

中性子星の磁気圏に おける電子散乱

矢田部 彰宏（早稲田大学）

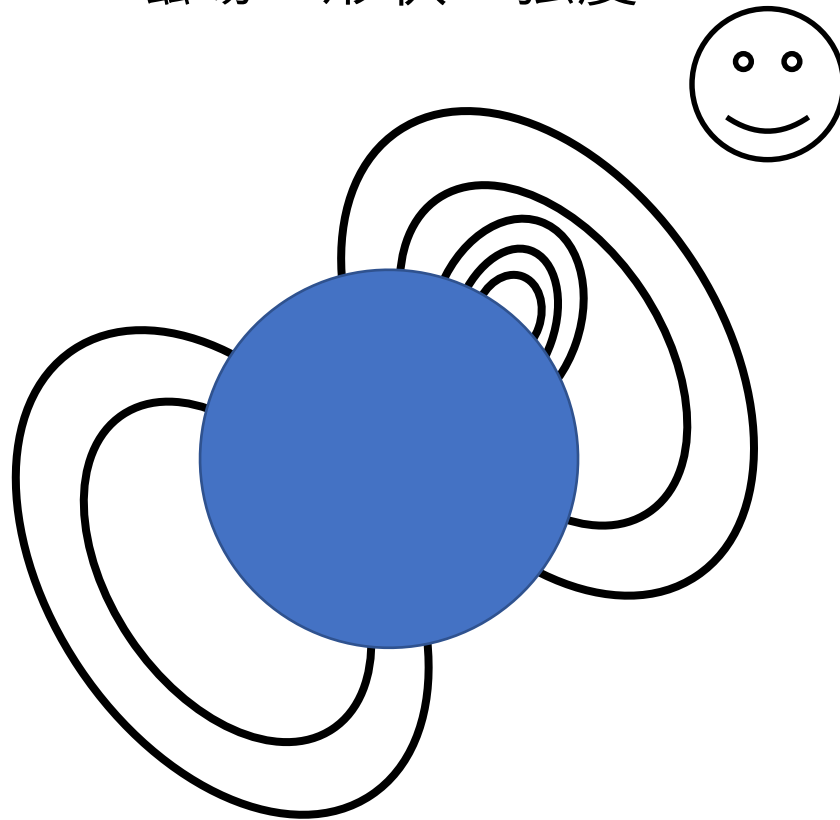
共同研究者：木坂 将大（青山学院大学）

藤澤 幸太郎（早稲田大学）

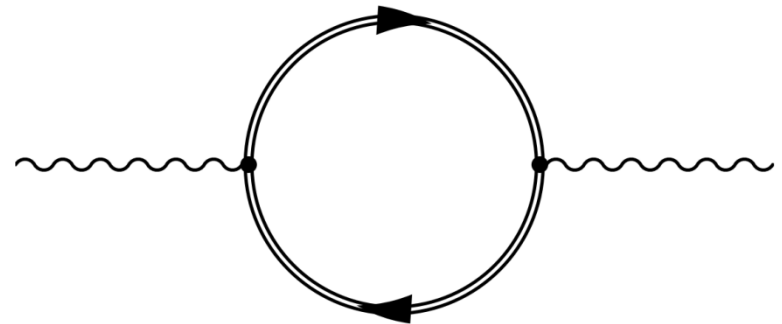
大まかな目的

中性子星、特に強磁場をもつマグネターの磁場の形状・強度を観測結果をもとに理解したい。また、（地上では作ることのできない）強い磁場のもとでの物理過程にも興味がある。

磁場の形状・強度



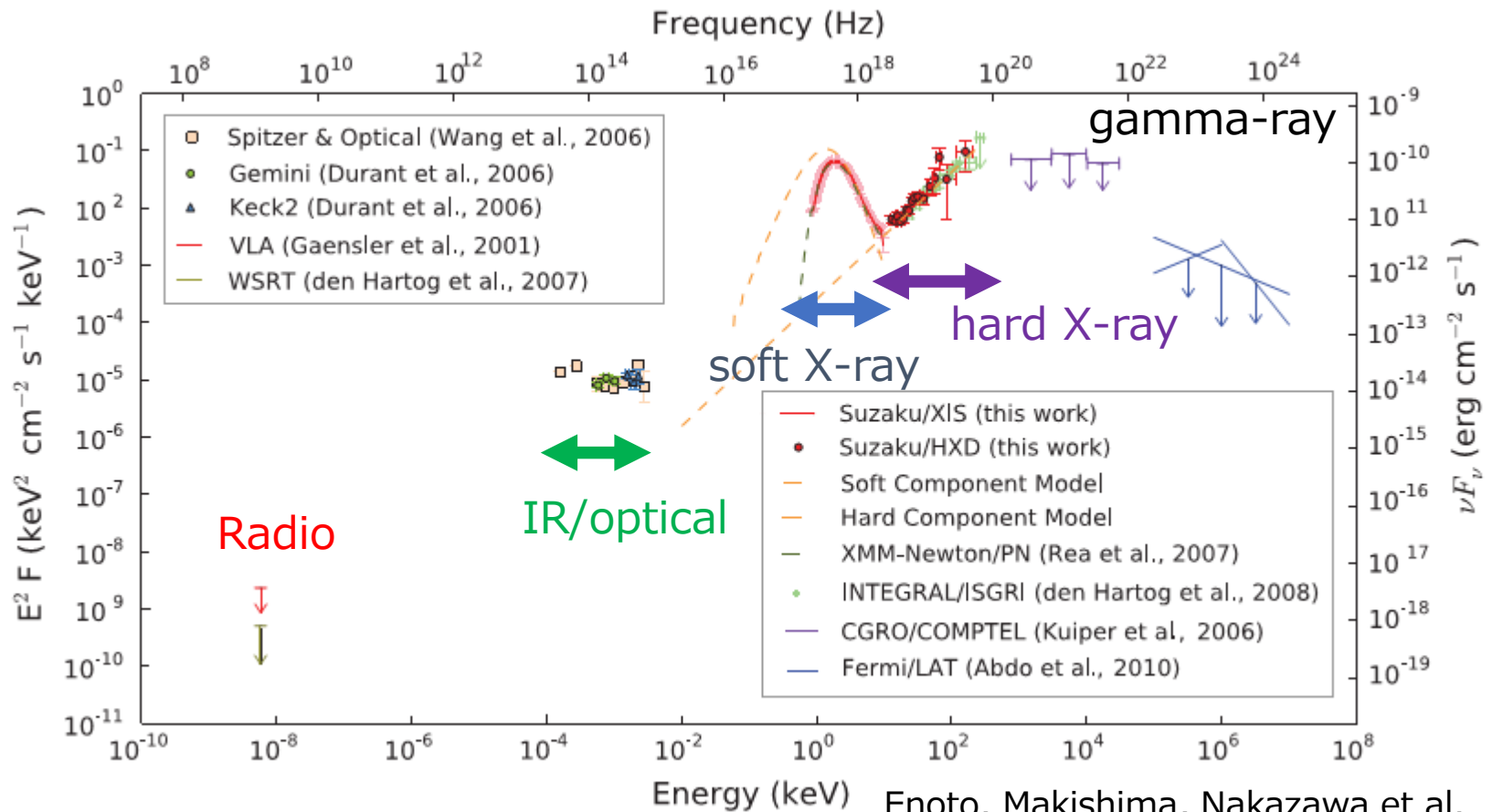
強磁場での物理



マグネターの放射スペクトル

マグネターは主にX線を放射する

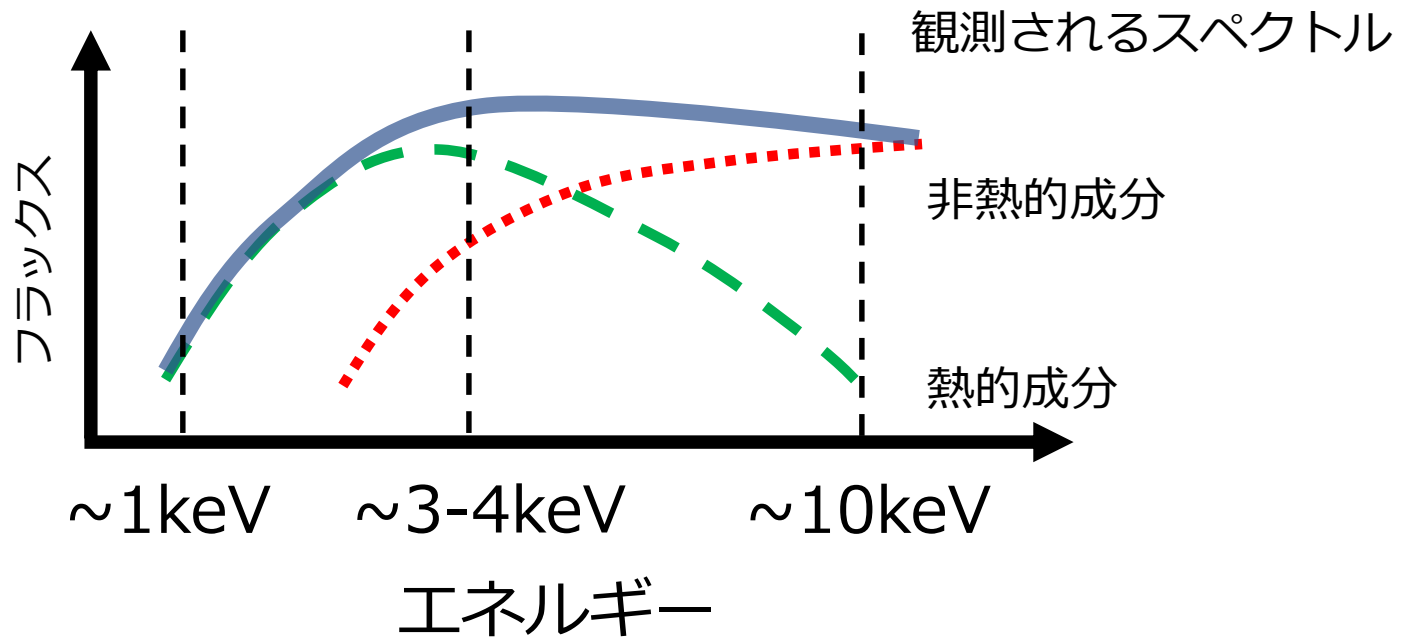
Broadband spectrum of a magnetar 4U 0142+61



