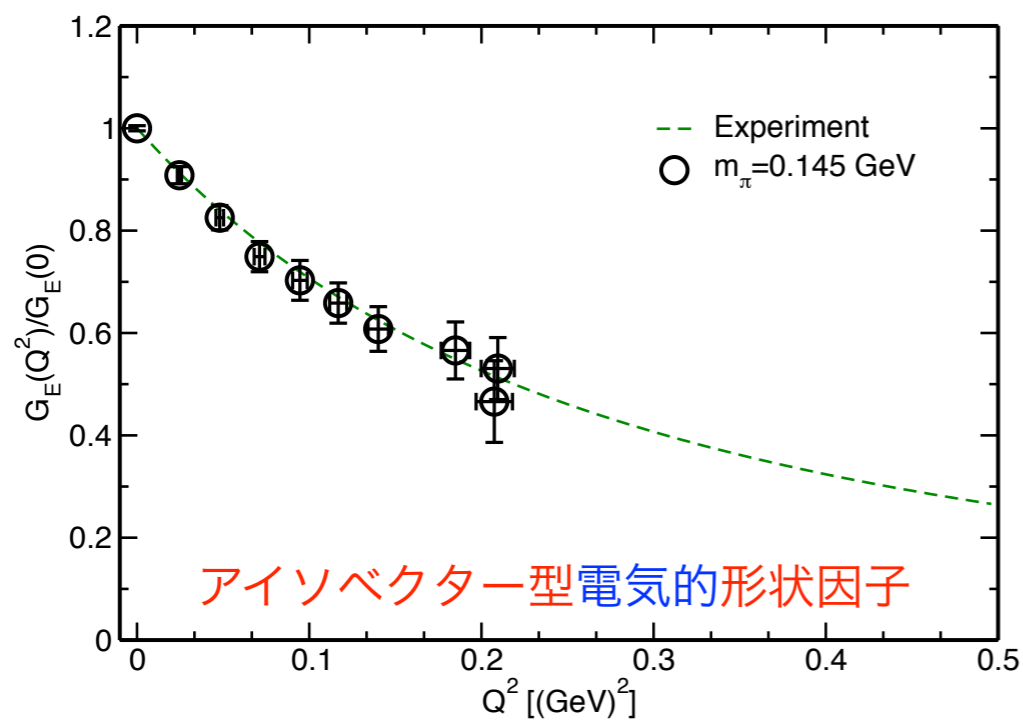
$\pi$  中間子のコンプトン波長 ( $\sim 1.4$  fm)



# 物理点近傍、巨大空間体積による 現実的な格子QCDシミュレーション

## 核子形状因子プロジェクト@ PACS collaboration

- Ishikawa, Kuramashi, Sasaki, Ukawa, **Yamazaki** + Tsukamoto
- 104統計での核子形状因子に対するpreliminaryな結果



# モデル依存性のない解析方法とは？

— [ 電荷半径や磁気モーメントを求めるためには形状因子の運動量移行依存性を知る必要がある

— [ 通常、形状因子Gを運動量移行 $t=-q^2$ の関数として

— Dipole型：
$$G(t) = \frac{c_0}{(1 + c_1 t)^2}$$

— ベキ級数型：
$$G(t) = \sum_k d_k t^k$$

— [ Dipole型は典型的なモデルであり、ベキ級型においてもベキ項をどこで打ち切るかというモデル依存性が排除できない

— [ 特に、外挿の場合にはモデル依存性の問題が顕著となる

# ベキ級数の収束性

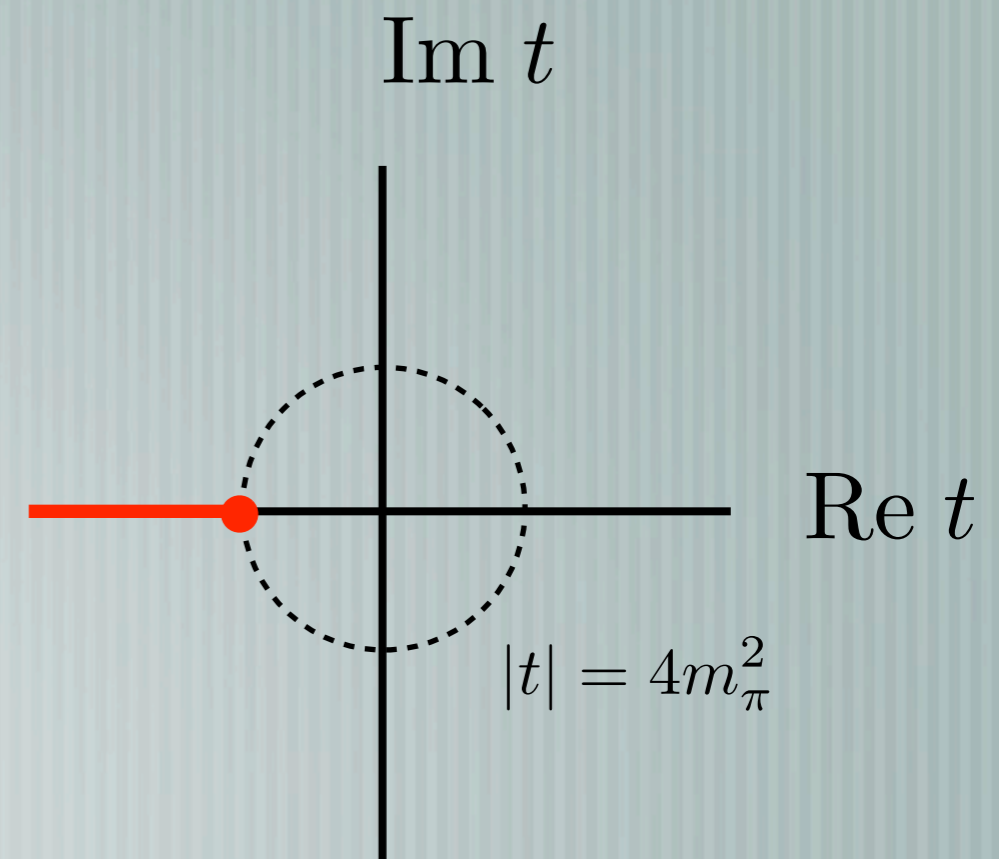
形状因子Gのtに関して正則関数とみなした場合、運動量移行の時間的領域で  $\pi$  中間子の対生成過程に起因する分岐点  $t=-(2m_\pi)^2$  から始まる分岐(カット)が存在する

