

1 Lattice QCD

格子 QCD は、4次元時空を離散化し、クォーク・グルーオンの自由度を格子上に配置することで、QCD を非摂動的に定義・計算する理論手法である。通常の格子 QCD シミュレーションにおいては、クォーク・グルーオンの量子化は経路積分によって定式化し、時間をユークリッド虚時間にすることで数値的なモンテカルロ積分を行う。QCD そのもののパラメータ (クォーク質量、結合定数) のみをインプットとし、摂動論に頼ることなく第一原理的な計算が可能なのが大きな特徴となっている。ただし、QCD は連続時空における場の量子論であるから、格子 QCD から最終的な予言を行うには、格子体積無限大の極限 (熱力学極限)、格子間隔無限小の極限 (連続極限) を取る必要がある。また、もしクォーク質量について (主に計算コスト上の理由で) 非物理的な値が用いられた場合は、物理点に向けて適切な外挿・内挿を取る必要がある。

格子 QCD は、核子など単体ハドロンの基底状態のスペクトラムについては既に精密物理の域に達しており、例えば (QED の効果も取り入れた上で) 陽子・中性子の質量差の再現などがなされている。核子構造の計算についても、物理的クォーク質量近傍で、熱力学極限、連続極限を取った定量的計算が行われつつあり、現在は精密計算に向けた大きな節目の時期とも言える。また後述するように、PDF などこれまで計算不可能と思われていた行列要素の計算も新たな理論定式化の進展により可能になりつつあり、格子 QCD 計算の結果は今後より一層大きなインパクトを与えていくものと思われる。

核子構造の計算では、核子の生成・消滅演算子を置いた (虚) 時間の間に、計算すべき行列要素に対応する演算子を挿入した 3 点相関関数を考えることが最も基本的な定式化であるが、Feynman-Hellmann の定理を用いることで 2 点相関関数の外場に対する応答として行列要素を計算するなど、他の定式化による計算も行われている。また、行列要素の計算では一般に繰り込み係数の決定も必要であり、従来は摂動計算による決定も多かったが、近年はこれも格子 QCD により非摂動的に計算されるようになってきている。ただし、計算すべき行列要素によっては演算子の混合に起因する系統誤差をコントロールするためにカイラル対称性が重要になったりするなど、格子定式化の詳細が結果の信頼性に影響する点について注意が必要である。

格子 QCD における核子構造計算について、ベンチマークともいえる役割を果たすのが軸性結合定数 g_A の計算である。これについては、過去の格子 QCD での計算では実験値を underestimate することが多く、クォーク質量の外挿、相関関数における励起状態の混合、有限体積効果など様々な系統誤差の可能性が指摘されてきた。ごく最近、全ての系統誤差をコントロールした格子計算の結果として、実験値と無矛盾な値が得られたという報告がなされており、(他の格子定式化による検証も必要であるが) その意義は大きい。 g_A と同様基本的なベンチマークとして長年計算されてきているのが電磁気形状

因子である。形状因子の運動量ゼロ付近での振る舞いは異常磁気能率や荷電核子半径と対応しているが、近年、電子 probe とミューオン probe によって陽子半径が異なるという陽子半径パズルが観測されるに及び、標準模型を超えた物理 (BSM) との関係からも新たな注目を集めている。現在の形状因子の格子 QCD 計算は、おおむね成功を収めているものの、クォーク質量依存性や励起状態の混合など、系統誤差の問題が課題であったり、物理的クォーク質量での計算では統計誤差が大きかったりするなど、実験値との精密な定量的比較をするにはまだ改善が必要である。これらの問題点については研究が精力的に進められており、将来的には、格子 QCD の結果が陽子半径パズルへインパクトを与えることが期待される。なお、従来は計算コストの比較的小さい connected diagram の計算のみを行い、行列要素としては isovector 要素のみを計算したり、isoscalar 要素は近似的に計算されることが多かったが、計算手法の進展により disconnected diagram の計算も可能になってきており、isoscalar 要素、各 quark flavor 毎の行列要素の決定が進展している。

標準物理を超えた物理という観点からは、核子の様々な行列要素の計算が重要である。例えば、テンソル行列要素、スカラー行列要素、陽子崩壊行列要素、中性子 EDM 行列要素、などの計算が行われている。これら行列要素の値自身は BSM の情報を含むわけではないが、これらの行列要素に結合するチャンネルと対応する実験結果から BSM に関する情報を引き出す (or BSM に制限を加える) 際に、必要となる量である。なお、実験へのインパクトという観点からは、例えば neutrinoless double beta decay 実験に見られるように、単に核子の行列要素だけでなく、原子核の行列要素の計算も重要であるが、格子 QCD で核子多体系を直接扱う際には励起状態の混合に起因する特殊な困難さがあり、その行列要素の計算手法の開発は今後の重要な課題として残されている。

核子構造において長年の課題となってきたのが、スピンパズルである。Ji のスピン和則に対応する行列要素は、クォークスピンは g_A から、クォーク/グルーオン角運動量は、エネルギー運動量テンソル演算子の行列要素から計算できる。また、同じ演算子について kinematics を変更すると核子の momentum fraction が計算できる。これらの計算は、disconnected diagram の計算の計算コストの大きさや、グルーオン行列要素の統計誤差の大きさなどから困難であったが、初めての全要素計算がクォーク質量の大きい領域でのクエンチ近似 QCD でなされ、その後ほぼ物理点での 2-flavor QCD での計算も行われた。これにより、クォークスピンだけでなく、クォークの軌道角運動量やグルーオンが実際に核子スピンを担っていることが示されている。今後は、繰り込みの取り扱いや動的ストレンジクォークの偏極効果、連続極限の計算などについて改善が必要である。

核子構造のより全貌を明らかにするには、パートン分布関数 (PDF) を決定することが望ましい。因子化によって、高エネルギー反応過程は摂動論に

よって計算できるが、低エネルギー行列要素の PDF は非摂動的物理量のため、格子 QCD による決定のインパクトは非常に大きい。しかし、格子 QCD はユークリッド虚時間で定式化されているため、light cone 上で定義された PDF を直接計算することはできず、これまではモーメントの計算に限られていた。この場合、もし無限次のモーメントの計算まで可能であれば PDF の情報に変換することが可能であるが、高次のモーメントの計算においては、より低次のモーメントとの演算子混合を避けることができず、これは連続極限で発散するような系統誤差をもたらすため、実質的には数次のモーメントの計算しか不可能であった。

これは原理的に解決不可能な問題と考えられていたが、最近、 J_i によって新しい計算定式化がなされた。これは、PDF の定義として無限運動量系を用い、一方、格子では無限運動量系での計算は不可能なので、十分大きな、しかし有限な運動量における quasi-PDF を定義する。PDF と quasi-PDF は同一ではないが、この 2 つを、Large-Momentum 有効理論によってマッチングを行うことで、PDF の計算を行うという手法である。この新しい定式化による格子 QCD 計算も実際に行われており、有望な結果が得られている。マッチングにおける系統誤差をどのようにコントロールするのが良いかなど、様々な研究課題はあるが、今後大きな発展が見込まれる。

以上のような格子 QCD 計算において、その発展を支えるもう一つの鍵は、スーパーコンピュータの性能向上に伴う数値計算の高速化・大規模化である。今後の発展においても、ハードウェアの開発・整備、さらにソフトウェアの開発が重要であり、その長期的なサポート体制を維持発展させていくことが必要である。