

格子QCDによるチャーモニウム・核子相互作用

杉浦拓也¹, 池田陽一², 石井理修²

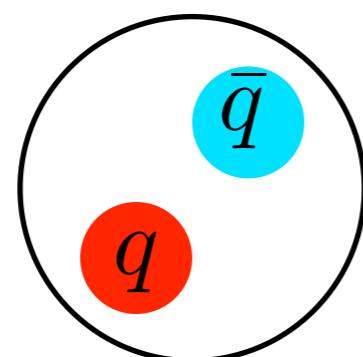
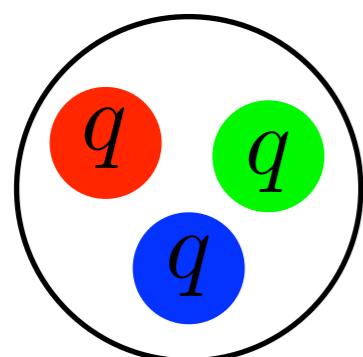
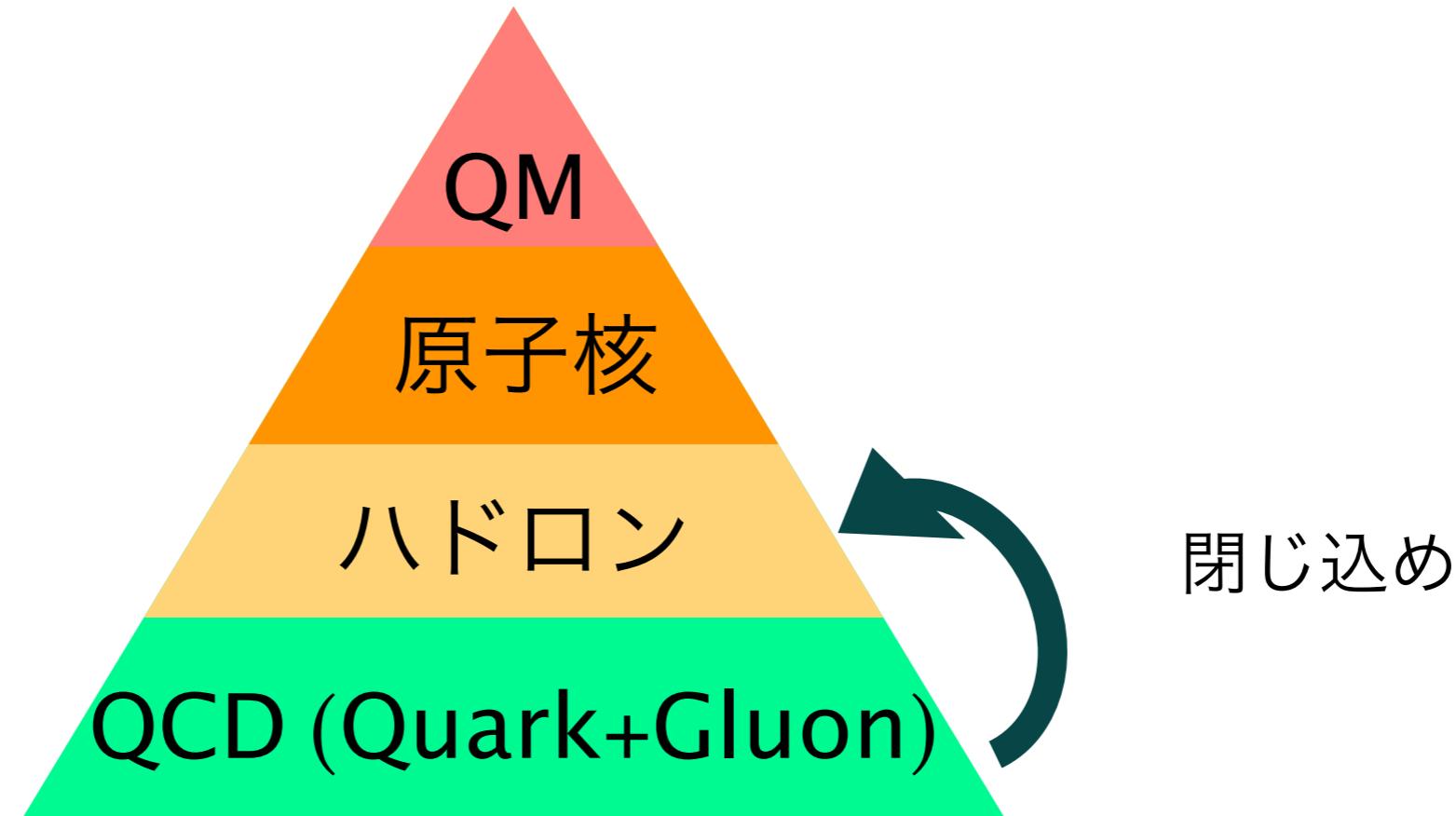
理研iTHEMS¹, 阪大RCNP²

2019/12/24

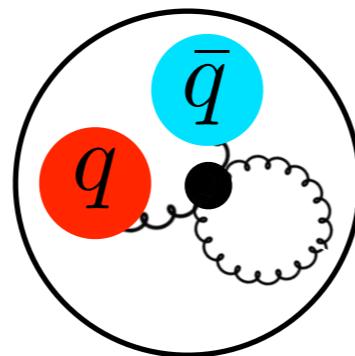
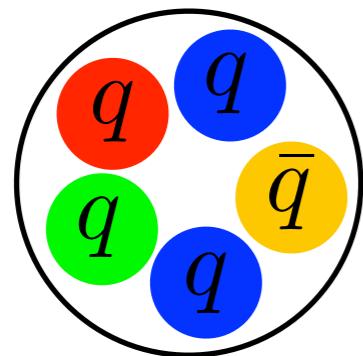
Contents