そのため、複素平面t上でのベキ展開

$$G(t) = \sum_k C_k t^k$$

は  $|t| > (2m_\pi)^2$  において収束性が悪い

物理点でのシミュレーションではこの収束条件を満たさないデータが多く含まれる

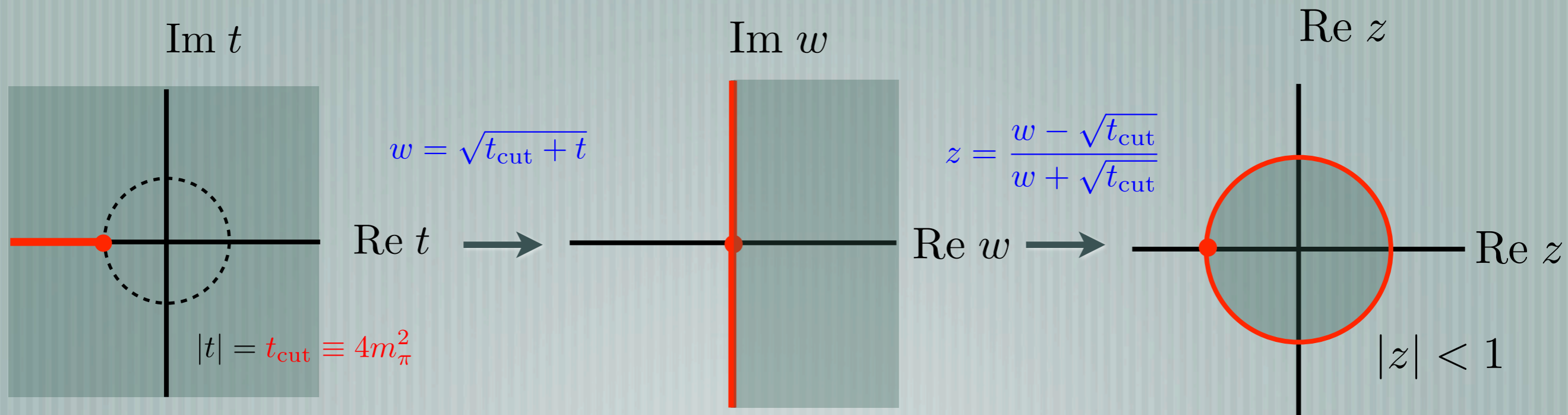


# z展開法

C. G. Boyd et al., Phys. Lett. B 353 (1995) 306

R.J. Hill and G. Paz, Phys. Rev. D 82 (2010) 113005

— [ カットを除けば $G(t)$ が正則であるとみなせるので、正則でない部分が縁となるような等角写像でマップする



— [ カットが単位円( $|z|=1$ )に、正則な領域はその単位円内に写像される

— [ 変数 $z$ での収束性を担保した上で展開  $G(z) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k z^k$  を行なう

# z展開法

C. G. Boyd et al., Phys. Lett. B 353 (1995) 306

R.J. Hill and G. Paz, Phys. Rev. D 82 (2010) 113005

G(z)の正則性より

$$\sum_{k=0}^{\infty} |a_k|^2 = \oint \frac{dz}{z} |G(z)|^2 = \|G(z)\|^2 < \infty$$

散乱振幅のユニタリ性から係数のノルムも有限という条件が付加

➔ 係数はkが大きいたところで  $|a_{k+1}/a_k| < 1$  が保証される

➔ z展開は収束性が非常によいと期待される

z展開法：

$$G(Q^2) = \sum_{k=0}^{k_{\max}} a_k z^k \quad z(Q^2) = \frac{\sqrt{t_{\text{cut}} + Q^2} - \sqrt{t_{\text{cut}}}}{\sqrt{t_{\text{cut}} + Q^2} + \sqrt{t_{\text{cut}}}}$$

# $z$ 展開法による格子 QCD 核子形状因子の解析

塚本夏基<sup>A</sup> 佐々木勝一<sup>A,B</sup> 石川健一<sup>A,B</sup>  
藏増嘉伸<sup>B,C,D</sup> 宇川彰<sup>B</sup> 山崎剛<sup>B,C,D</sup>

for PACS Collaboration

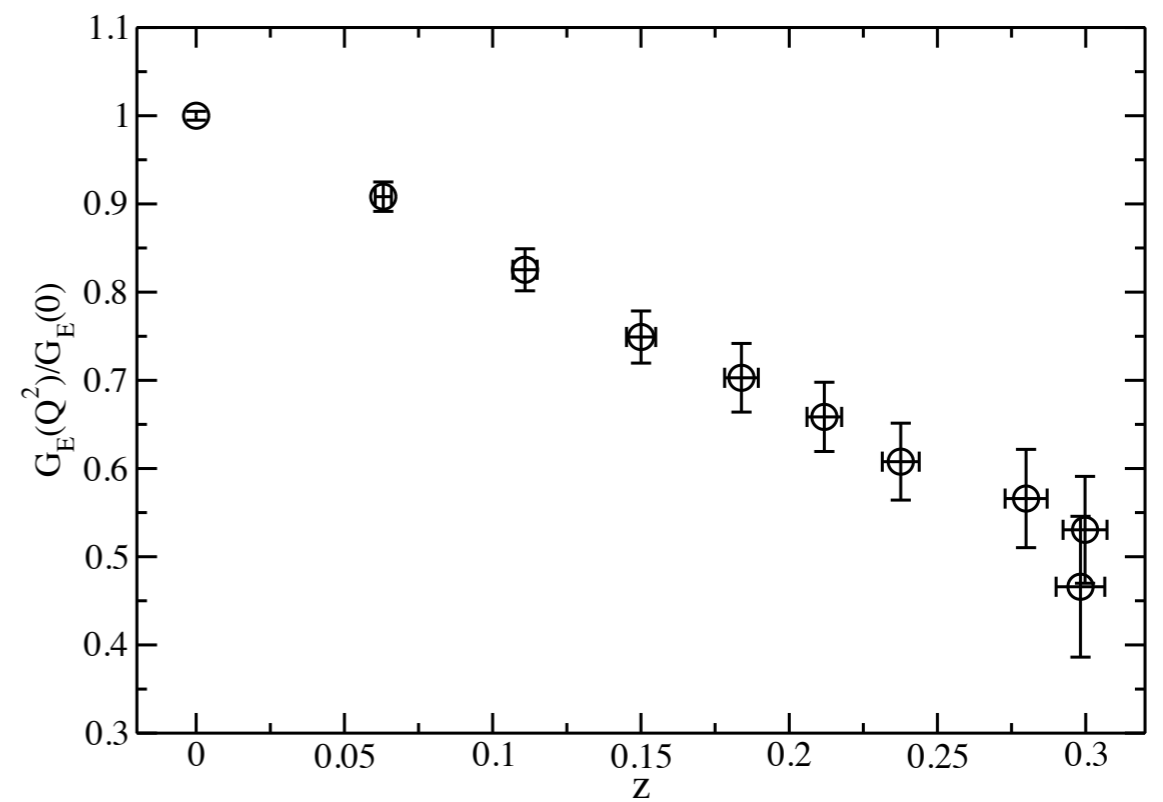
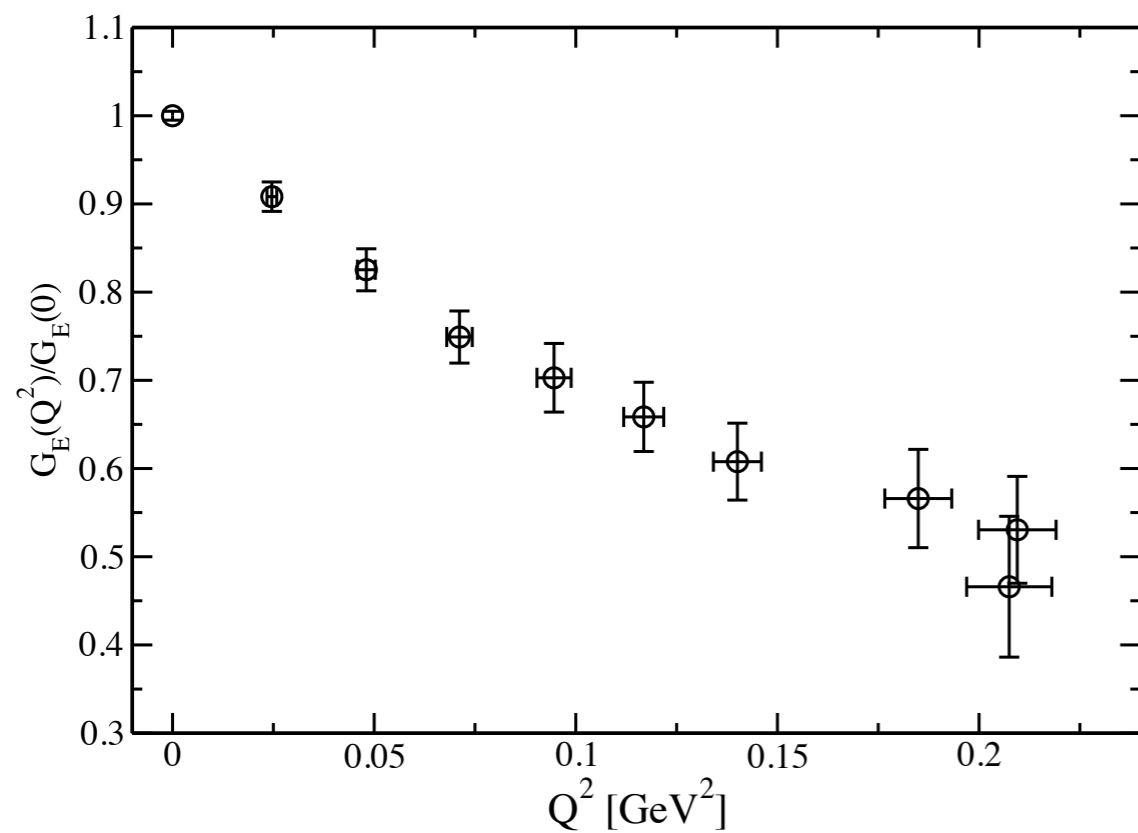
東北大理, 広島大理<sup>A</sup>, 理研AICS<sup>B</sup>, 筑波大計科セ<sup>C</sup>, 筑波大数物<sup>D</sup>