Enoto, Makishima, Nakazawa et al.
PASJ 63 (2011) 387

マグネターのスペクトル

マグネターの軟X線 ($\sim 1\text{-}10\text{keV}$) スペクトルは熱的成分と非熱的成分をもつことが多い。

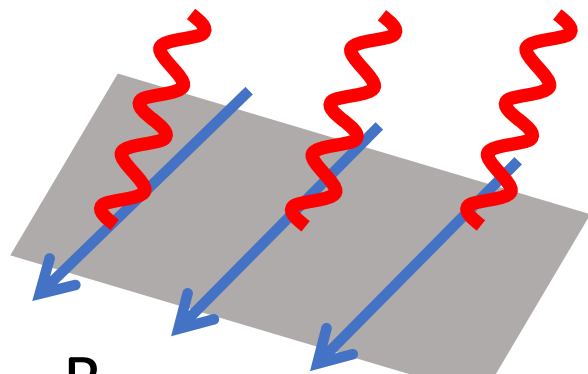


熱的成分はマグネター表面から出ていると考えられ、非熱的成分は周囲の磁気圏での散乱などの原因で作られていると考えられている。

軟X線での偏光観測衛星 (IXPE, eXTP) が計画されている。

マグネターの表面放射は偏光している

偏光した表面放射



B_0

J. Lodenquai et al. ApJ 190 (1974) 141

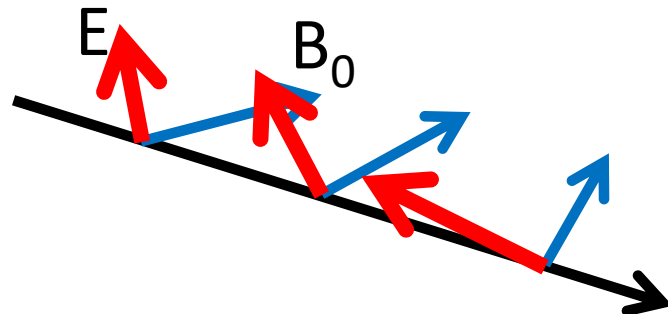
磁気圏

大気

中性子星

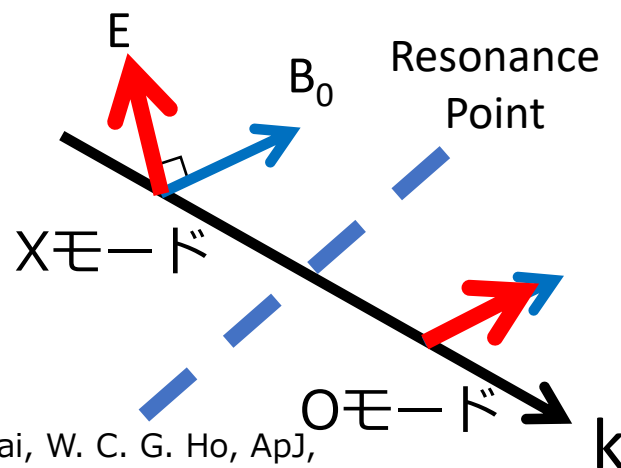
$\sim 10\text{km}$ $\lesssim 10\text{cm}$

磁気圏における偏光の発展



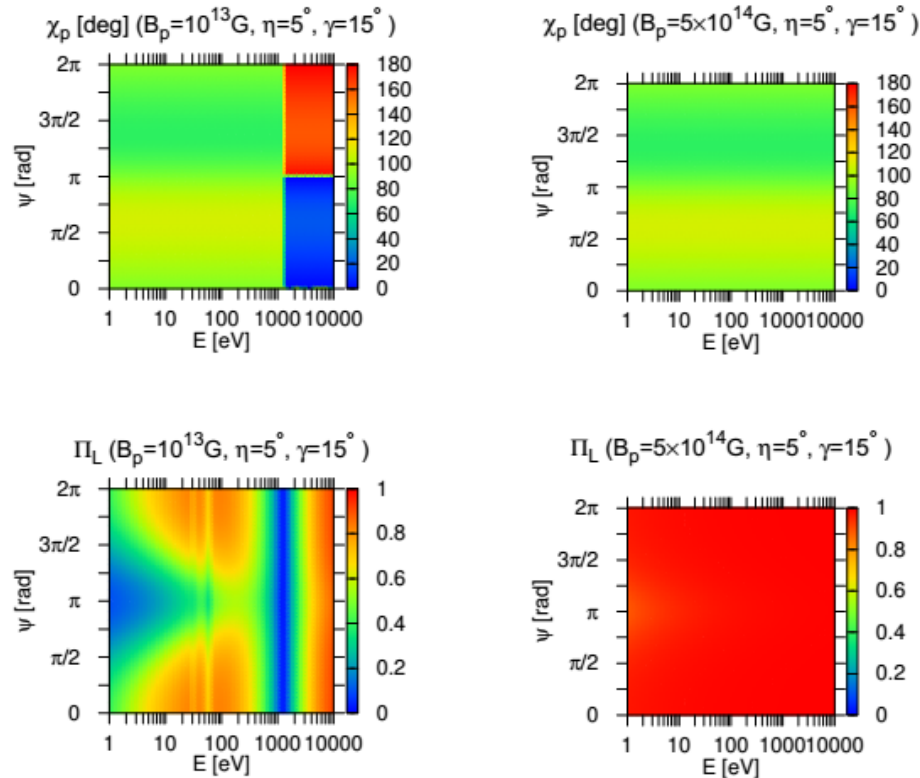
J. S. Heyl, N. J. Shaviv, PRD 66 (2002) 023002
R. Taverna et al. MNRAS 454 (2015) 3254

偏光モードの変換



D. Lai, W. C. G. Ho, ApJ, 588 (2003) 962

軟X線領域またはそれより低エネルギーでのマグネターの表面放射の偏光



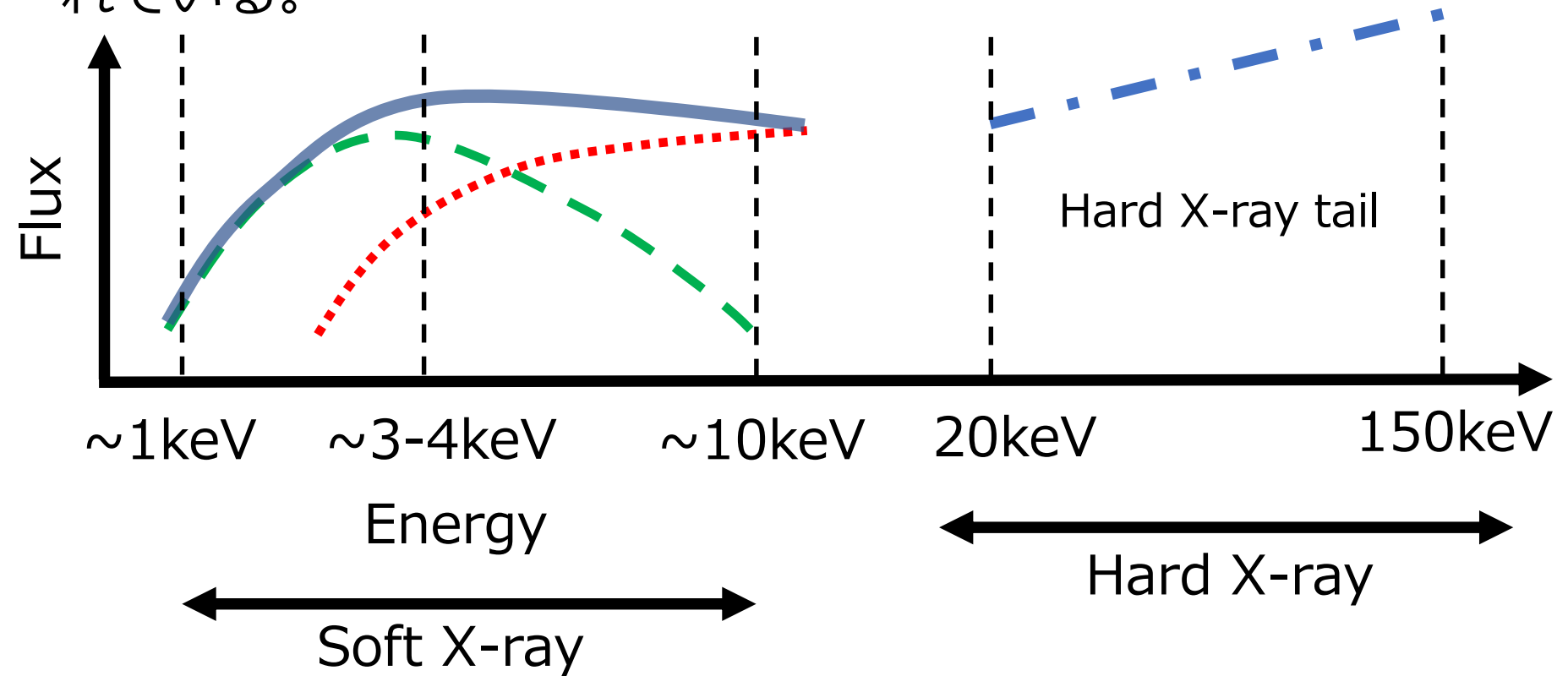
次世代の軟X線偏光観測衛星では

$B \gtrsim 10^{14}$ Gのマグネター⇒高い偏光度

$B \lesssim 10^{13}$ Gの中性子星⇒モードの変換

マグネター放射の非熱的成分

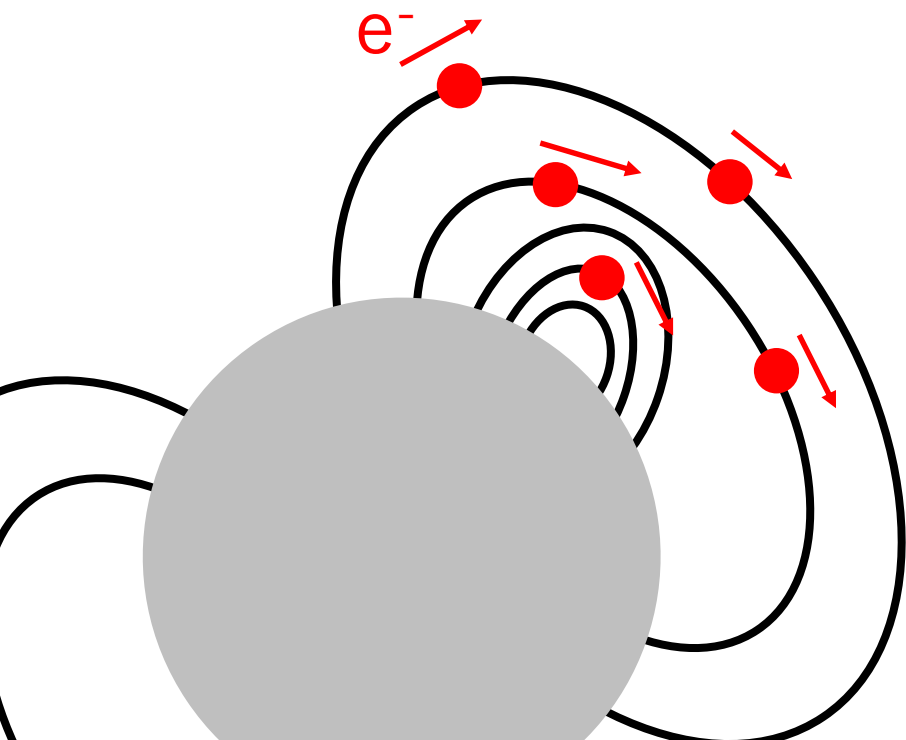
硬X線(20-150keV)のスペクトルが観測されているものもあり、こちらは表面から放射される熱的成分ではないと考えられている。