1. エキゾチックハドロンについて
エキゾチックとは？なぜ重要か？
 P_c ペンタクオークとその理論的解釈
2. 格子QCDでのハドロン散乱
3. チャーモニウム・核子相互作用

ハドロンとは？



"普通"のハドロン



エキゾチックハドロン

... PDGには350種類以上記載されている

普通 vs エキゾチック

- QCDは解析的に解けない。現象論を使うか数値的に解く。
- クォーク模型
 - 閉じ込めポテンシャルの中に構成子クォークを置く
 - フレーバー多重項構造が $qqq / qq^{\bar{b}ar}$ で説明できる [Gell-Mann]
 - ハドロンの質量スペクトルが正確に再現される
- 格子QCD
 - QCDの(唯一の)well-definedな定式化
 - 基底状態のハドロン質量が $\mathcal{O}(1\%)$ 以上の精度で計算される
 - ハドロンのinterpolating field: メソンは $qq^{\bar{b}ar}$ 、バリオンは q-diquark のタイプが基底状態によく結合することが経験的に知られている

知られているほとんどのハドロンは"普通"。そうでないものは？

XYZメソン ($QQ\bar{q} + X$)

X(3872), Y(4260), Z_c(3900), Z_c(4430), Z_b(10610), Z_b(10650), etc.

最初のエキゾチックハドロン(Belle, 2003)

[Eur.Phys.J.C71 \(2011\): arXiv:1010.5827.](#)

Manifestly-exotic ハドロン

電荷 $Q = \pm 2$ 、またはストレンジネス $S = \pm 2$ のメソン

電荷 $Q = -2, 3$ 、またはストレンジネス $S = +1, -4$ のバリオン

最小のクオーク構成が $qqq^{\bar{q}} q^{\bar{q}} / qqqqq^{\bar{q}}$

$\Theta^+ \sim uudd\bar{s}$ が 2003 年に報告されたが、その後確認されず

[PRL91, 012002 \(2003\).](#)

Almost-Manifestly-exotic ハドロン

$QQ\bar{q}$ 対消滅は OZI 規則により強く抑制される

$\rightarrow cc\bar{q} / bb\bar{q} + X$ はほとんど manifestly exotic

XYZメソン、 P_c ペンタクオーク(本研究の対象; 後述)

その他 : $\Lambda(1405)$

研究の方針

普通のハドロンはだいたいOK。エキゾチックハドロンが今後の課題。

- "エキゾチック"とそれ以外を分ける描像の確立
- クォーク・グルーオンからどうやって物理的なcolor-singlet状態が作られるか？
- QCDのカラー閉じ込めの機序に対する示唆(願望)

どうやってエキゾチックハドロンを調べるか？

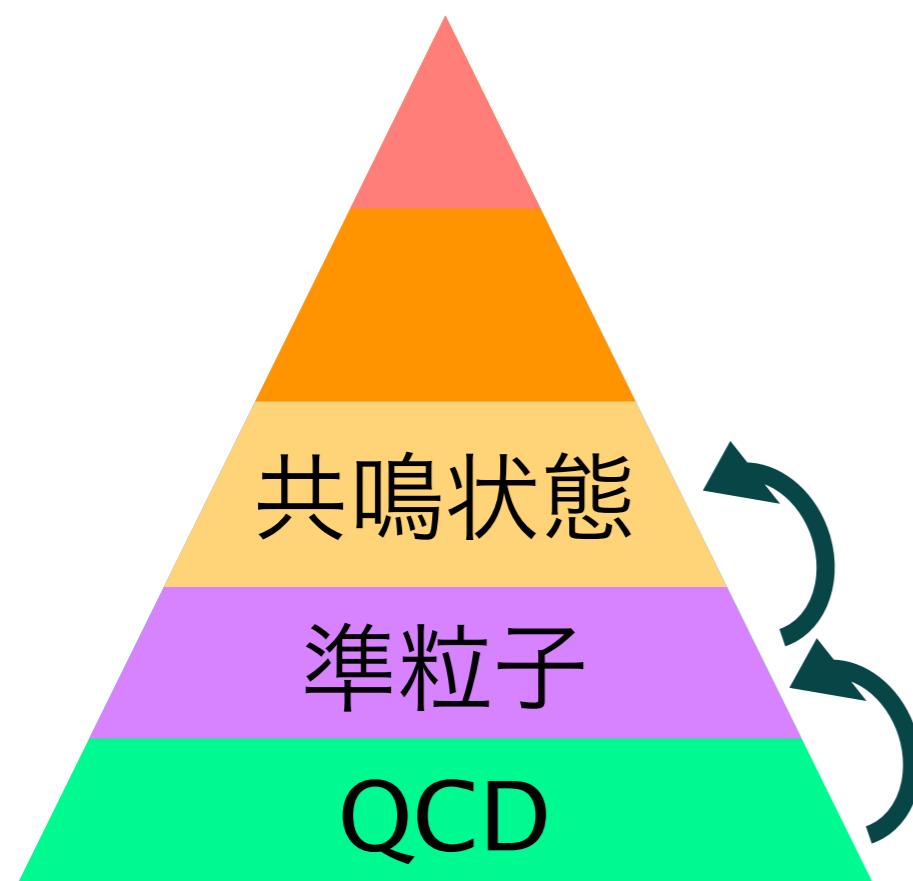
- エキゾチックハドロンは強い相互作用に対して不安定(共鳴状態)