March 22, 2016

# 電氣的形状因子

$$G_E(Q^2)$$

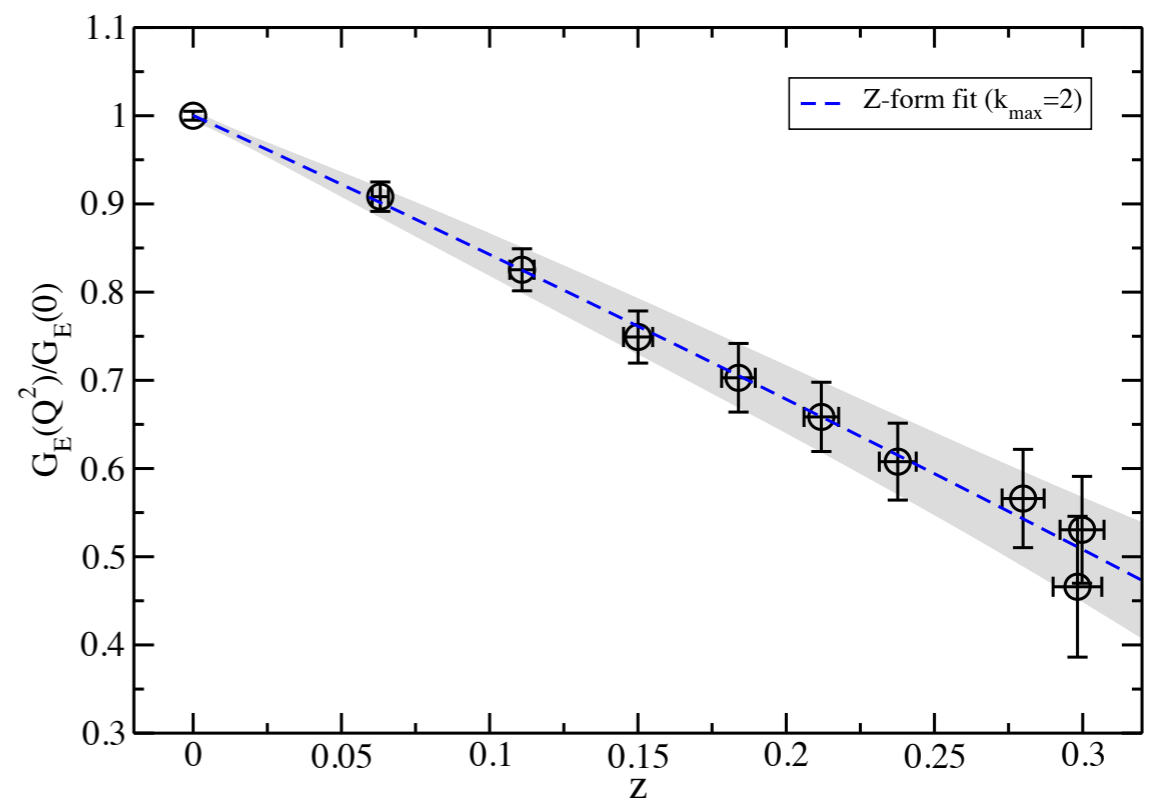
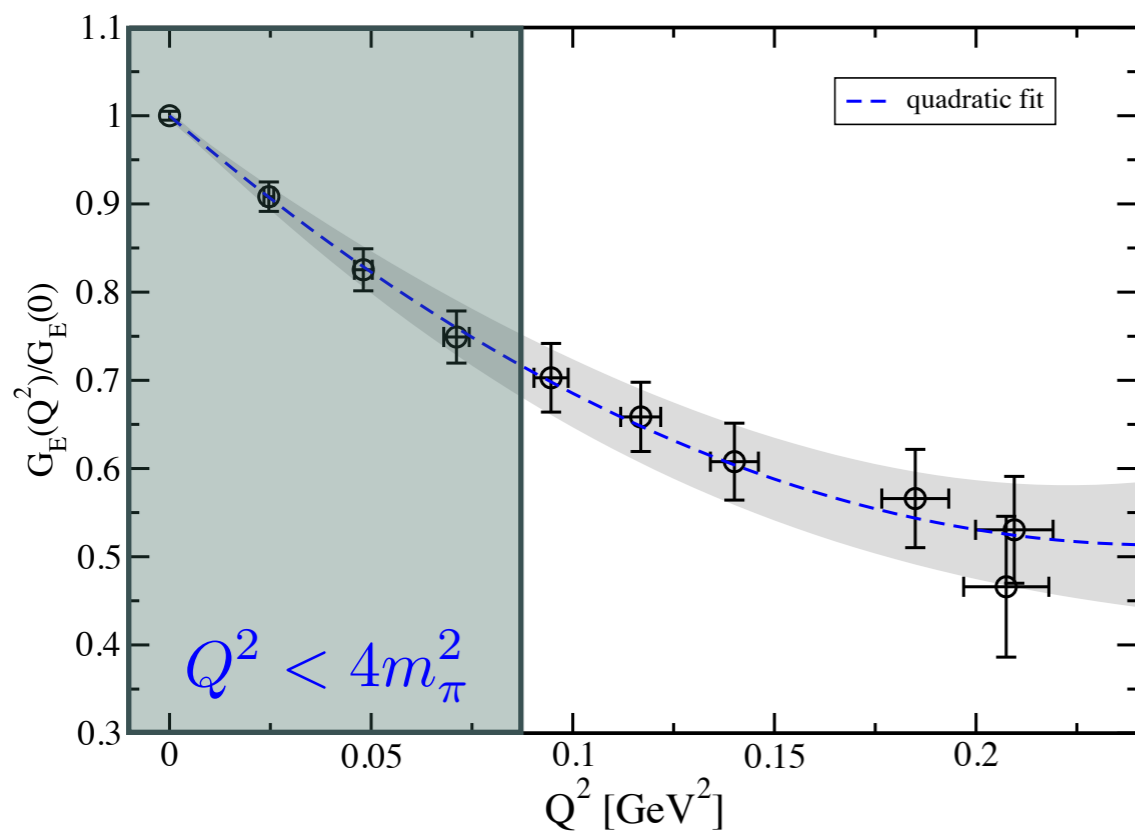
$$Q_{\min}^2 = 0.025(1) [\text{GeV}^2]$$