硬X線での偏光観測はかにパルサーに対してはすでに行われている。(PoGOlite Pathfinder, PoGO+, AstroSat CZI Imagerなど)

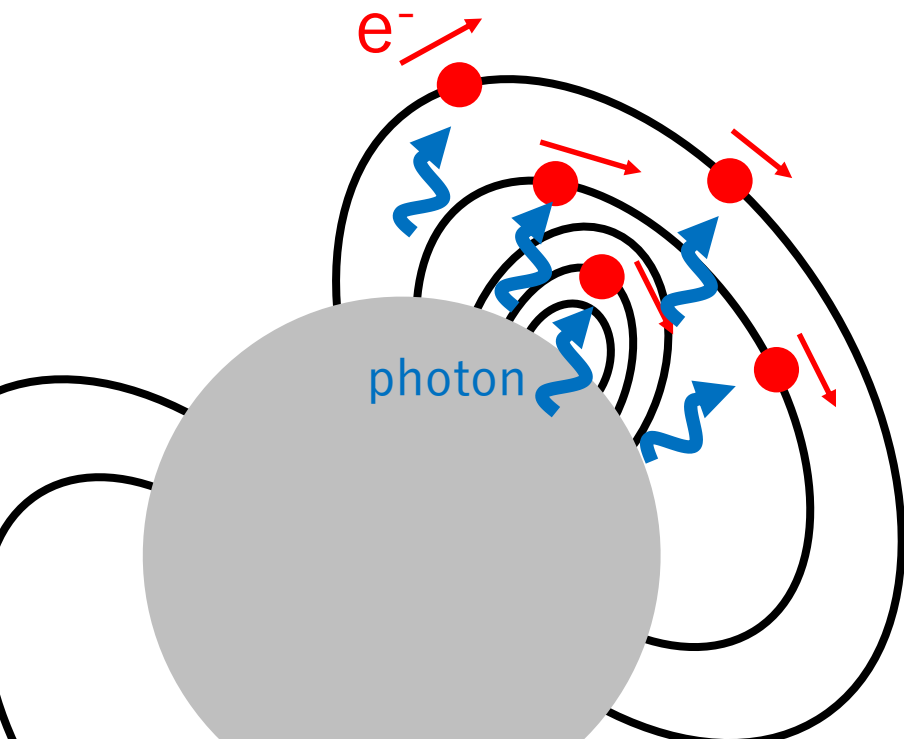
マグネター放射の非熱的成分

非熱的成分の原因は解明されていないが、磁気圏での電子による散乱ではなにかとされている。



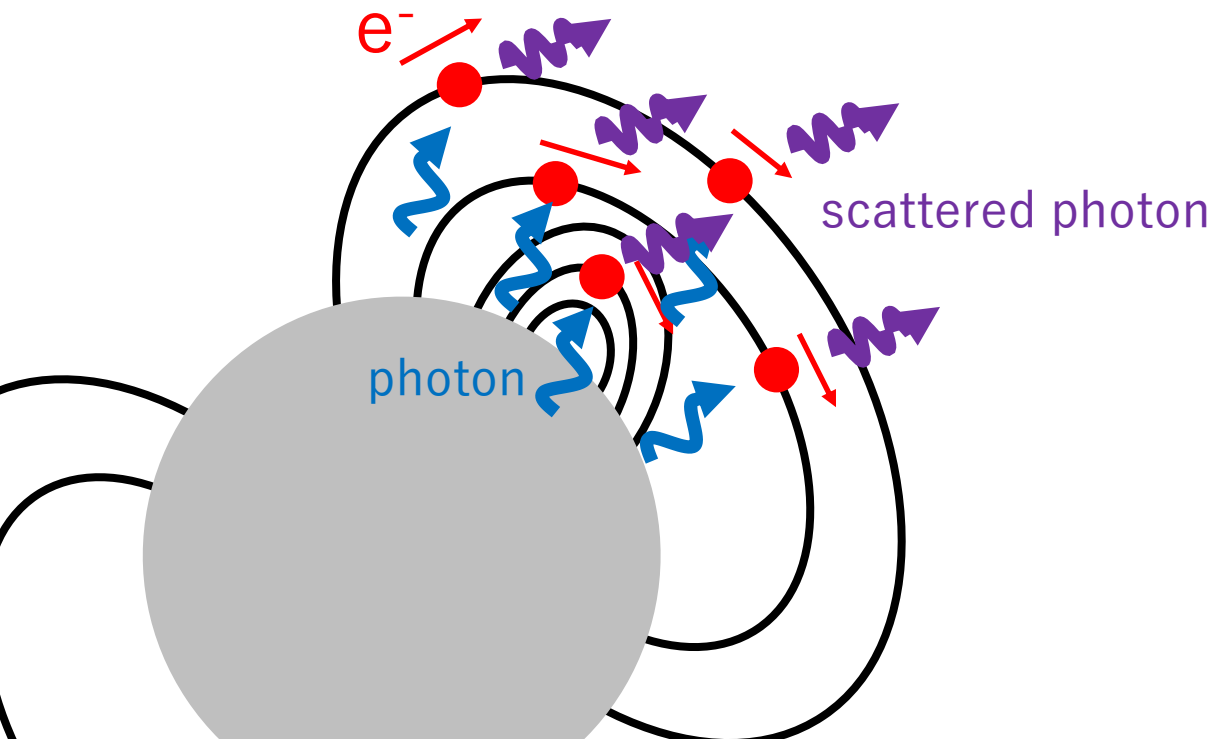
マグネター放射の非熱的成分

非熱的成分の原因は解明されていないが、磁気圏での電子による散乱ではなにかとされている。



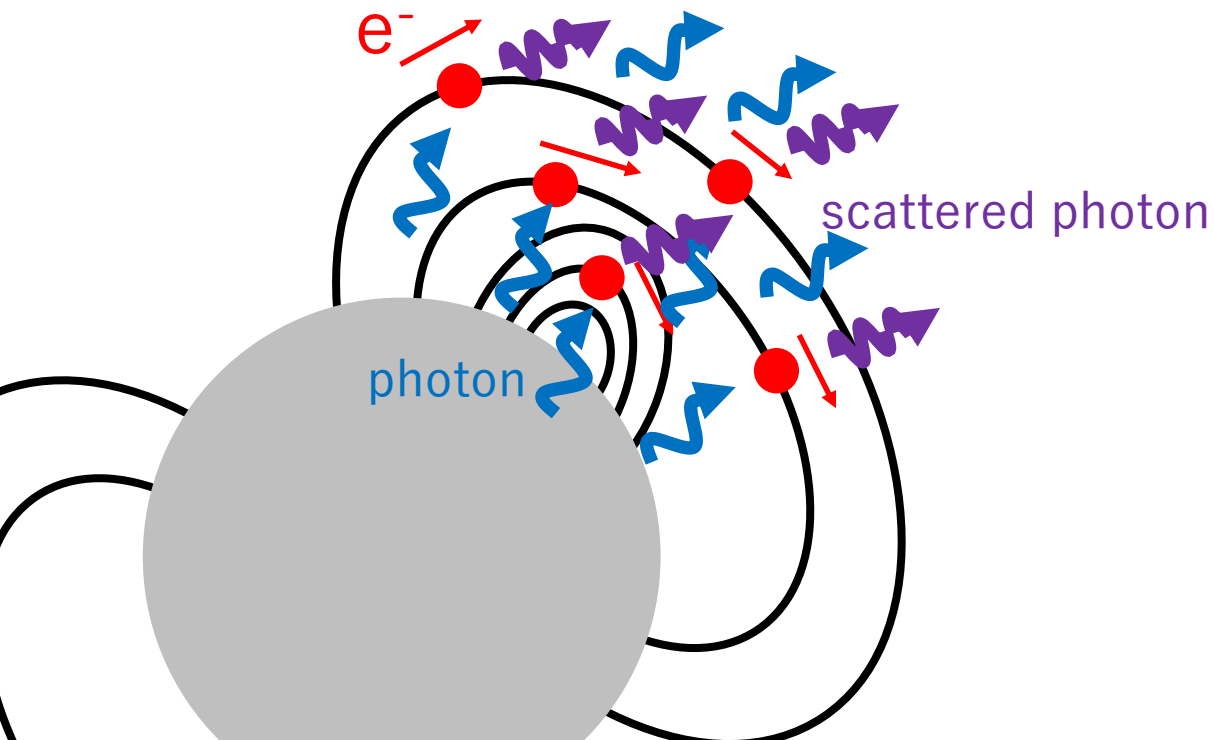
マグネター放射の非熱的成分

非熱的成分の原因は解明されていないが、磁気圏での電子による散乱ではないかと思われる。



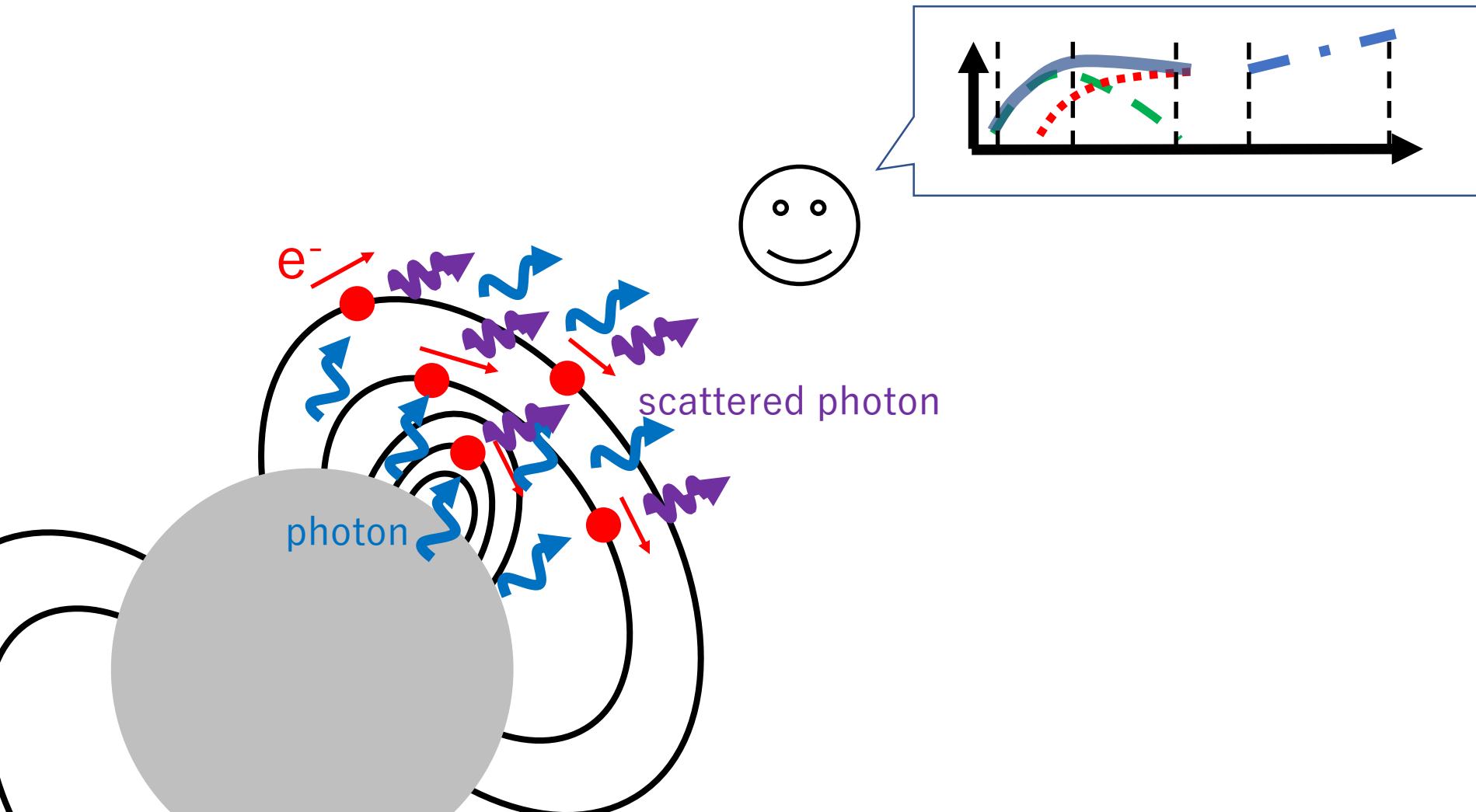
マグネター放射の非熱的成分

非熱的成分の原因は解明されていないが、磁気圏での電子による散乱ではないかと思われる。

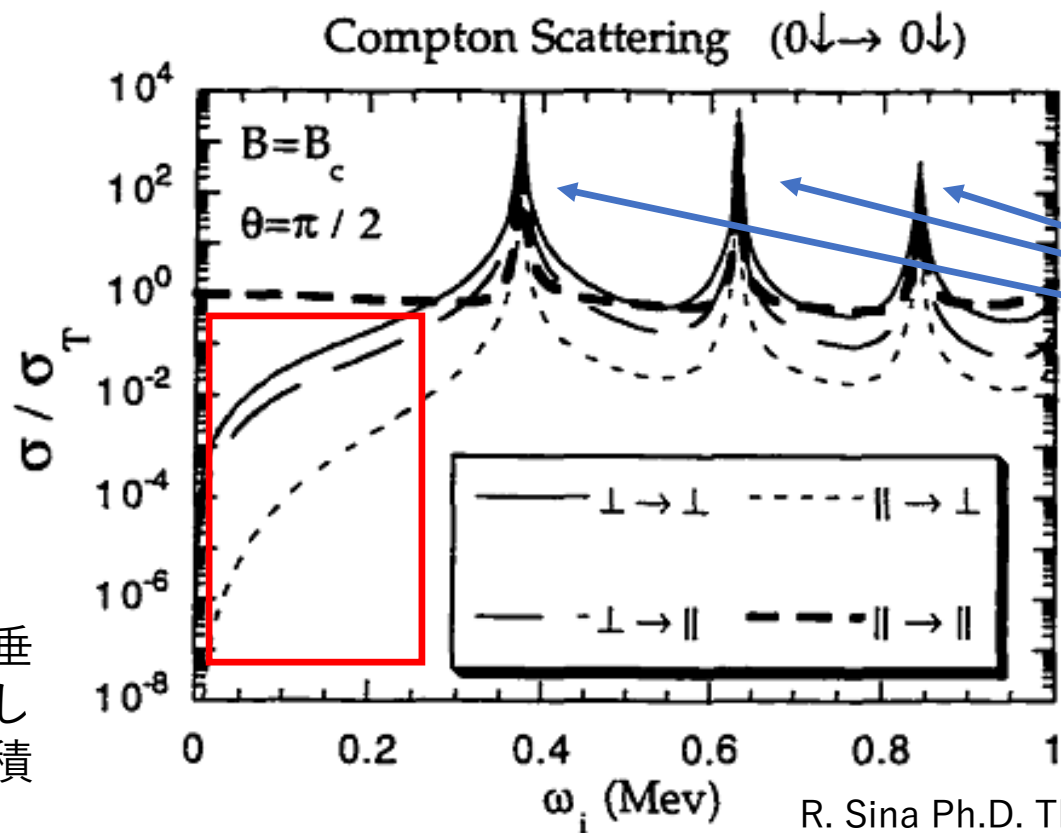


マグネター放射の非熱的成分

非熱的成分の原因は解明されていないが、磁気圏での電子による散乱ではないかと思われる。



磁場中のコンプトン散乱



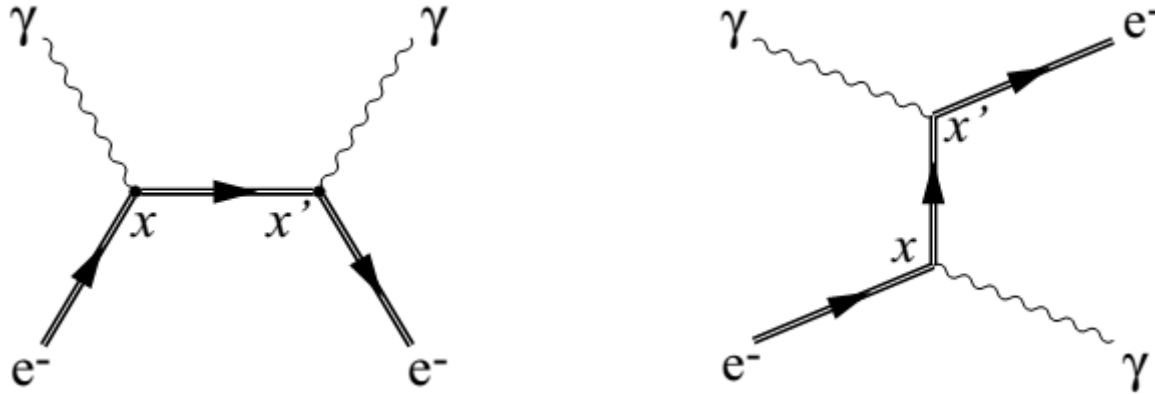
サイクロトロン振動数
に関連した共鳴

磁場に対して垂
直な偏光に対し
ては反応断面積
が抑えられる

R. Sina Ph.D. Thesis (1996)
Fig. 3.3

磁場中のコンプトン散乱の計算方法

ファインマンダイアグラムを描き、対応するS行列を計算する。



$$S_A = -e^2 \int d^4x d^4x' \left[\bar{\Psi}_f(x') \gamma_\mu A_f^\mu(x') G(x' - x) \gamma_\nu A_i^\nu(x) \Psi_i(x) \right]$$

$$S_B = -e^2 \int d^4x d^4x' \left[\bar{\Psi}_f(x') \gamma_\mu A_i^\mu(x') G(x' - x) \gamma_\nu A_f^\nu(x) \Psi_i(x) \right]$$