研究の方針



QCDからの直接計算

格子QCDなら可能だが、技術的困難がある。できたとしても格子QCDはさまざまな物理的過程を全部ひっくるめて数値計算してしまうため、結果の解釈は容易ではない。



新たな階層"準粒子"に基づく理解

colored: 構成子クォーク、ダイクォーク

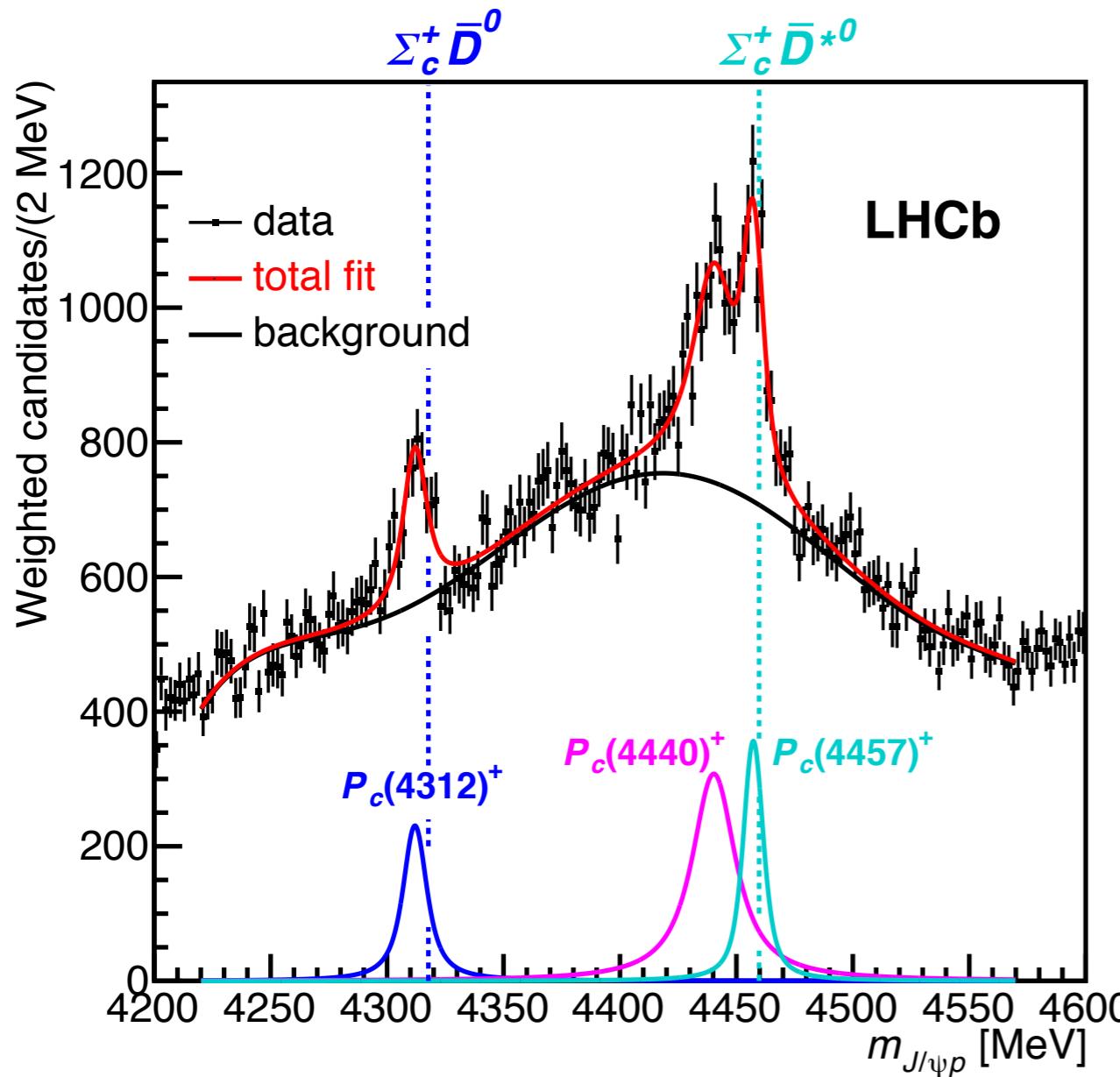
color-singlet: 基底状態のハドロン、NGボソン

$\text{QCD} \rightarrow \text{ハドロン間相互作用}$
 $\rightarrow \text{ハドロン共鳴状態}$

エキゾチックハドロンの素性がわかる。

Pc Pentaquark

現段階では、具体的なそれぞれのエキゾチックハドロンの素性を明らかにしていくことが重要 → P_c ペンタクォーク ~ $uudcc\bar{c}$ を対象にする



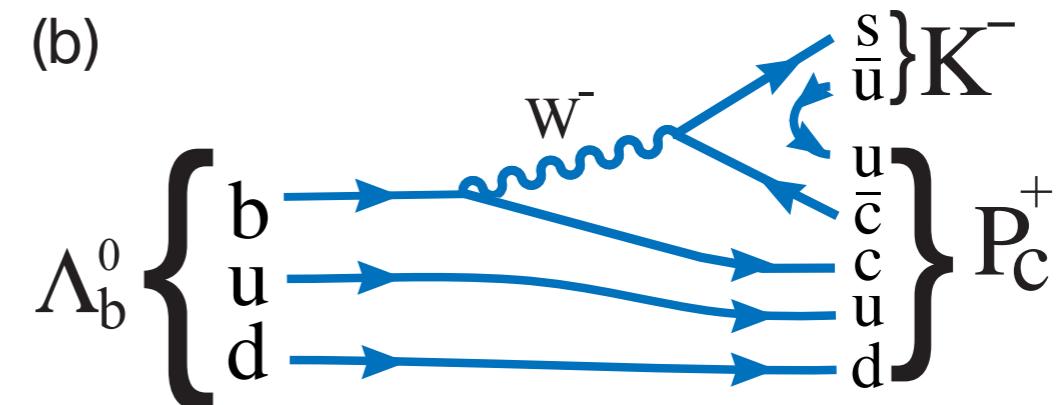
LHCb col.による week decay

$\Lambda_b \rightarrow J/\psi K^- p$ の解析

$J/\psi - N$ 不変質量にピークがある

... $P_c(4312)$, $P_c(4440)$, $P_c(4457)$,
 $P_c(4380)$ (?)

(b)



PRL115, 072001 (2015).
PRL122, 222001 (2019).