# 電氣的形状因子

$$G_E(Q^2)$$

$$Q_{\min}^2 = 0.025(1) [\text{GeV}^2]$$



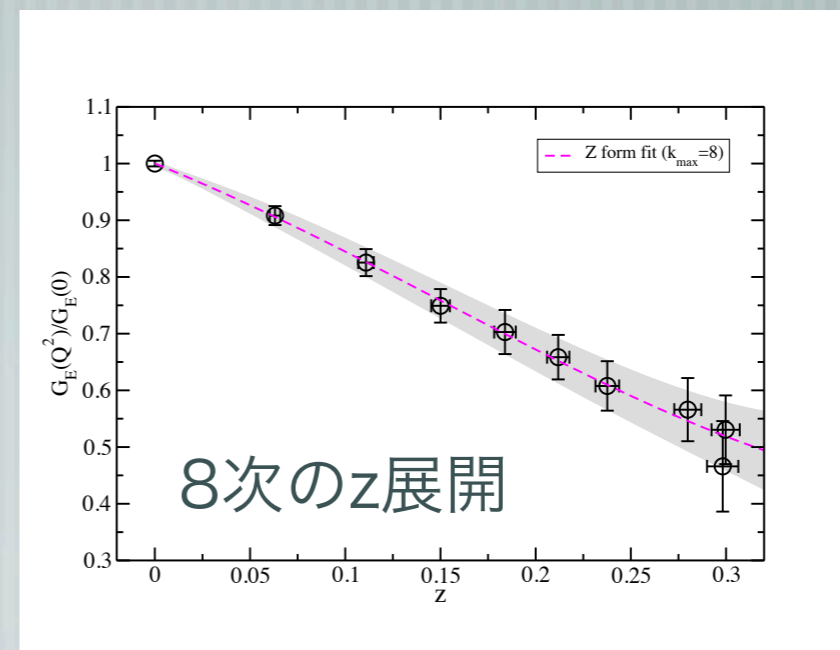
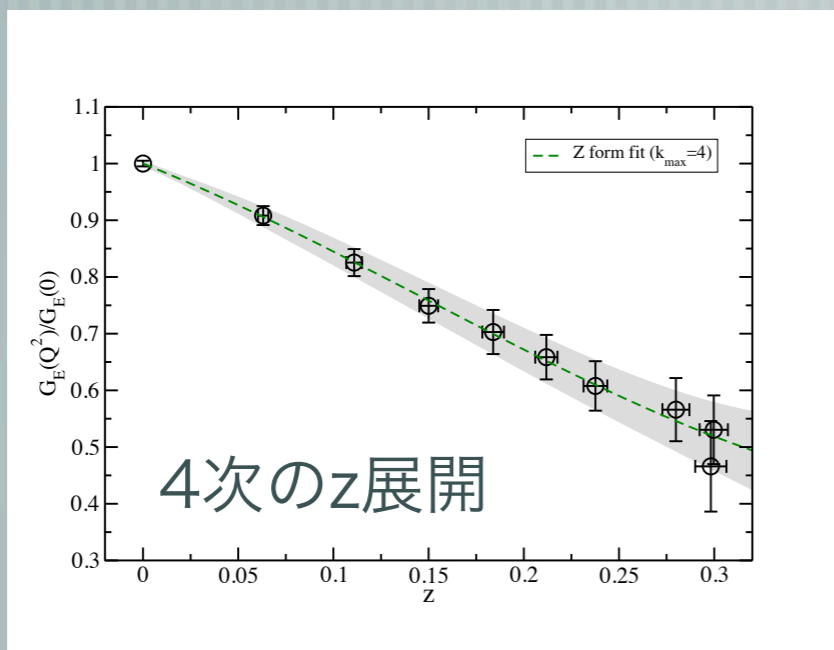
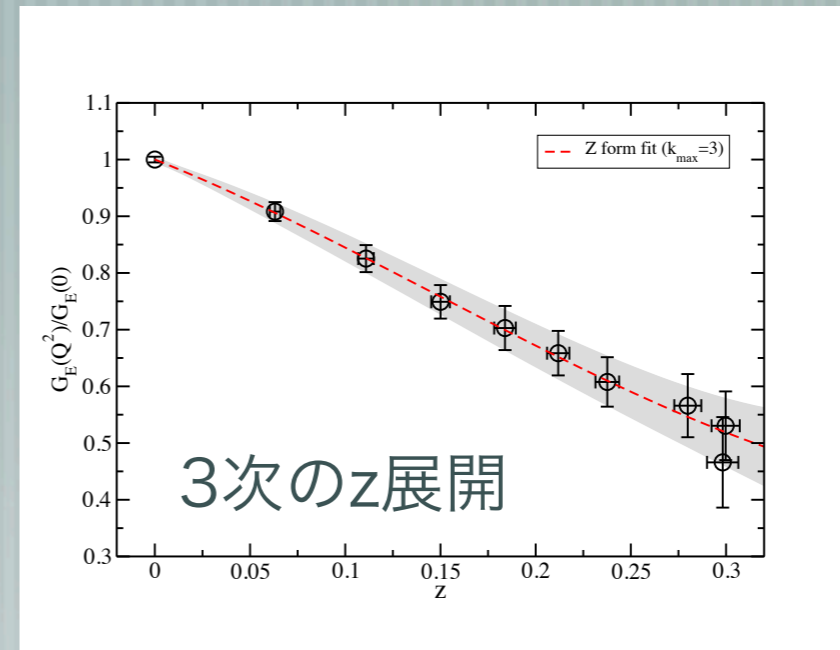
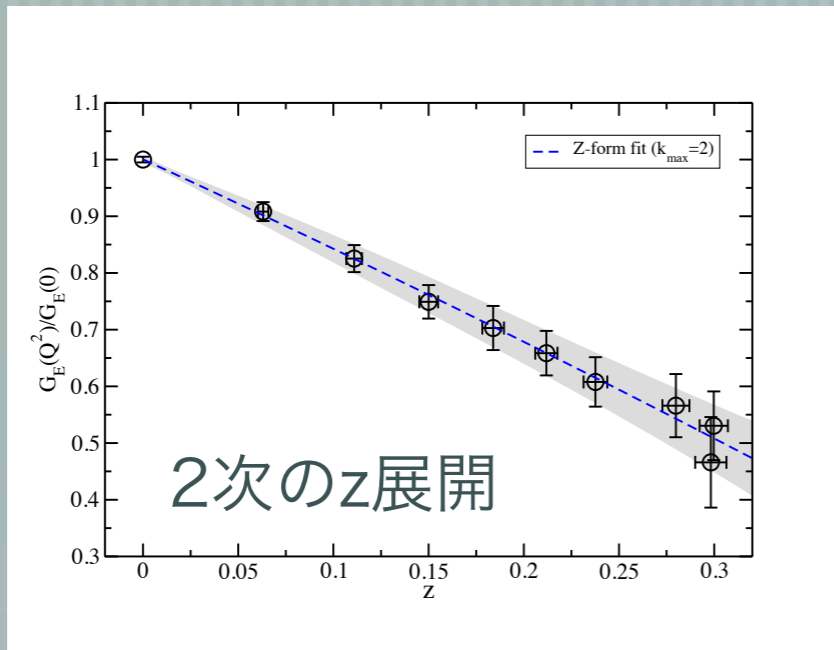
$$G_E(Q^2) = d_0 + d_2 Q^2 + d_4 Q^4$$