波動関数は磁気モーメントの固有状態であるSokolovとTernovによる波動関数を使う。これはスピンを区別した状態を扱うことができ、電子と陽電子を変えることもできる。

プロパゲータは波動関数の積で表したままで、頂点同士をつなげていくように計算する。

光子の波動関数は磁場による分散関係の変化は小さいので、真空と同じとする。

磁場中のコンプトン散乱の計算方法

S行列

$$S_{fi} = \frac{-e^2}{2L^3 \sqrt{\omega_i \omega_f}} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 2\pi \sum_{n=0}^{\infty} (Z_{c1}(n)e^{i\Phi} + Z_{c2}(n)e^{-i\Phi}) \\ \times \delta(k_{iy} - k_{fy} - \frac{a_i}{\lambda^2} + \frac{a_f}{\lambda^2}) \delta(k_{iz} - k_{fz} - p_f + p_i) \delta(E_i + \omega_i - E_f - \omega_f)$$

$$Z_{c1}(n) = \frac{D_{u,u}^{nf,nn,sf,sn}(\mathbf{k}_f) H_{u,u}^{nn,ni,sn,si}(\mathbf{k}_i)}{\omega_i + E_i - (E_{n1} - i\Gamma_n/2)} + \frac{D_{u,v}^{nf,nn,sf,sn}(\mathbf{k}_f) H_{v,u}^{nn,ni,sn,si}(\mathbf{k}_i)}{\omega_i + E_i + (E_{n1} - i\Gamma_n/2)} \\ Z_{c2}(n) = \frac{H_{u,u}^{nf,nn,sf,sn}(\mathbf{k}_i) D_{u,u}^{nn,ni,sn,si}(\mathbf{k}_f)}{-\omega_f + E_i - (E_{n2} - i\Gamma_n/2)} + \frac{H_{u,v}^{nf,nn,sf,sn}(\mathbf{k}_i) D_{v,u}^{nn,ni,sn,si}(\mathbf{k}_f)}{-\omega_f + E_i + (E_{n2} - i\Gamma_n/2)}$$