先行研究の抜粋

ゆるく束縛したハドロン分子？

L. Roca and E. Oset, Eur. Phys. J.**76**, 591 (2016).

Y. Shimizu *et al.*, Phys. Rev. D**93**, 114003 (2016).

核子+チャーモニウムのコンパクトな束縛状態？

M. I. Eides *et al.*, Phys. Rev. D**93**, 054039 (2016).

コンパクトな5クオーク状態？

L. Maiani *et al.*, Phys. Lett. B**749**, 289 (2015).

クオーク模型

S. Takeuchi and M. Takizawa, Phys. Lett. B**764**, 254 (2017).

E. Hiyama *et al.*, Phys. Rev. C**98**, 045208 (2018).

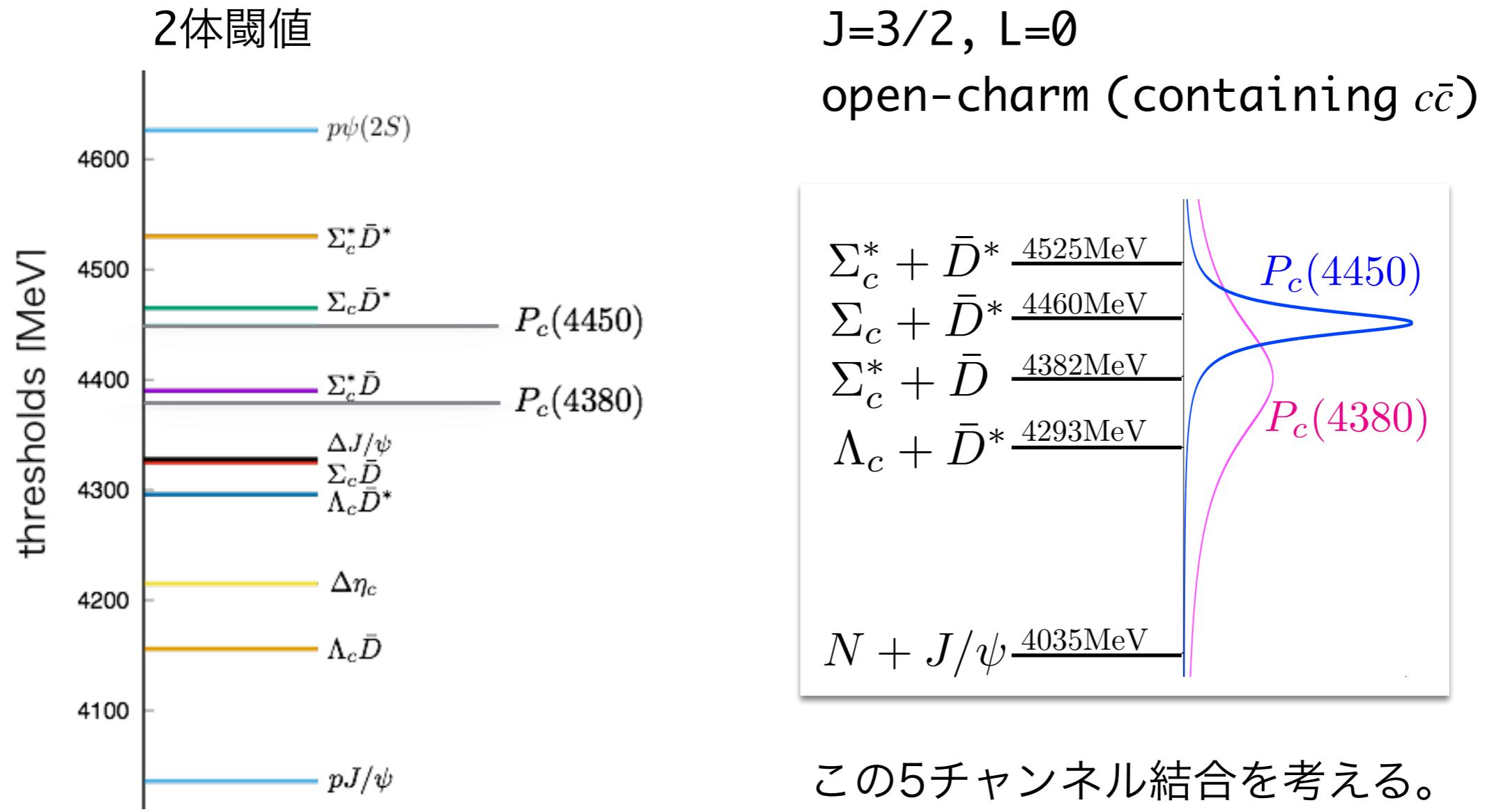
運動学的効果(カスプ)？

F. Guo *et al.*, Phys. Rev. D**92**, 071502 (2015).

結果はいろいろ。どれが正しいのかよくわからない。

先行研究で明確な結論が得られていない最大の理由は、
チャームを含んだハドロン間の相互作用がわからないから。

→ 格子QCDを使ってハドロン間相互作用を計算する ... HAL QCD法



結合チャンネルポテンシャルはまだできていないので、
今回は一番下の $J/\psi N$ チャンネルを考える。

P_c は(多分)現れないが、実は現象論的に興味深い系。

- ・共通のvalenceクォークがないので、メソン交換力が抑制される
- ・近距離でPauli斥力がない
- ・主に効くのはmulti-gluon交換力。QCD電場とダイポール型に結合
... QCD ファンデルワールス力

もし c クォークが非常に重く J/ψ をクーロン束縛状態として扱える場合、
散乱振幅は以下の形になる。

$$\mathcal{M}_{\text{Born}} = \frac{g^2}{2} \alpha^{ij} \langle h' | E_i^a E_j^a(0) | h \rangle$$

α^{ij} : chromo-electric polarizability
 g : gauge coupling at the charmonium scale