$$G_E(z) = a_0 + a_1 z + a_2 z^2$$

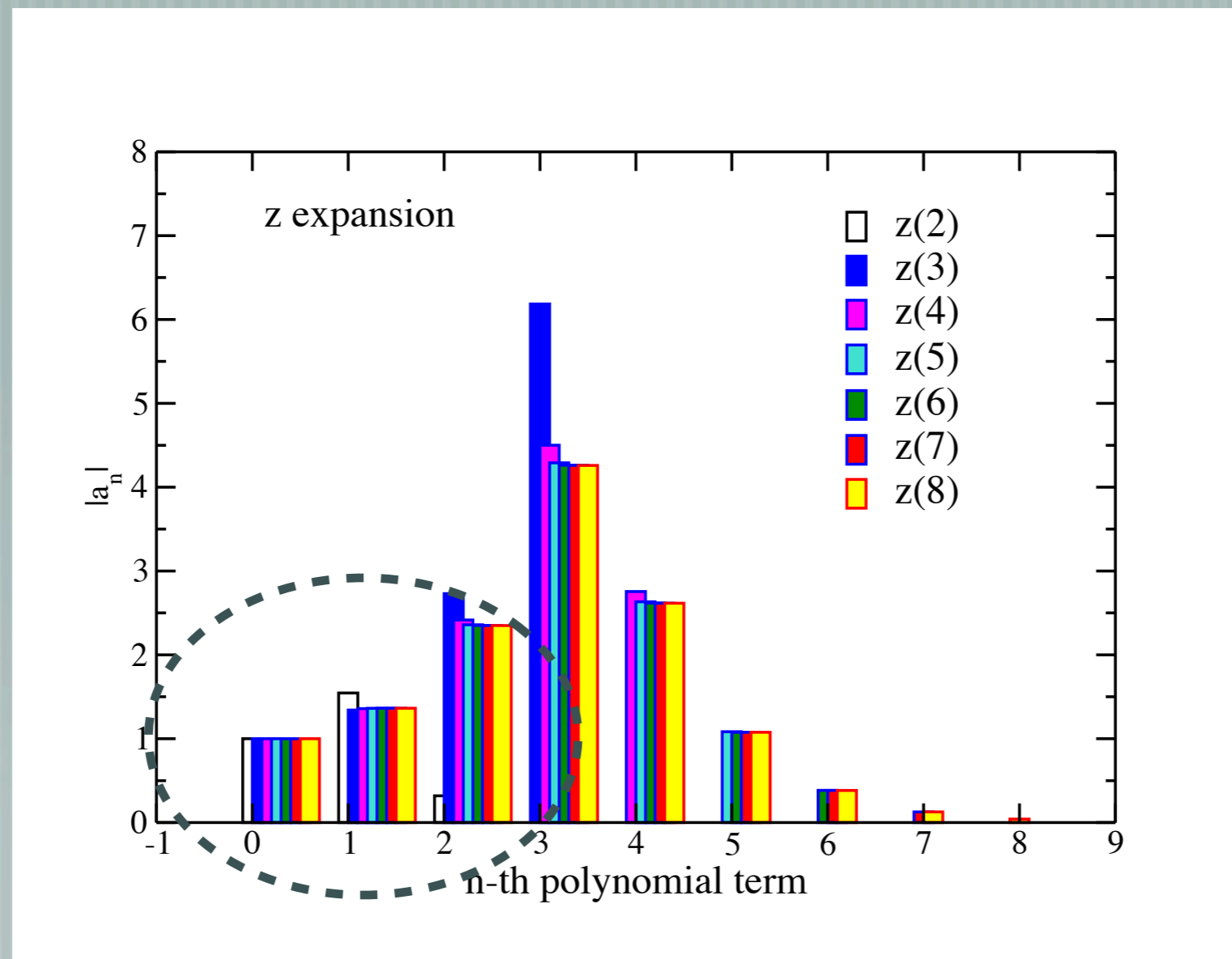


# 電氣的形状因子 $G_E(Q^2)$

データ数9

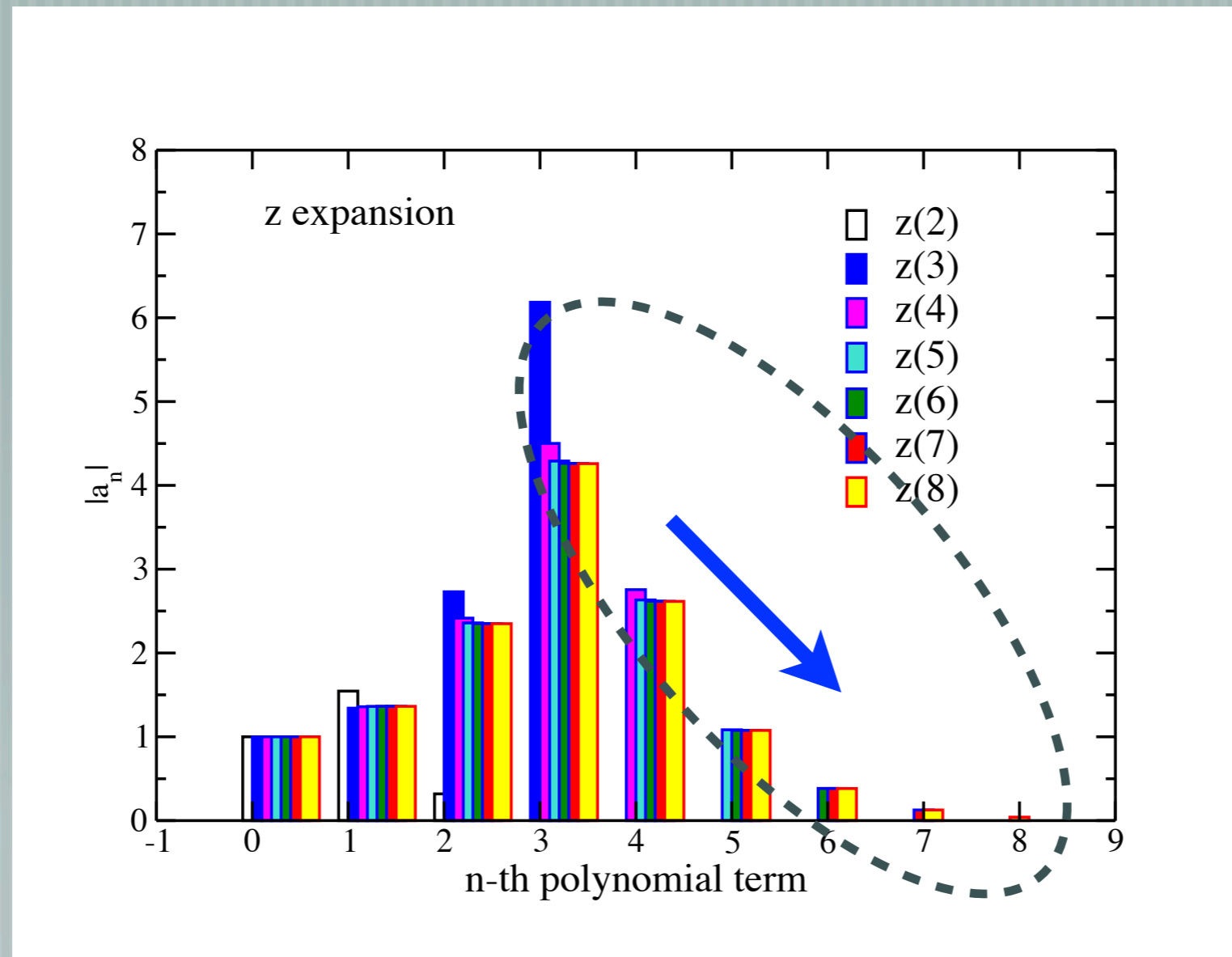


# z展開の係数の収束性



高次ベキの項数に依らず、低次ベキ項の係数の値が安定している

# z展開の係数の収束性



— [高次ベキの項数に依らず、低次ベキ項の係数の値が変化しない (安定性)]

