SU(2)純ゲージにおける センターボルテックス のパーシステントホモロジー解析

九州大学 理論核物理研究室 M2 大野晃 共同研究者:河野宏明(佐賀大学)、 柏浩司(福岡工業大学)、開田丈寛



イントロダクション

◆<u>QCD(quantum chromodynamics)</u> ●強い相互作用を記述する

 ●カラーの変換に対するゲージボソンとしてグルーオンが 導入される

ユークリッド化されたラグランジアン

$$\mathcal{L} = \overline{\psi} (\gamma_{\mu} D_{\mu} + m) \psi + \frac{1}{4} F^{a}_{\mu\nu} F^{a}_{\mu\nu}$$
 $D_{\mu} = \partial_{\mu} + igA_{\mu}$

$$F^a_{\mu\nu} = \partial_\mu A^a_\nu - \partial_\nu A^a_\mu + g f^{abc} A^b_\mu A^c_\nu$$

<u>グルーオンの自己相互作用(QEDIにはない)</u>



イントロダクション

◆ クォークの閉じ込め



3/26

イントロダクション

◆<u>格子QCD</u>

ν

分配関数:
$$Z = \int \mathcal{D}A_{\mu} e^{-S_{g}[A_{\mu}]}$$

 $U(x,y) = \mathcal{P}\exp\left[ig\int_{x}^{y} A_{\mu}(z) dz_{\mu}\right]$
 $\frac{U_{n,\mu} \equiv U(na, na + \hat{\mu}a)}{y > 2 \overline{v} \overline{v} \overline{w}}$: 隣り合う格子間のグルーオン場を表現する
 $P_{n,\mu\nu} \equiv \operatorname{Tr}\left[U_{n,\mu}U_{n+\hat{\mu},\nu}U_{n+\hat{\nu},\mu}^{\dagger}U_{n,\nu}^{\dagger}\right]$
 $\overline{\mathcal{I}} \overline{\mathcal{I}} \overline{\mathcal{I}} \overline{\mathcal{I}} \overline{v} \overline{v} \overline{v}$: 純ゲージの格子上で最も単純なゲージ不変量



◆非閉じ込め相転移

●秩序変数の解析



*閉じ込めと厳密に対応する対称性は発見されていない

●QCDの真空構造の解析

◆真空におけるグルーオン場の描像

センターボルテックス ●双対超電導描像(モノポールとしての見方) ●センターボルテックス描像 モノポール SU(2) chains SU(3) nets M.N. Chernodub, Atsushi Nakamura, V.I.Zakharov, Phys. Rev. D78, 074021 (2008)

センターボルテックス

● <u>Maximal center gauge</u>の下で現れるグルーオン場の抽象構造



6/26

センターボルテックス



$$Z_2 = \{1, -1\}$$

赤線: −1のリンク変数 青の四角: −1のプラケット



http://www.pt.div.jps.or.jp/2013qcd/3-Saito.pdf



これらがどのように異なるのか定量的に評価したい



M. Engelhardt, K. Langfeld, H. Reinhardt, O. Tennert, Phys. Rev. D61 054504 (2000)

センターボルテックス

✓クラスター解析などでは、位相幾何学的な構造変化 はよくわからない

✓離散的なデータから、位相幾何学的特徴を抽出する 手法が必要



位相的データ解析



パーシステントホモロジー(PH)

●点の集合の中に存在する穴や空洞といった幾何構造を、
 <u>代数的対象</u>として扱うことができる



パーシステントホモロジー(PH)

(例)シリカの原子配列の解析 パーシステンスダイアグラム



ガラスのような複雑で離散的な構造を特徴付けできる

📥 ガラス転移の特徴付け(未解決問題)

Y. Hiraoka, T. Nakamura, A. Hirata, E. G. Escolar, K.Matsue, and Y. Nishiura. Hierarchical structures of amor-phous solids characterized by persistent homology. PNAS 113, 7035-7040 (2016)



●パーシステントホモロジーを用いて、センター ボルテックスから位相幾何学的特徴を抽出し、 非閉じ込め転移前後での変化を調べる

解析の流れ

- 1. <u>純ゲージSU(2)</u>における格子計算から、グルーオンの配位を計算
- 2. グルーオンの配位を<u>Maximal center gauge</u>に固定し、中心群へ射影
- 3. センターボルテックスの渦糸のデータ(離散データ)を、<u>パーシステントホ</u> <u>モロジー</u>で解析し、1次のホモロジー(リング構造に対応)を調べる

* 格子境界面での周期境界条件も考慮する

パーシステントホモロジー計算に使用したライブラリ:GUDHI

http://gudhi.gforge.inria.fr/alphacomplex/

格子計算のセットアップ

- ●格子サイズ : 32³×8
- ●配位数 : 20
- : プラケット作用 ●作用

$$S_P = \frac{1}{2N_c} \sum_{n} \sum_{\mu \neq \nu} \beta \operatorname{Tr} \left[U_{n,\mu} U_{n+\mu,\nu} U_{n+\nu,\mu}^{\dagger} U_{n,\nu}^{\dagger} \right]$$

$$(N_c = 2)$$

●結合定数のパラメータ $\beta = 4/g^2$ を用いて温度を 調整する(β が大きいほど高温) (*T*/*T_c*の範囲: 0.5~2.5) βの範囲: 2.3~2.8 β_c : 2.5105(10)

T. Hirakida, E. Itou, H. Kouno, Prog. Theor. Exp. Phys. 2019, 033B01

I. L. Bogolubsky, V. K. Mitrjushkin, A. V. Sergeev, M. Muller-Preussker, H. Stuben, Nucl. Phys. Proc. Suppl. 129, 611-613, 2004



●-1のプラケットの中心に点をプット















- ●PDに集約されたホモロジーの情報から、物理的な意味を持つ 部分を抽出する必要がある ¹2
 - ▶ PHで導入した球の半径rは、幾何モデルの解像度
 - ▶ 渦糸は、rが0.5になった時点で「見え始める」





生成時刻0.5の元が重要

▶ (b, d) = (0.5,∞)の元の重複度 : 渦糸が向く方向の多様さ(*最大で3)

Х



- ●PDに集約されたホモロジーの情報から、物理的な意味を持つ 部分を抽出する必要がある ¹2
 - ▶ PHで導入した球の半径rは、幾何モデルの解像度
 - ▶ 渦糸は、rが0.5になった時点で「見え始める」



生成時刻0.5の元が重要

▶ (b, d) = (0.5,∞)の元の重複度 : 渦糸が向く方向の多様さ(*最大で3)

22/26

Х

結果 –(b, d) = (0.5,∞)の元の重複度 ①T軸を固定(X,Y,Z空間)

各重複数が得られた渦糸データの数の割合



23/26

M. Engelhardt, K. Langfeld, H. Reinhardt, O. Tennert, Phys. Rev. D61 054504 (2000)

●純ゲージSU(2)で計算したセンターボルテックスの渦糸のデータから、PHを行うことで、ホモロジーの特徴を抽出できる

●1次のPDに、転移前後で異なる特徴がみられる

●(*b*,*d*) = (0.5,∞)の元の重複度から、転移温度以上 で時空間の異方性が確認できる

●パーシステンスダイアグラムには、渦糸の存 在だけでなく、形状や並び方の情報も含まれ ている

より疎な構造(生成時刻の遅い元) から物理的意味を抽出したい

ご清聴ありがとうございました

Back up

イントロダクション

◆クォークの閉じ込め

クォーク・反クォーク間静的ポテンシャル

クォークと反クォークは無限遠 に引き離せない

クォークは必ずハドロンの中に 存在する

クォーク

反クォーク