 E^a : chromo-electric field

チャーモニウムの特性は相互作用の強さを決める分極率 α にのみ含まれる

Large Ncでの分極率は、 M. E. Peskin, NPB **156**, 365 '79.

$$\alpha^{ij}(1S \rightarrow 1S) = \delta^{ij} \frac{4}{27} \pi a_0^3 \cdot 7,$$

$\psi(2S)N$ は $J/\psi N$ の約 72 倍引力が強い

$$\alpha^{ij}(2S \rightarrow 2S) = \delta^{ij} \frac{4}{27} \pi a_0^3 \cdot 502$$

→ 深い束縛状態？

実際のチャーモニウムに対する分極率は知られていない

我々のpreliminaryな $J/\psi N$ 相互作用の結果から分極率が計算された

$$\alpha(1S) = (1.5 \pm 0.6) \text{ GeV}^{-3}$$

M. V. Polyakov and P. Schweitzer, PRD **98**, no3, 034030 '18
TS, Y. Ikeda, and N. Ishii, EPJ Web conf. **175**, 05011 '18

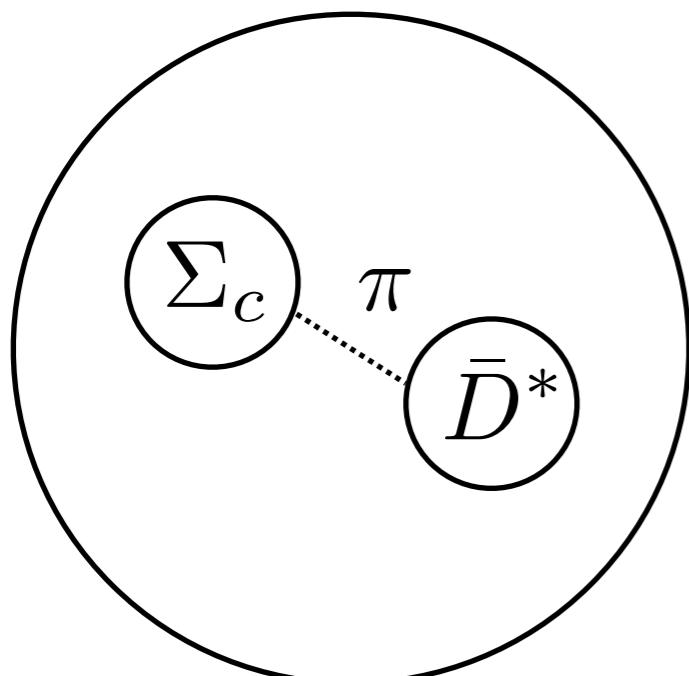
ただし上の計算では、 $J/\psi N$ の $J=1/2, J=3/2$ の間の hyperfine splitting は
ヘビーコーク対称性から小さい $\mathcal{O}(\Lambda_{QCD}/m_c)$ ため無視している。

我々の計算ではスピン依存性を定量的に評価できるので、上の計算の妥当性、
ひいては $\psi(2S)N$ の束縛状態の有無についてより詳しい解析を可能にする。

LHCb Pentaquarks

Hadronic molecule

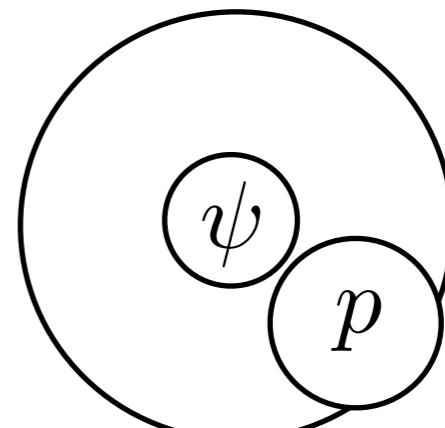
$$\Lambda_c \bar{D}^*, \Sigma_c \bar{D}^*, \Sigma_c^* \bar{D}^*, \dots$$



$$B.E. \sim 10\text{MeV}$$

- ✓ Threshold is close
- ✗ Peak observed in J/ ψ p mass?