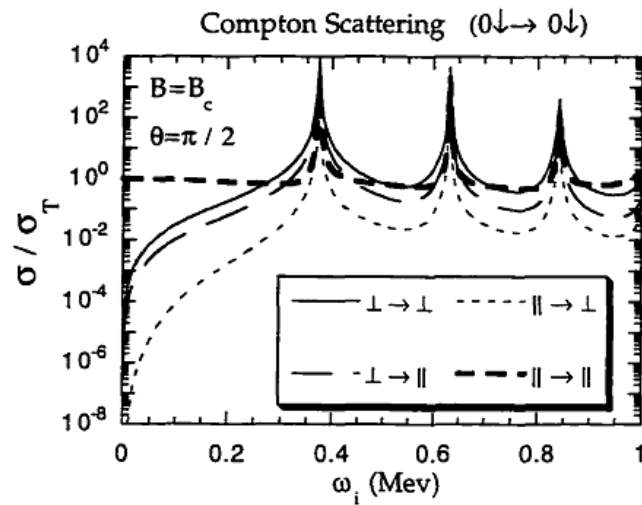
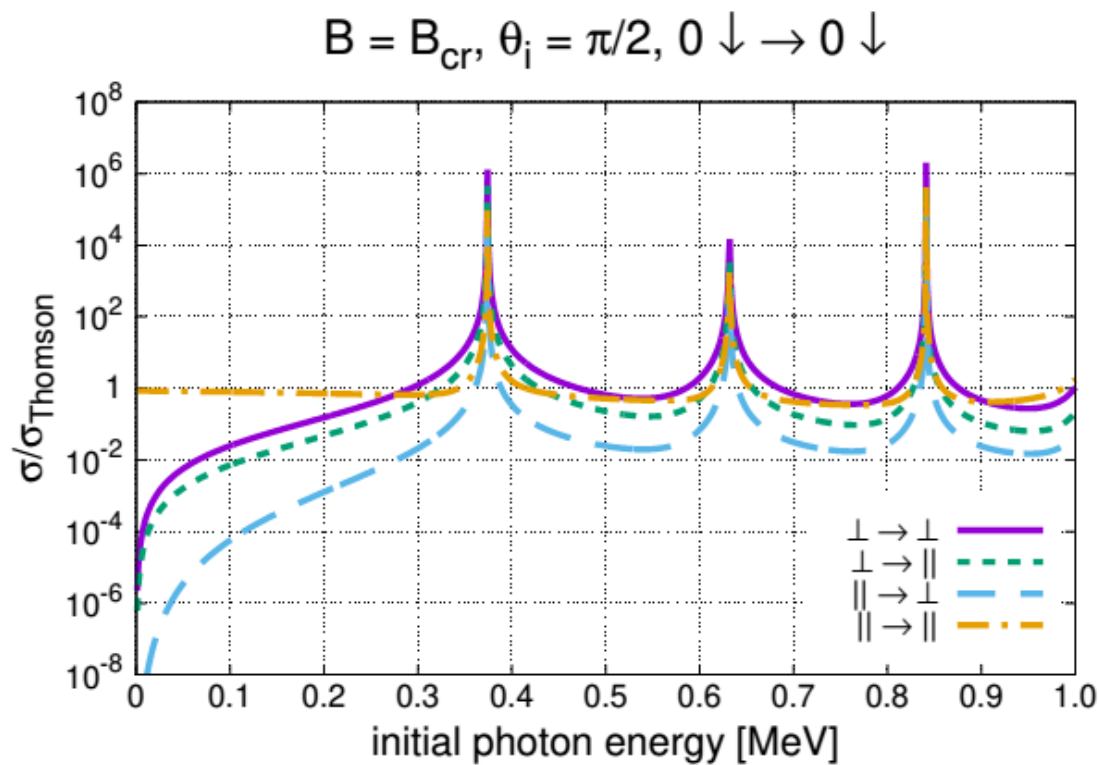
$$\Phi = \frac{\lambda^2}{2} k_{\perp i} k_{\perp f} \sin(\varphi_i - \varphi_f) \\ + \frac{1}{2} (n_i + n_f - 2n_n)(\varphi_i - \varphi_f)$$

散乱断面積

$$\sigma = \int \frac{L^3}{1 - \beta_i \cos \theta_i} \frac{|S_{fi}|^2}{T} \frac{L^3 d^3 k_f}{(2\pi)^3} \frac{L dp_f}{2\pi} \frac{L da_f}{2\pi \lambda^2}$$

$$\sigma = \int \frac{e^4}{16\pi^2} \frac{\omega_f}{\omega_i} \frac{1}{(1 - \beta_i \cos \theta_i)(1 - \beta_f \cos \theta_f)} \left| \sum_{n=0}^{\infty} (Z_{c1}(n)e^{i\Phi} + Z_{c2}(n)e^{-i\Phi}) \right|^2 d\Omega_f$$

磁場中のコンプトン散乱の再現



マグネター放射の非熱的成分

例えば、磁気圏における散乱によってできるスペクトルや偏光の計算は、Wadiasingh+(2018)で磁力線にそって運動する相対論的電子によるものは求められている。ここでは、一本の磁力線による寄与を求めていて、散乱断面積はQEDの効果をもすべて含めたものの近似の式を使っている。

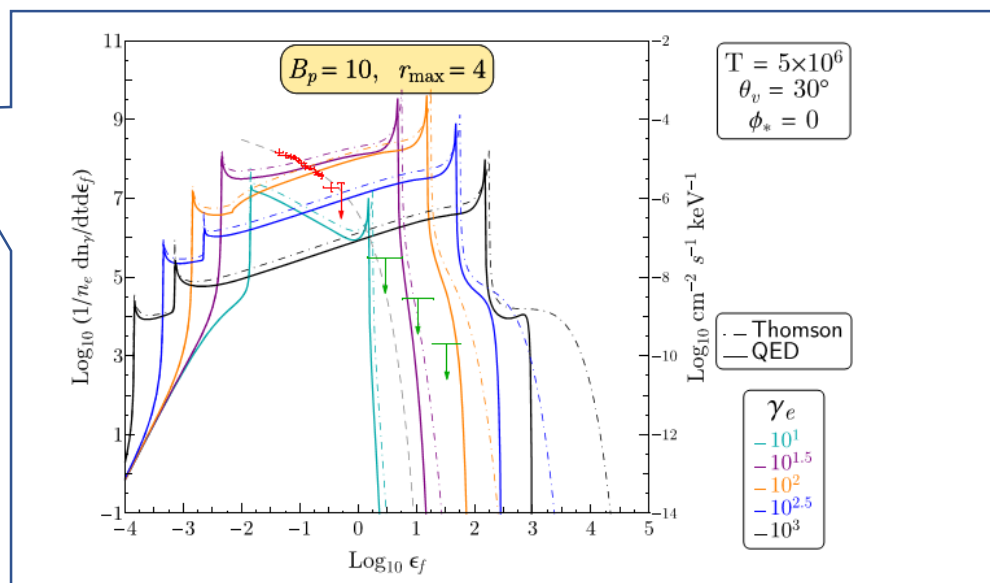
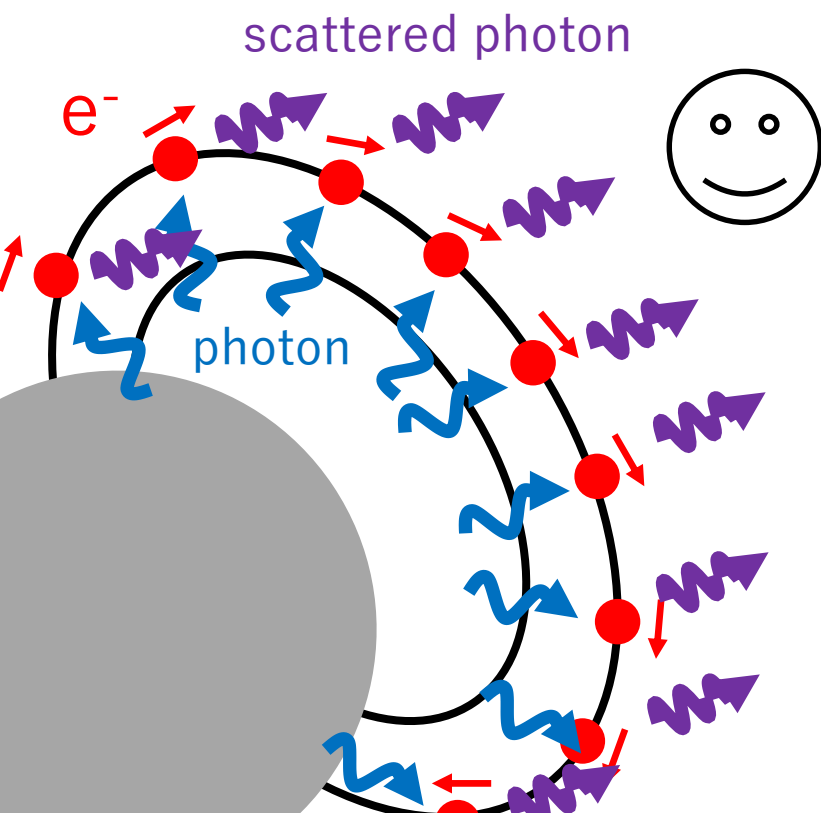
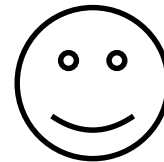
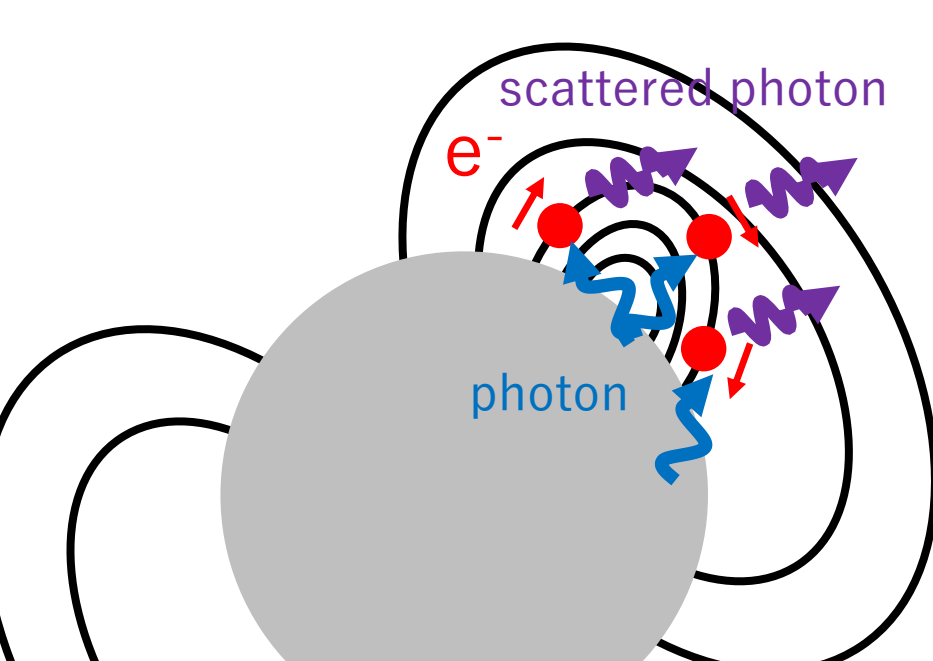


Fig. 6 of Z. Wadiasingh, M. G. Baring, P. L. Gonthier et al., ApJ, (2018) 854, 98.