— [係数が $a_3$ をピークに順次小さくなっている (速い収束性)]

# 核子の平均二乗半径

計算したアイソベクター形状因子に対する平均二乗半径は、陽子と中性子の電荷半径との間に以下の関係がある

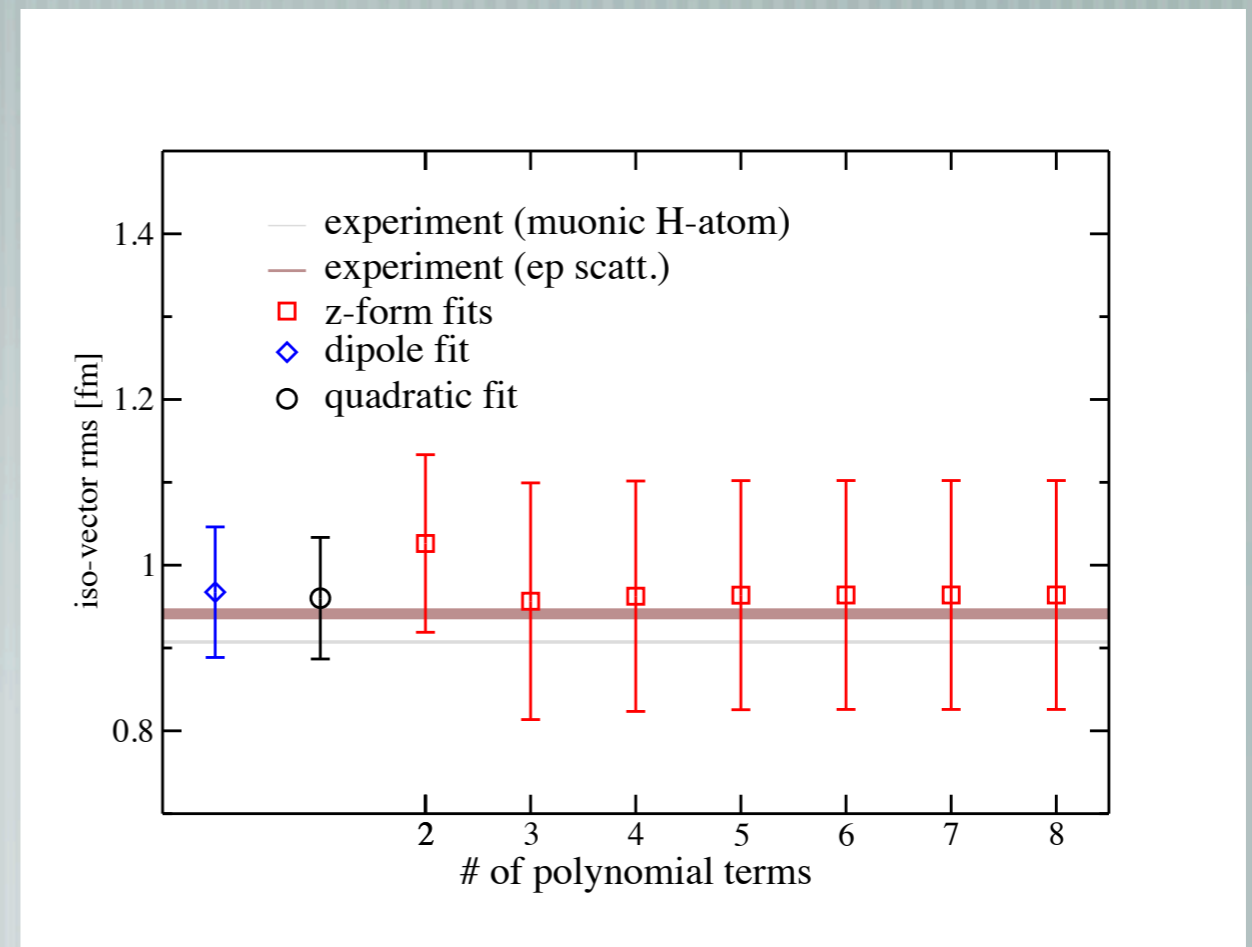
$$\langle (r_E^v)^2 \rangle = \langle (r_E^p)^2 \rangle - \langle (r_E^n)^2 \rangle$$

ただし、

$$\langle (r_E^v)^2 \rangle = -6 \left. \frac{\partial G_E(Q^2)}{\partial Q^2} \right|_{Q^2=0}$$

Root mean squared radius(RMS)