Hadro-charmonium
(pentaquark-like)



mixing is small
...D-meson exchange

$$B.E. = 176\text{MeV}$$

($Pc(4450) = \psi(2S) + p$)

- ✓ Consistent with the Peak in J/ ψ p mass
- ✗ Theoretical ambiguity

2. 格子QCDでのハドロン散乱

Multi-hadron system (Interaction)

Consider the "**R-correlator**" of two hadrons A and B:

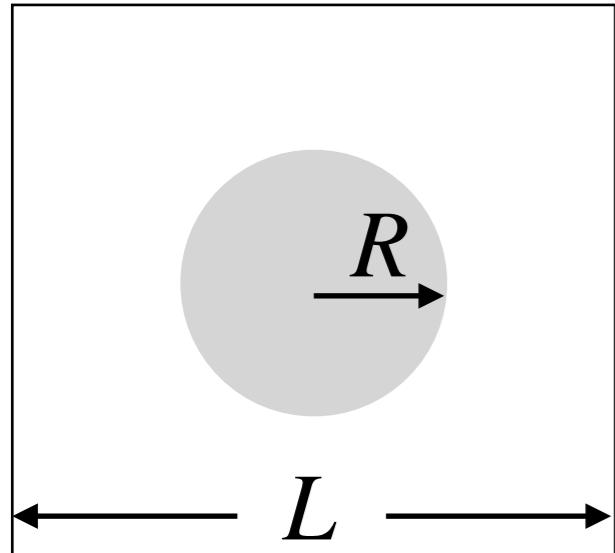
$$\begin{aligned} R(\mathbf{r}, t - t_0) &= \langle A(\mathbf{x}, t) B(\mathbf{y}, t) \bar{J}(\mathbf{0}, t_0) \rangle \times e^{(m_A + m_B)(t - t_0)} \\ &= \sum_n C_n \psi_n(\mathbf{r}) e^{-\Delta W_n(t - t_0)} \end{aligned}$$

Where $\Delta W_n = W_n - m_A - m_B$ is the CM energy from the threshold and $\psi_n(\vec{r}) = \langle 0 | A(\vec{x}, 0) B(\vec{y}, 0) | n \rangle$ is the **equal-time Nambu-Bethe-Salpeter (NBS) wave function**, which satisfies

$$\psi_n(\mathbf{r}) \propto \frac{\sin(kr - l\pi/2 + \delta_l(k))}{kr} \quad r \gg (\text{interaction range})$$

[Lin et al., NPB619, 467 \(2001\)](#)
[Aoki et al., PRD71,094504 \(2005\)](#)

If $L \gg R$, NBS wave function in the "exterior region" $R < r < L/2$ contains the information of the QCD S-matrix

- 
- How to extract the information?
- Lüscher's method
 - HAL QCD method

Lüscher's method

Basic idea: relative momentum k , defined by $\Delta W_n = 2\sqrt{k^2 + m^2} - 2m$, is discretized because of spatial periodic boundary conditions

→ Relation between momentum k and phase shift $\delta(k)$

→ Solving a scattering problem = Calculating discrete momenta

Lüscher's formula

$$\det \left[e^{2i\delta(k)} - U(k) \right] = 0$$

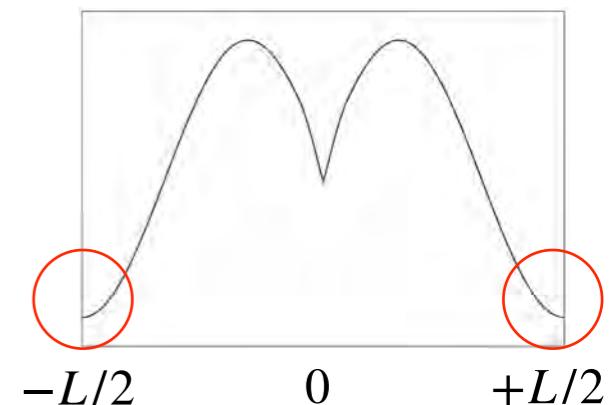
$U(k)$: known function of k

Lüscher, Nucl.Phys.B354, 531 (1991).

c.f., 1+1 dimensional case

Parity-even solution: $\psi_n(x) = e^{-ik_n|x|} + e^{2i\delta(k_n)}e^{ik_n|x|}$

PBC at $x = L/2$: $\frac{d\psi_n}{dx}(x = \frac{L}{2}) = 0 \rightarrow e^{2i\delta(k_n)} = e^{-ik_n L}$



Extensions to

- boosted system

Rummukainen and Gottlieb, NPB450, 397 (1995).

- arbitrary spin or partial waves

Briceño *et al.*, PRD88, 034502 (2013).

Briceño *et al.*, PRD89, 074507 (2014).