本研究のモチベーション

Wadiasingh+(2018)ではダイポール磁場の磁力線を考えているが、トロイダル成分をもつねじれた磁力線の場合など、ダイポール磁場以外の磁力線の場合のスペクトルや偏光の寄与はどのようになるだろうか。



まずは先行研究を再現したい

磁気圏中でのコンプトン散乱

散乱によるスペクトルは衝突積分によって評価できる。衝突積分は大まかには以下のようにかける。

$$\begin{aligned} \frac{dN_\gamma}{dt \, d\varepsilon_f} = & n_e n_s \, c \int_{\mu_l}^{\mu_u} d\mu_f \int_{\mu_-}^{\mu_+} d\mu_i f(\mu_i) \\ & \times \delta[\omega_f - \omega'(\omega_i, \theta_f)] \frac{1 + \beta_e \mu_i}{\gamma_e (1 + \beta_e \mu_f)} \frac{d\sigma}{d(\cos \theta_f)}. \end{aligned}$$

磁気圏中でのコンプトン散乱

散乱によるスペクトルは衝突積分によって評価できる。衝突積分は大まかには以下のようにかける。

エネルギーごとの単位時間あたりに
放射される光子の個数

$$\frac{dN_\gamma}{dt d\varepsilon_f} = \underbrace{n_e n_s c}_{\text{電子と光子の個数密度} \times \text{相対速度}} \underbrace{\int_{\mu_l}^{\mu_u} d\mu_f}_{\text{散乱後の光子の角度の積分}} \underbrace{\int_{\mu_-}^{\mu_+} d\mu_i}_{\text{散乱前の光子の角度の積分}} \underbrace{f(\mu_i)}_{\text{角度ごとの分布関数}}$$

電子と光子
の個数密度

相対速度

$$\times \delta[\omega_f - \omega'(\omega_i, \theta_f)]$$

終状態の光子
のエネルギー
は動力学から
決まっている

$$\frac{1 + \beta_e \mu_i}{\gamma_e (1 + \beta_e \mu_f)}$$

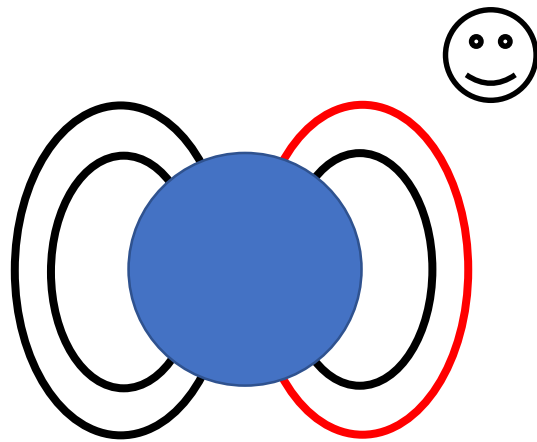
微分断面積の電子静止系から観測者系
へのローレンツ変換

微分散乱断面積

$$\frac{d\sigma}{d(\cos \theta_f)}$$

磁気圏中でのコンプトン散乱

先行研究では観測者が見る一本の磁力線全体のスペクトルを考え、さらに始状態の光子は黒体放射によるものと仮定しているので、さらに、磁力線の経路の積分と黒体放射による光子分布も考慮して、以下のような形の衝突積分を考えている。



$$\begin{aligned}
 & \text{磁力線の経路の平均} \quad \text{光子のエネルギー分布} \\
 & \frac{dn_\gamma}{dt d\varepsilon_f} = \frac{n_e c}{2\pi S} \int_S ds \int_0^\infty d\varepsilon_s n_\gamma(\varepsilon_s) \int_{\mu_l}^{\mu_u} d\mu_f \\
 & \text{観測者が見込む角度} \quad \times \delta(\mu_f - \mu_B) \int_{\mu_-}^{\mu_+} d\mu_i f(\mu_i) \\
 & \quad \times \delta[\omega_f - \omega'(\omega_i, \theta_f)] \frac{1 + \beta_e \mu_i}{\gamma_e (1 + \beta_e \mu_f)} \frac{d\sigma}{d(\cos \theta_f)}.
 \end{aligned}$$

終状態の角度をエネルギーの関係式に変えるなどの手続きをすると、二重積分の表式が得られる。

$$\begin{aligned}
 \frac{dn_\gamma}{dt d\varepsilon_f} &= \frac{n_e c}{2\pi S} \frac{1}{\gamma_e^3 \beta_e} \int_S \frac{\hat{\omega}_i ds}{1 + \beta_e \mu_B} \\
 &\quad \times \left| \frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_f} \right| \frac{d\sigma}{d(\cos \theta_f)} \int_{\varepsilon_-}^{\varepsilon_+} \frac{d\varepsilon_s}{\varepsilon_s^2} n_\gamma(\varepsilon_s) f(\mu_i).
 \end{aligned}$$

散乱前光子の角度分布： $f(\mu_i)$

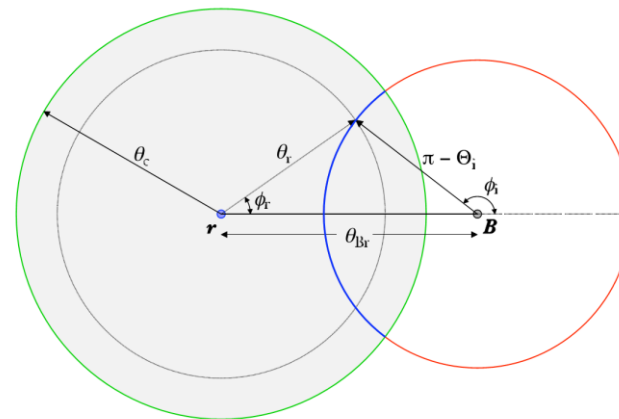
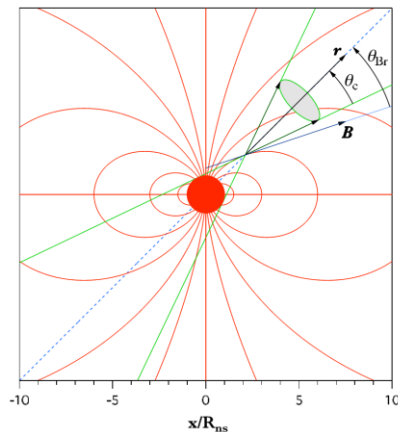


Fig. 8 of Baring, Wadiasingh, Gonthier, ApJ 733 (2011) 61

$f(\mu_i)$ は観測者系で見た、ある光子の進む向きと磁場の向きのなす角に対して、とることができる方位角の割合を表す。

ある位置における動径方向の単位ベクトル r と磁場方向の単位ベクトル B に対して、とりうる方位角 ϕ_i の割合（右の円の青い部分）が $f(\mu_i)$ の値。

散乱前光子の角度分布： $f(\mu_i)$ の再現

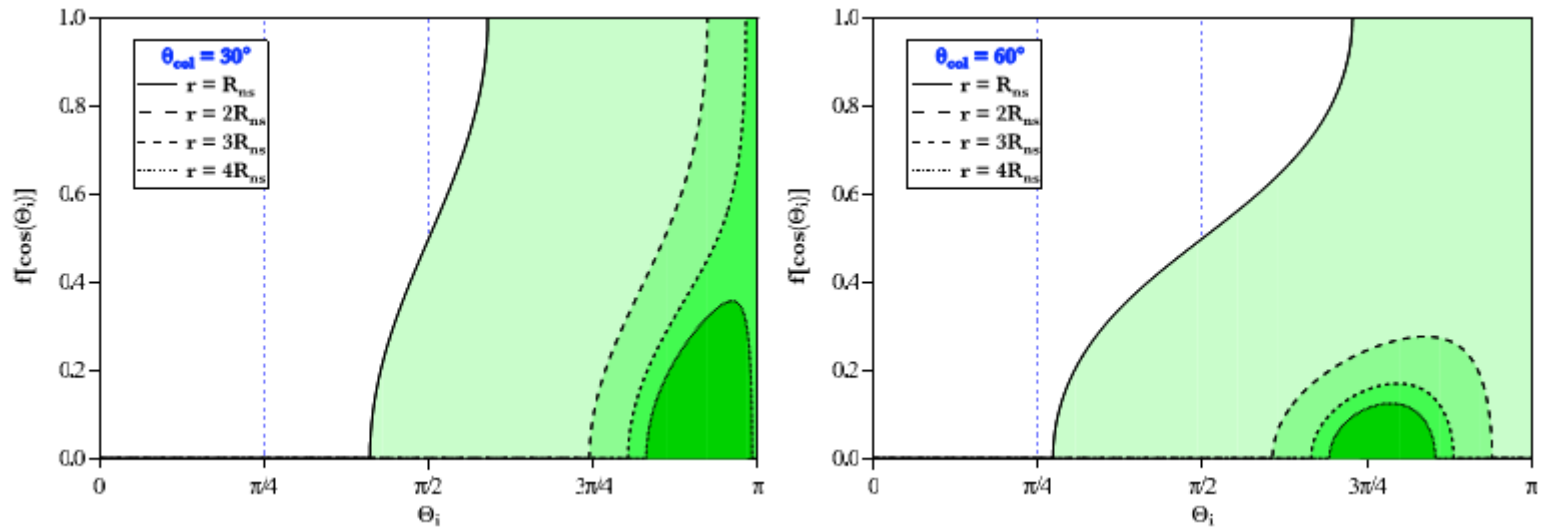
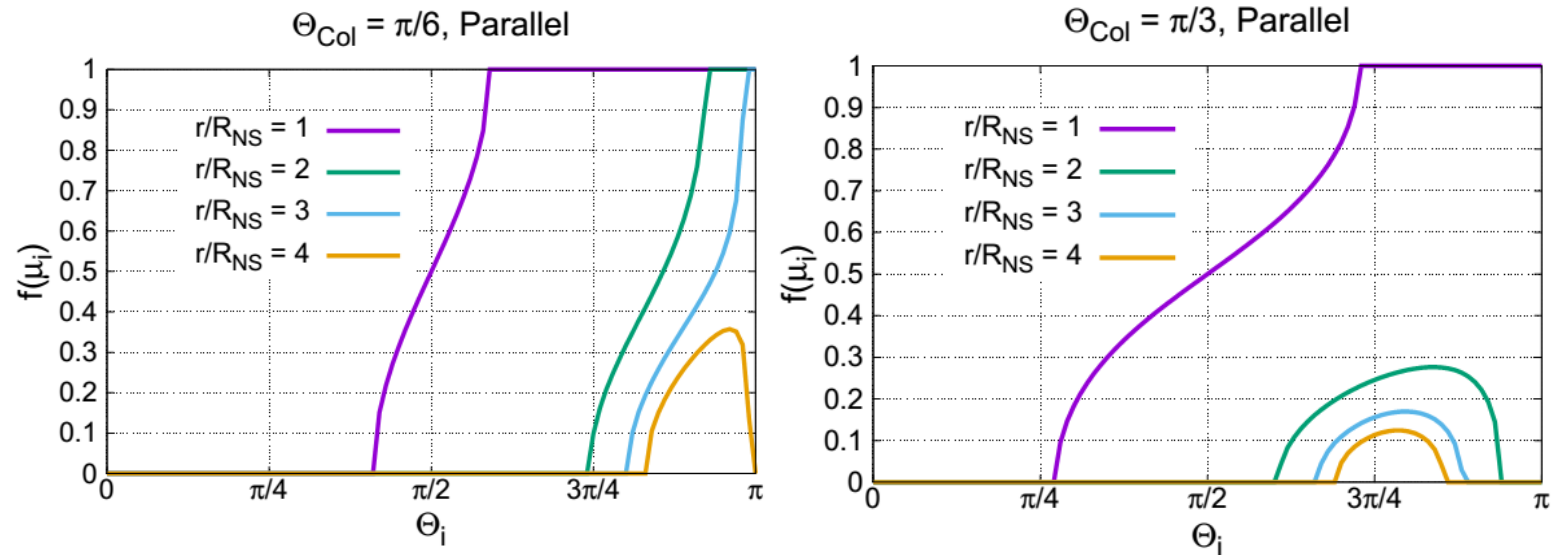