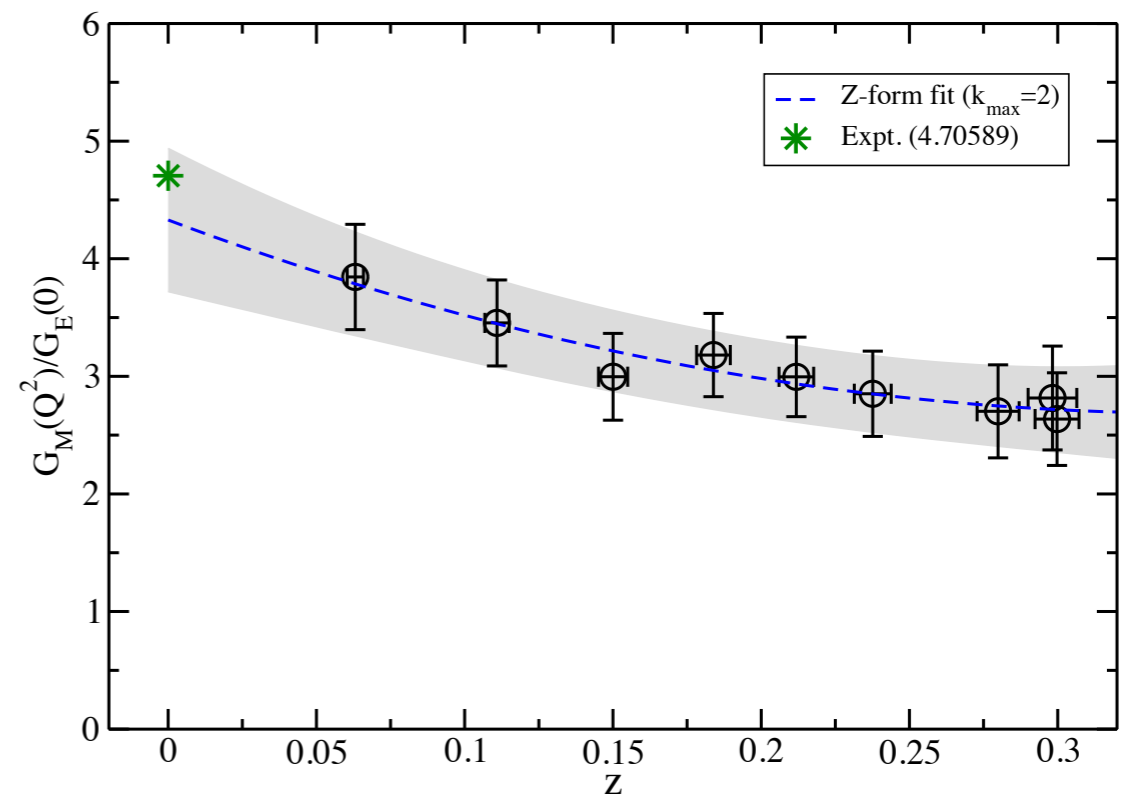
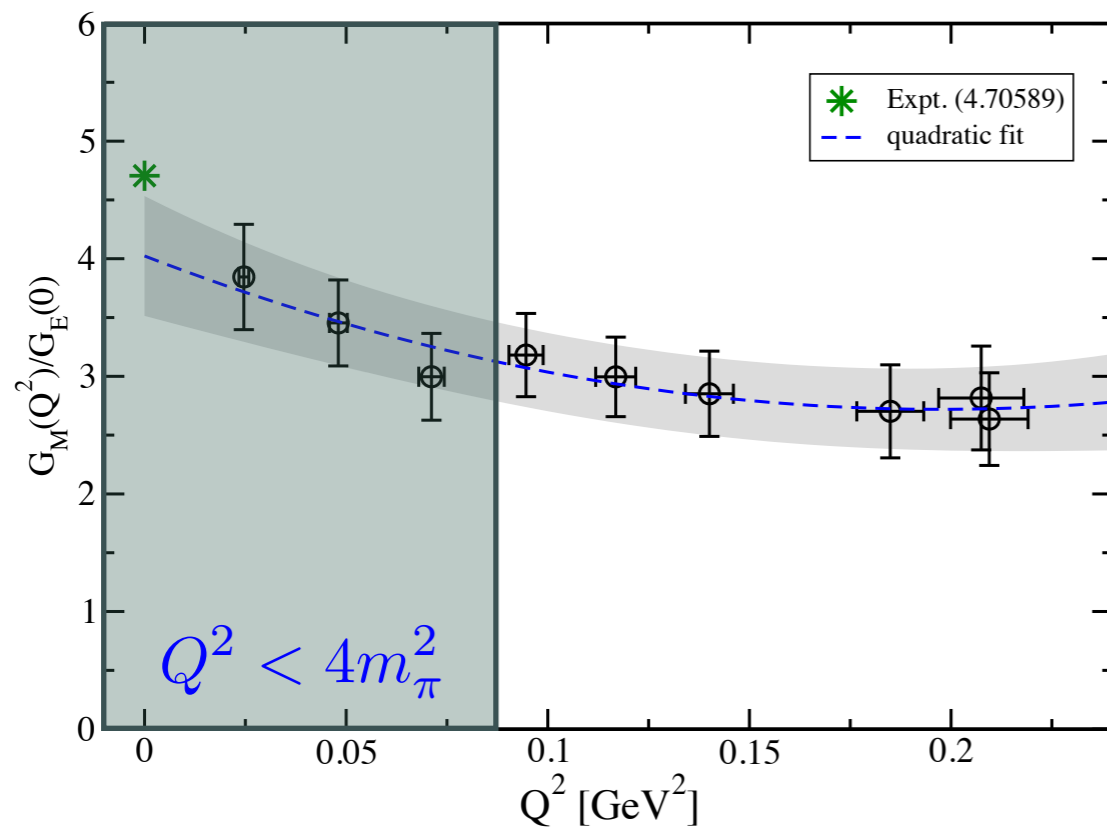
- $\sqrt{\langle r_E^2 \rangle} = \sqrt{-12c_1}$  for dipole fit
- $\sqrt{\langle r_E^2 \rangle} = \sqrt{-6 \frac{d_2}{d_0}}$  for quadratic fit
- $\sqrt{\langle r_E^2 \rangle} = \sqrt{-6 \frac{a_1}{a_0} \frac{1}{4t_{\text{cut}}}}$  for z-form fit



実験値と誤差の範囲で一致！

# 磁气的形状因子

$$G_M(Q^2)$$

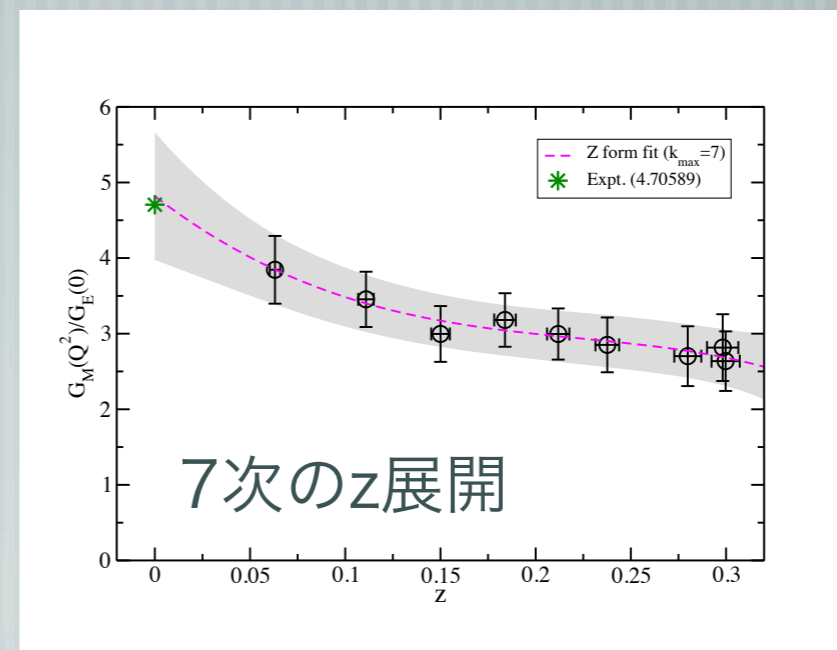
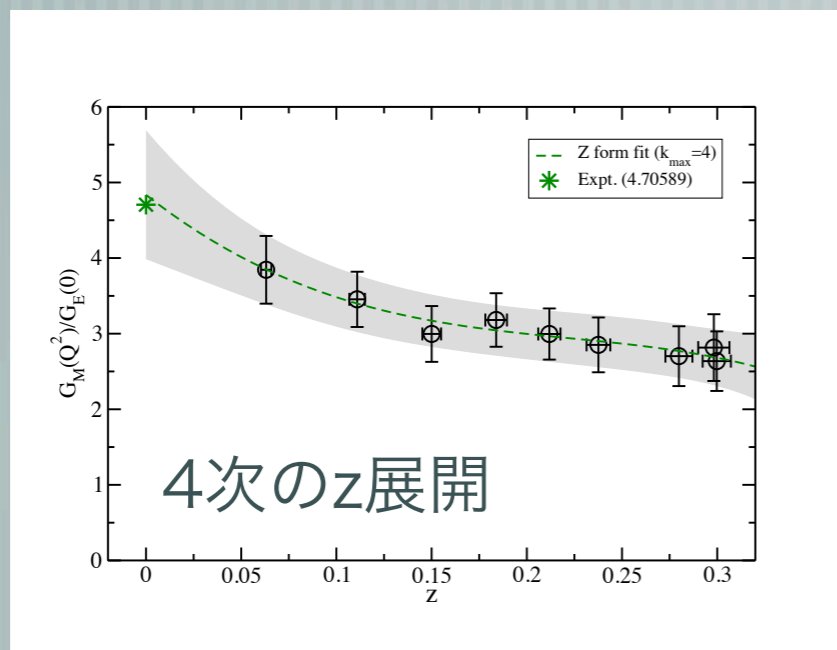
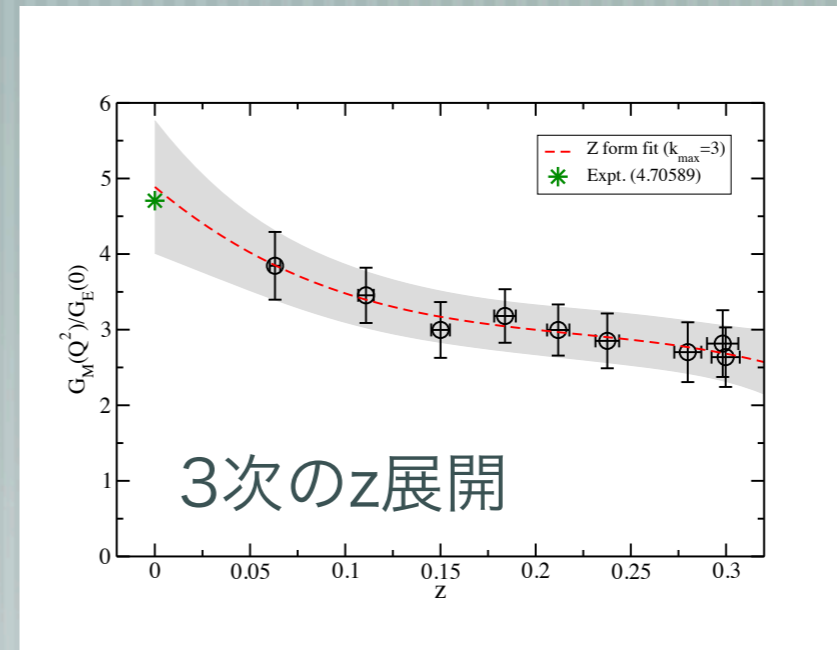
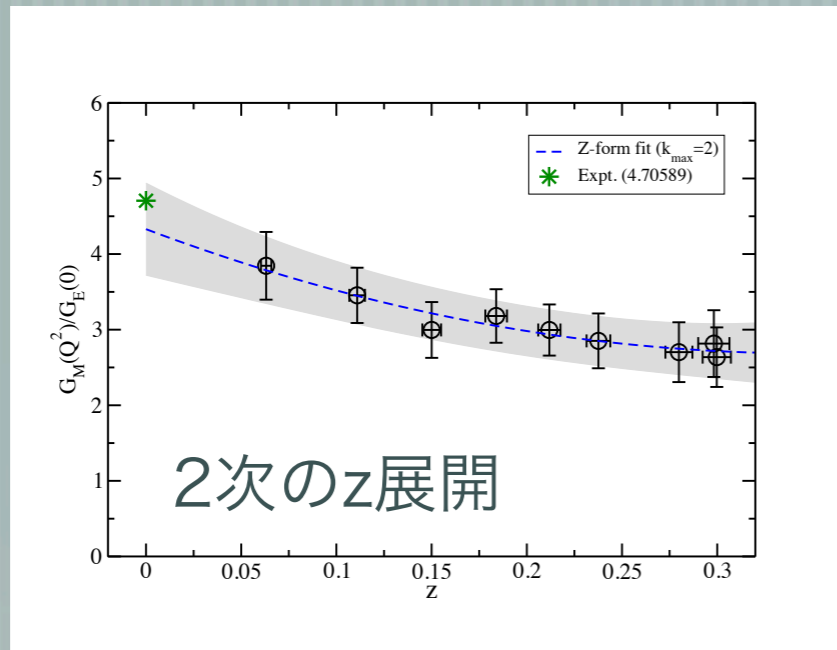