Lüscher's method

Consider the temporal correlation function

$$R(t - t_0) = \sum_{\mathbf{r}} R(\mathbf{r}, t - t_0) = A_0 e^{-\Delta W_0(t-t_0)} + A_1 e^{-\Delta W_1(t-t_0)} + \dots$$

where $\Delta W_n = \sqrt{k_n^2 + m_A^2} + \sqrt{k_n^2 + m_B^2} - m_A - m_B$

To separate the ground-state, we need $t - t_0 \gg 1/(\Delta W_1 - \Delta W_0)$:

$$\Delta W_1 - \Delta W_0 \simeq \frac{k_{min}^2}{2\mu} = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{2\pi}{L} \right)^2 = \mathcal{O}(10\text{MeV}) \quad (\text{free + NR approx})$$

$$\rightarrow t - t_0 \gg \mathcal{O}(10\text{fm})$$

As $(t - t_0)$ becomes larger, Signal-to-Noise ratio is exponentially worse

$$\mathcal{S}/\mathcal{N} \sim N_{\text{conf}} \exp [-A(m_N - 3/2m_\pi)t] \quad (\text{A nucleons system})$$

In practice, there is no $(t - t_0)$ that satisfies $t - t_0 \gg 1/(\Delta W_1 - \Delta W_0)$ and the S/N is not too bad \rightarrow time-dependent HAL QCD method

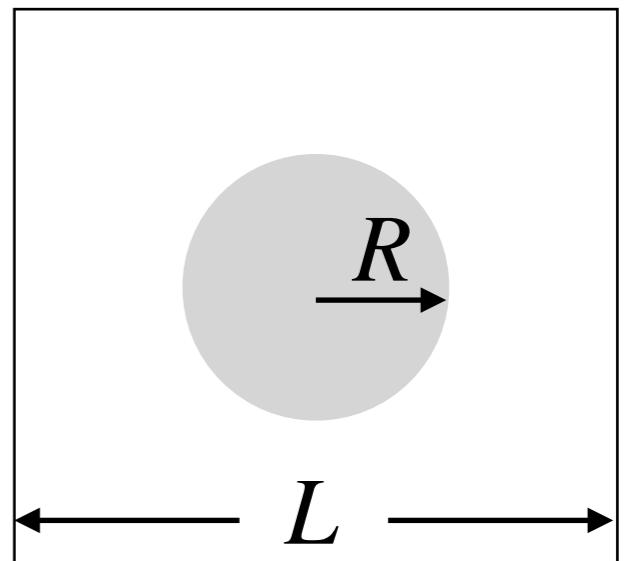
HAL QCD method

Basic idea: **define** a kernel that reproduces the NBS wave function in the "internal" region

We choose as the kernel Schrödinger-type operator

$$\mathcal{K} = \frac{\nabla_r^2}{2\mu} + U(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$$

so that the potential is defined by



$$\left(\frac{\nabla^2}{2\mu} + E_n \right) \psi_n(\mathbf{r}) = \int d^3 \mathbf{r}' U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \psi_n(\mathbf{r}')$$

$$\text{with } E_n = \frac{k_n^2}{2\mu} \quad \forall n = 0, \dots, n_{\text{th}}$$

HAL QCD method

1. U is **non-local** and **energy-independent**

→ non-locality is treated by the **derivative expansion**

$$\text{e.g. } U_{\text{NN}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = (V_0(r) + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 V_\sigma(r) + S_{12}(\hat{\mathbf{r}}) V_T(r) + \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} V_{LS}(r) + \dots) \delta^3(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$$

→ all elastic states are described by the same potential

2. U reproduces the NBS wave function in the exterior region $R < r < L/2$

→ **the potential is faithful to the QCD S-matrix**

→ $U \simeq 0$ in the exterior region

3. U is not an observable, it is not unique

→ HAL QCD potential is one of the correct potentials

4. Once we get the potential, it can be used for many-body problems

→ avoid bad S/N in many-body simulations

5. There is **NO** non-relativistic approximation

$$E_n = \frac{k_n^2}{2\mu}, \quad \Delta W_n = \sqrt{k_n^2 + m_A^2} + \sqrt{k_n^2 + m_B^2} - m_A - m_B$$

HAL QCD method

The L0 potential $U \simeq V_0(r)\delta^3(\vec{r} - \vec{r}')$ may be calculated as

$$\left(\frac{\nabla^2}{2\mu} + E_0 \right) \psi_0(\mathbf{r}) = V_0(r)\psi_0(\mathbf{r}) \quad \rightarrow \quad V_0(r) = \frac{1}{2\mu} \frac{\nabla^2 \psi_0(\mathbf{r})}{\psi_0(\mathbf{r})} + E_0$$

by using the NBS wave function $\psi_0(\vec{r})$ and the energy $E_0 = k_0^2/(2\mu)$ for the ground state

BUT this needs the ground-state saturation and is almost useless as we have already seen ... **time-dependent HAL QCD method is a solution**

HAL QCD method [time-dependent]