Fig. 9 of Baring, Wadiasingh, Gonthier, ApJ 733 (2011) 61



散乱断面積

共鳴以外のとき

$$\frac{d\sigma^{\perp,\parallel}}{d\cos\theta_f} = \frac{3\sigma_T}{16} \frac{\omega_f^2 e^{-\omega_f^2 \sin^2\theta_f/2B}}{\omega_i(2\omega_i - \omega_f - \zeta)} T^{\perp,\parallel} \times \left\{ \frac{1}{(\omega_i - B)^2} + \frac{1}{(\omega_i + B - \zeta)^2} \right\},$$

$$\zeta = \omega_i \omega_f (1 - \cos\theta_f).$$

$$T^{\perp} = \omega_i(\omega_i - \zeta), T^{\parallel} = (2 + \omega_i)(\omega_i - \zeta) - 2\omega_f$$

Z. Wadiasingh, M. G. Baring, P. L. Gonthier et al., ApJ, (2018) 854, 98.

共鳴のとき

$$\left(\frac{d\sigma^{\perp,\parallel}}{d\cos\theta_f} \right)_{\text{res}} \approx \frac{3\sigma_T}{16} \frac{\omega_f^2 e^{-\omega_f^2 \sin^2\theta_f/2B}}{\omega_i(2\omega_i - \omega_f - \zeta) \epsilon_{\perp}^3} \sum_{s=\pm 1} \frac{\mathcal{N}_s^{\perp,\parallel}}{\mathcal{D}_s},$$

$$\mathcal{D}_s = 4(\omega_i - B)^2 + (\epsilon_{\perp} - s)^2(1 + B)^2 \frac{\Gamma^2}{\epsilon_{\perp}^2}.$$

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_s^{\perp} = & (\epsilon_{\perp} - s)^2 \{ (2\epsilon_{\perp} + s) \omega_i (\omega_i - \zeta) \\ & - s(\epsilon_{\perp} + s)^2 [\zeta - (\omega_i - \omega_f)/2] \} \\ & - 2s \delta \{ (1 + 2\omega_i) \zeta - 2\omega_f^2 \}, \end{aligned}$$

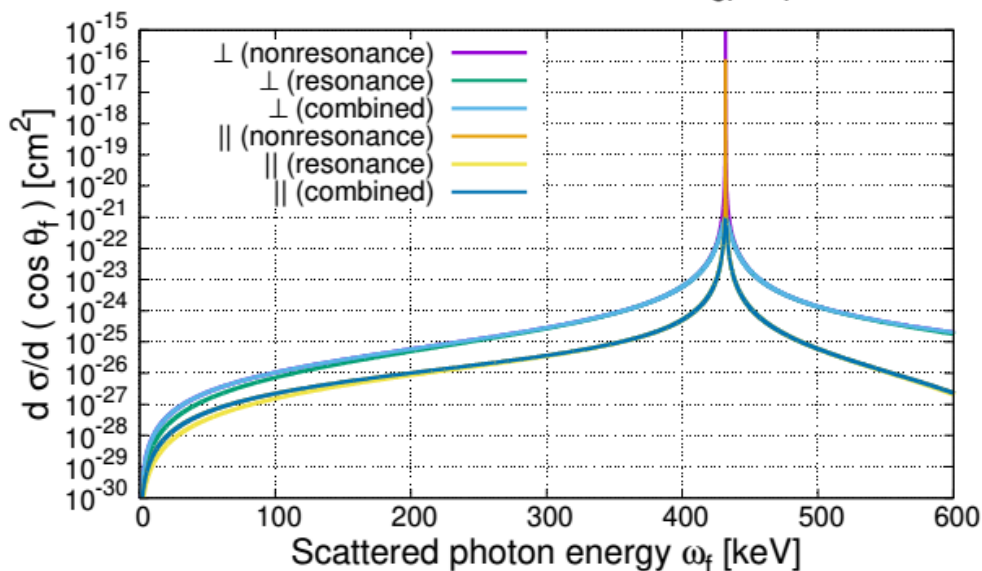
$$\begin{aligned} \mathcal{N}_s^{\parallel} = & (\epsilon_{\perp} - s)^2 \{ (2\epsilon_{\perp} + s) [(2 + \omega_i)(\omega_i - \zeta) - 2\omega_f] \\ & - s(\epsilon_{\perp} + s)^2 [-\zeta + 3(\omega_i - \omega_f)/2] \} \\ & - 2s \delta \omega_i [-\zeta + (\omega_i - \omega_f)] \\ & - 2s \delta \cos\theta_f [(1 + \omega_i) \zeta - \omega_i(\omega_i + \omega_f)]. \end{aligned}$$

$$\delta \equiv 2(\omega_i - B)$$

$$\epsilon_{\perp} = \sqrt{1 + 2B}$$

終状態のエネルギーを決めて、散乱断面積を計算すると右図のようになる。これは電子と光子が正面衝突する場合を考えているが、このときは終状態が垂直な偏光の光子の方が散乱されやすい。

Final polarization $\perp, \parallel$, $B = B_{\text{cr}}$, $\theta_f = \pi/3$

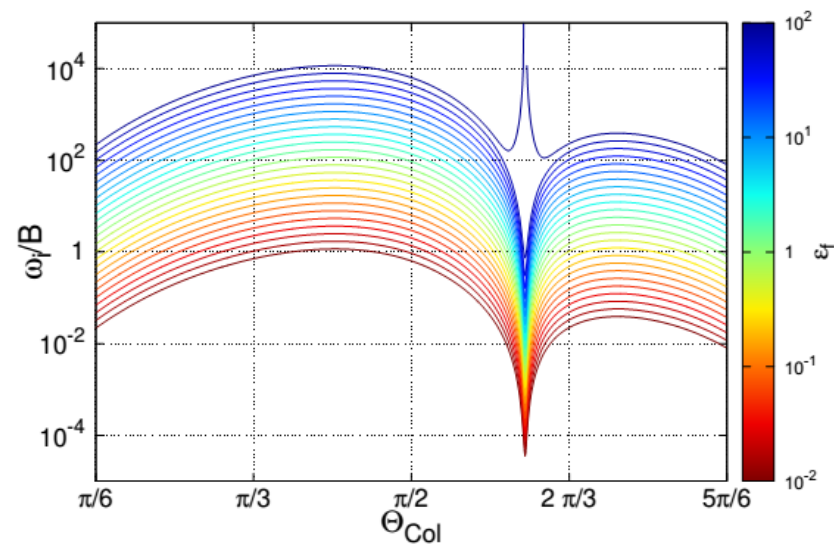
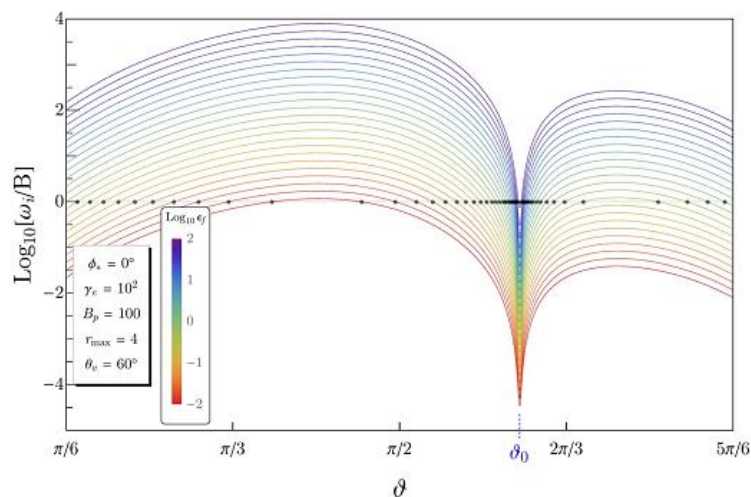
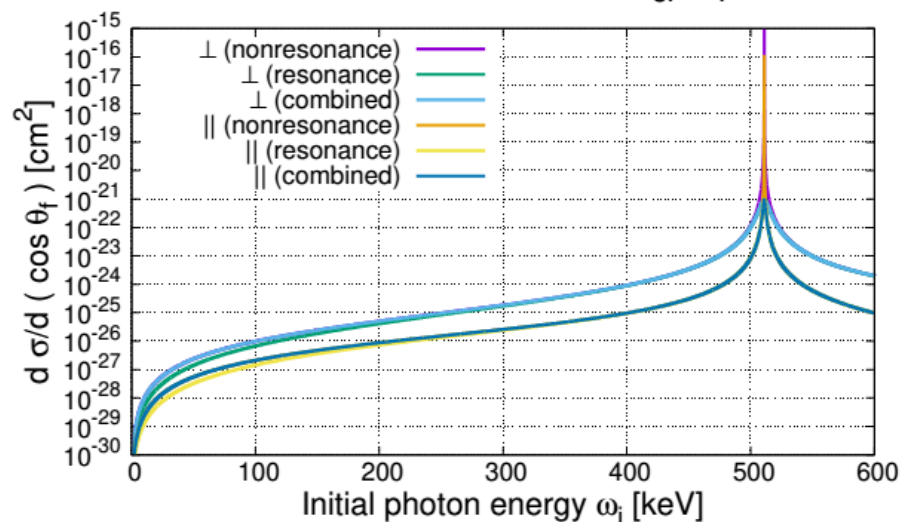


共鳴の条件

$$\frac{\varepsilon_f [\varepsilon_f \sin^2 \Theta_{Bn} - 2\gamma_e (1 + \beta_e \cos \Theta_{Bn})]}{2[\varepsilon_f \gamma_e (1 - \beta_e)(1 - \cos \Theta_{Bn}) - 1]}$$

$$\equiv \hat{\omega}_i = |\mathbf{B}| \equiv \frac{B_p \sqrt{1 + 3 \cos^2 \vartheta}}{2r_{\max}^3 \sin^6 \vartheta}.$$

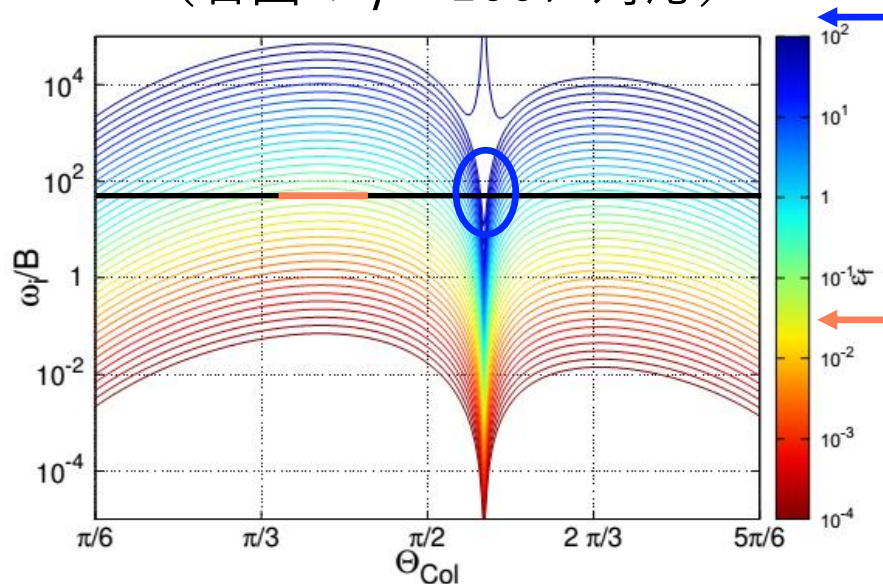
Final polarization $\perp, \parallel$, $B = B_{\text{cr}}$, $\theta_f = \pi/3$