$$G_M(Q^2) = d_0 + d_2Q^2 + d_4Q^4$$

$$G_M(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2$$

# 磁氣的形状因子 $G_M(Q^2)$

データ数 8

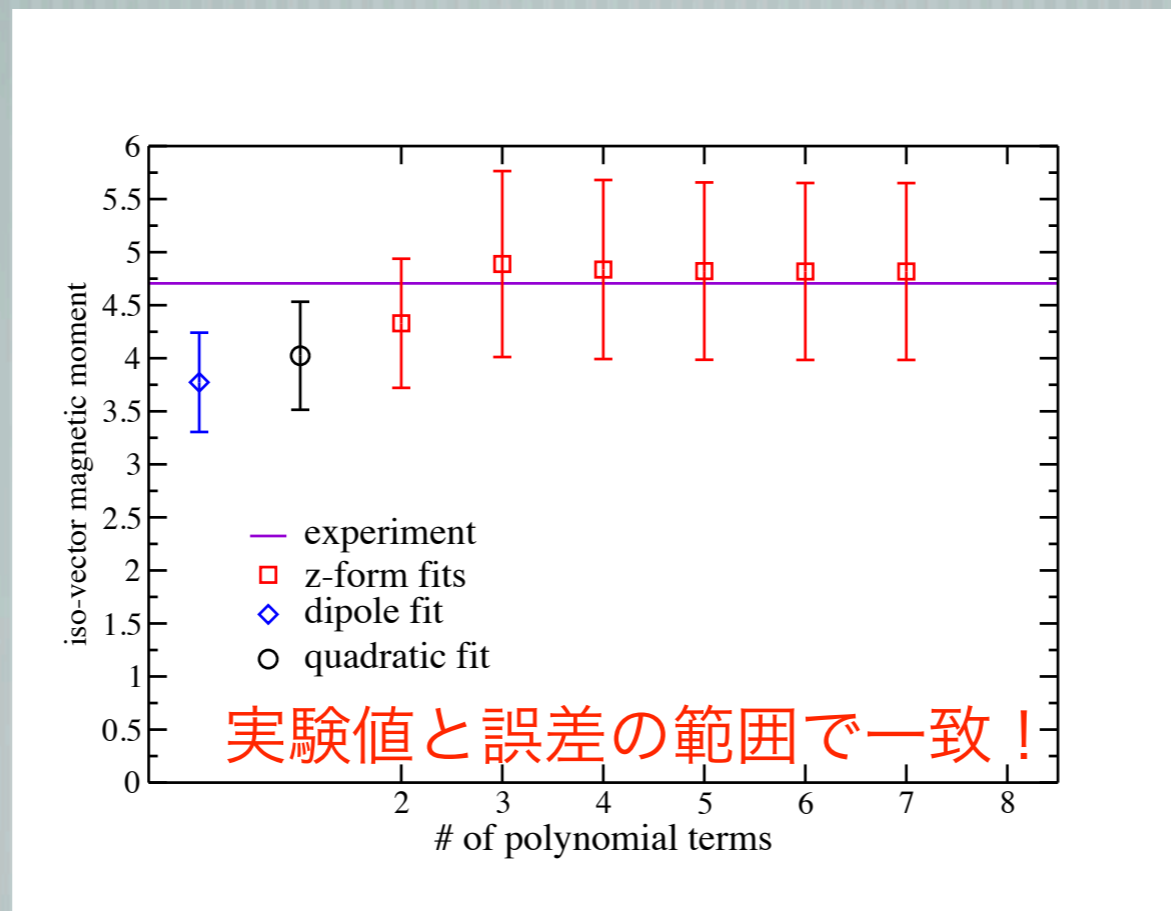


# 核子の磁気モーメント

計算したアイソベクター磁気形状因子のゼロ点は、陽子と中性子の磁気モーメントとの間に以下の関係がある

$$G_M(0) = \mu_p - \mu_n$$

ただし、ゼロ点のデータは計測不能なので、データの外挿が必要



# まとめ

— [ PACS collaborationによって生成されたゲージ配位を用いて核子形状因子の物理点近傍かつ巨大な空間体積による現実的な格子QCDシミュレーションをおこなった

- モデル依存性のないz展開法を用いて、
  - 電氣的形状因子より平均二乗半径
  - 磁氣的形状因子より磁気モーメント

が実験値を誤差の範囲で再現できていることが確認できた

→ 格子QCDにおける「核子の大きさ問題」はとりあえず解決！

→ ただし、現状での格子QCDにおけるRMSの統計誤差約16%は実験における約4%の相違に対してまだ4倍程度大きい

→ 現時点では104統計を2倍の約200統計まで計算を継続する予定