共鳴の条件とスペクトルの関係

共鳴が起こる領域が周囲より多い場合に、スペクトルにピークが見える。

エネルギーと磁場の比
(右図の $\gamma = 100$ に対応)



各磁力線によるスペクトル

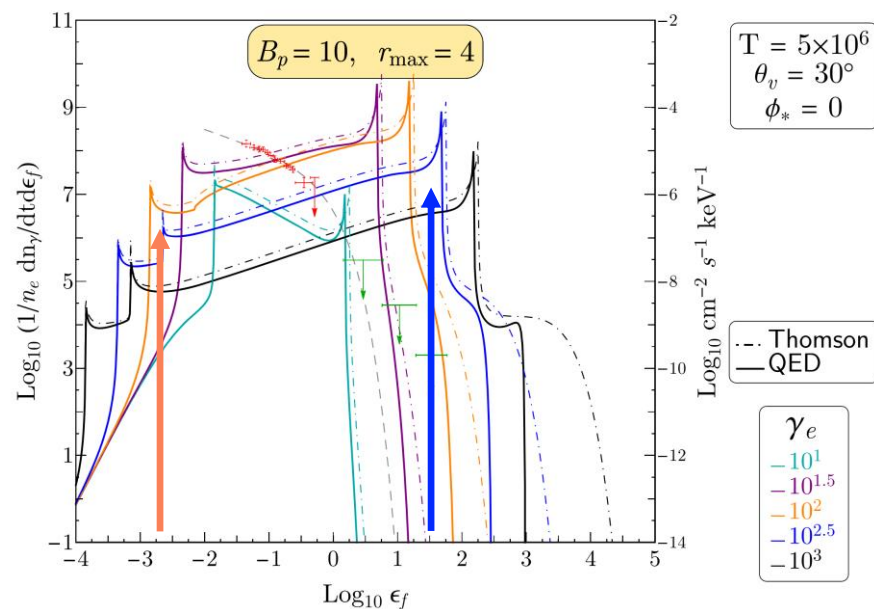
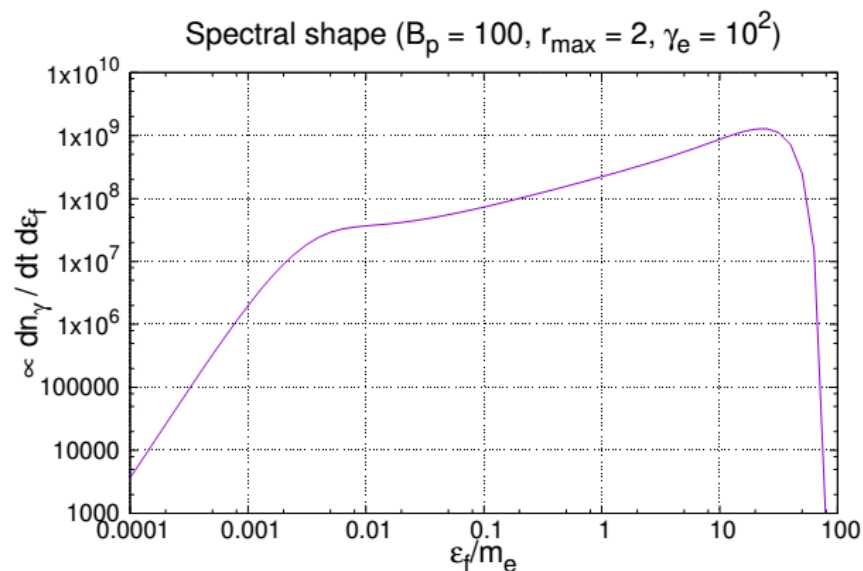


Fig. 6 of Z. Wadiasingh, M. G. Baring, P. L. Gonthier et al., ApJ, (2018) 854, 98.

スペクトルの形が求められつつある

二重積分の部分だけ計算し、スペクトルの概形が得られつつある。ただし、共鳴の振る舞いや温度はまだ厳密ではない。

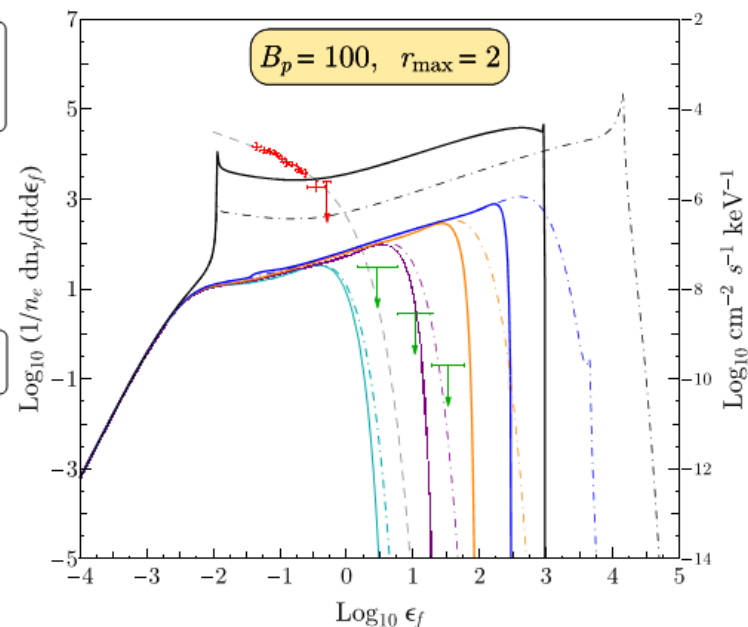
$$\frac{dn_\gamma}{dt d\epsilon_f} = \frac{n_e c}{2\pi S} \frac{1}{\gamma_e^3 \beta_e} \int_s \frac{\hat{\omega}_i ds}{1 + \beta_e \mu_B} \times \left| \frac{\partial \omega_i}{\partial \omega_f} \right| \frac{d\sigma}{d(\cos \theta_f)} \int_{\epsilon_-}^{\epsilon_+} \frac{d\epsilon_s}{\epsilon_s^2} n_\gamma(\epsilon_s) f(\mu_i).$$



$T = 5 \times 10^6$
 $\theta_v = 30^\circ$
 $\phi_* = 0$

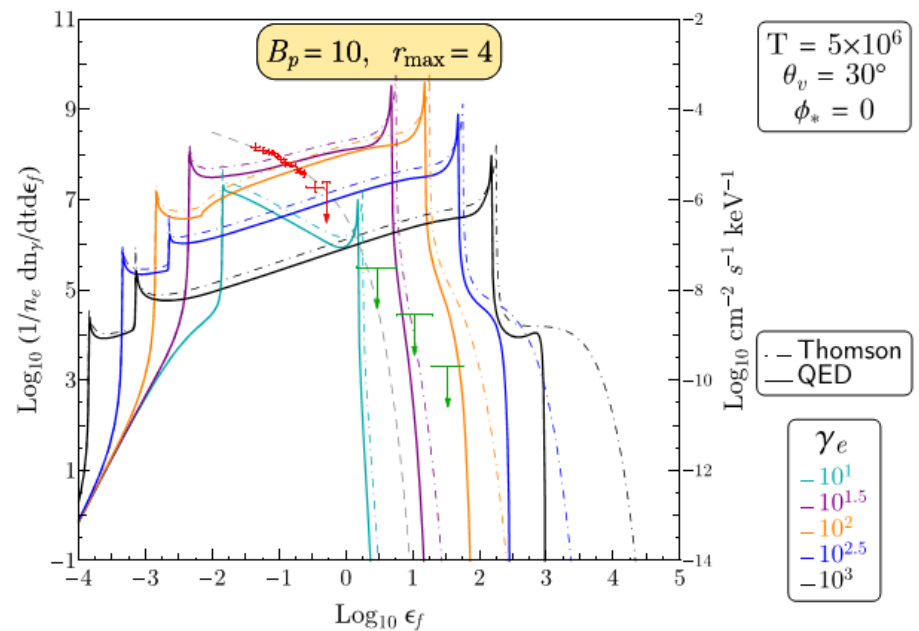
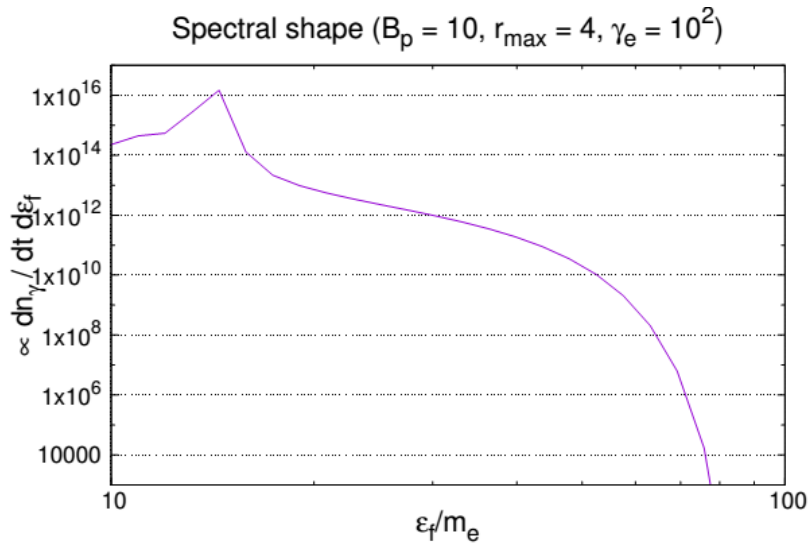
--- Thomson
 — QED

γ_e
 — 10^1
 — $10^{1.5}$
 — 10^2
 — $10^{2.5}$
 — 10^3



大まかには右の図の黄色の線に対応。

スペクトルの形が求められつつある



右の図の黄色の線の一部に対応。

わかったこと

共鳴が起こる（磁場がそれほど強くない）場合は共鳴が起こる領域からのスペクトルが支配的になる。共鳴付近では断面積が大きく変わるので、積分区間を細かく分けなければならない、時間がかかる。

共鳴が起こらない（磁場が強い）場合は磁力線全体からの寄与が重要である。共鳴から離れていてあまり断面積が大きく変わらないので、積分区間をあまり分けなくてもそれらしい結果が得られる。

Fig. 6 of Z. Wadiasingh, M. G. Baring, P. L. Gonthier et al., ApJ, (2018) 854, 98.

まとめと今後の展望

中性子星の放射には磁場の強度、形状の情報がスペクトルや偏光に反映される。そのため、スペクトルや偏光によって磁場の情報が得られると考えられる。

本研究では、磁気圏の磁力線に沿って運動する電子による散乱のスペクトルや偏光に注目し、先行研究(Wadiasingh+(2018))の結果の再現を試みた。

スペクトルの再現ができつつあり、これをもとに先行研究では計算されていないダイポール磁場以外の磁場形状に対するスペクトルなどを計算したい。