Let us consider the 2N case: $\Delta W_n = 2\sqrt{k_n^2 + m^2} - 2m$

We find identity $\Delta W_n = \frac{k_n^2}{2\mu} - \frac{\Delta W_n^2}{8\mu}$ by simple algebra

$$\left(\frac{\nabla^2}{2\mu} + E_n \right) \psi_n(\mathbf{r}) = \int d^3\mathbf{r}' U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \psi_n(\mathbf{r}')$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\nabla^2}{2\mu} - \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{8\mu} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi_n(\mathbf{r}) e^{-\Delta W_n t} = \int d^3\mathbf{r}' U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \psi_n(\mathbf{r}') e^{-\Delta W_n t}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{\nabla^2}{2\mu} - \frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{8\mu} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) R(\mathbf{r}, t) = \int d^3\mathbf{r}' U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') R(\mathbf{r}', t)$$

if $R(\mathbf{r}, t) \simeq \sum_{n=0}^{n_{\text{th}}} C_n \psi_n(\mathbf{r}) e^{-\Delta W_n t}$

time-dependent HAL QCD method

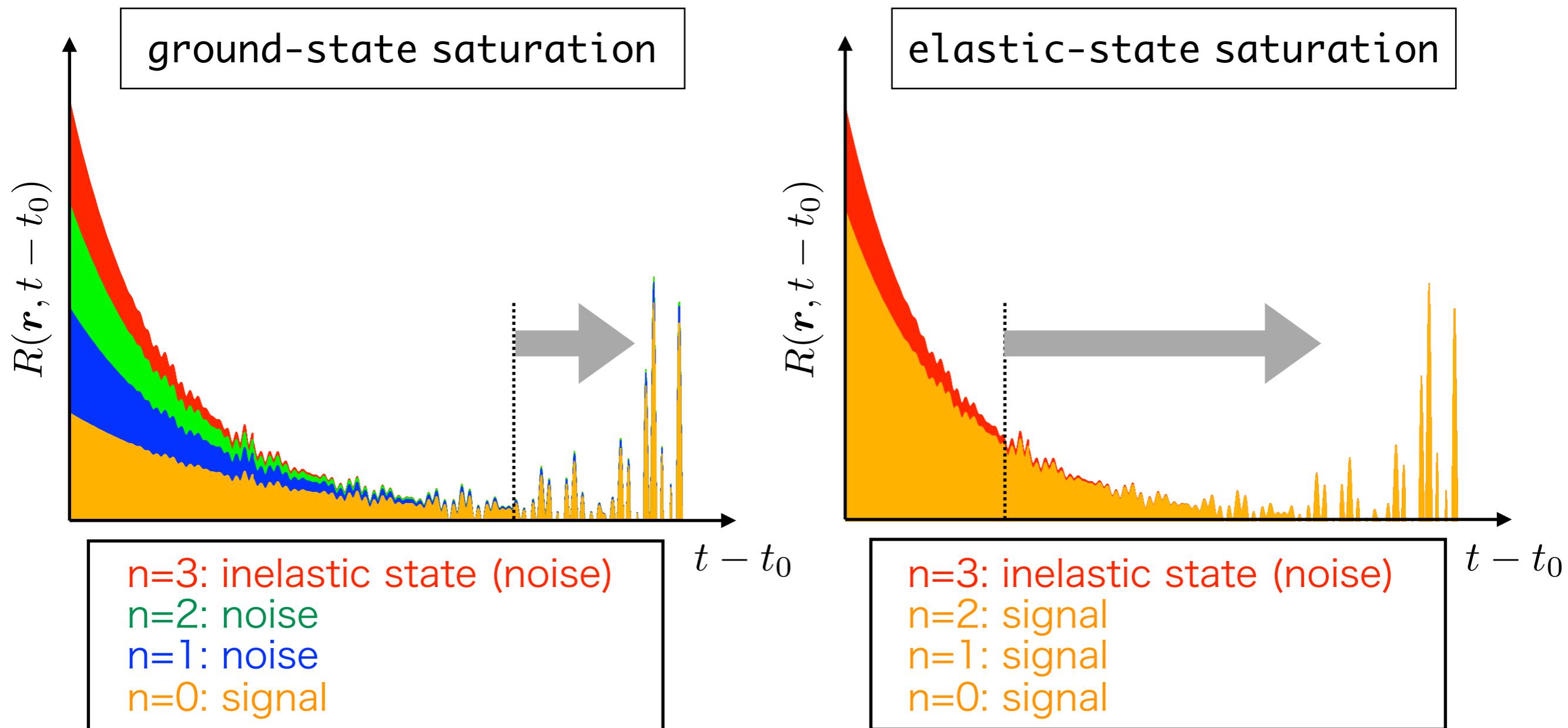
The L0 effective central potential $U \simeq V_c(r) \delta^3(\vec{r} - \vec{r}')$ is

$$V_c(r) = \frac{1}{2\mu} \frac{\nabla^2 R(\mathbf{r}, t)}{R(\mathbf{r}, t)} - \frac{\partial_t R(\mathbf{r}, t)}{R(\mathbf{r}, t)} + \frac{1}{8\mu} \frac{\partial_t^2 R(\mathbf{r}, t)}{R(\mathbf{r}, t)}$$

relativistic term

HAL QCD method [time-dependent]

In the time-dependent HAL QCD method, we need the elastic-state saturation, $t - t_0 \gg 1/(\Delta W_{n_{th}} - \Delta W_0) = \mathcal{O}(1/\Lambda_{QCD}) = \mathcal{O}(1\text{fm})$, which is a much milder condition than the ground-state saturation, $t - t_0 \gg \mathcal{O}(10\text{fm})$



Noise in conventional methods is signal in the t-dep method!

Derivative Expansion

Okubo-Marshak decomposition to derive the form of potential

Okubo and Marshak, Ann.Phys.4, 166 (1958).

$$U_{\text{NN}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{(V_0(r) + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2 V_\sigma(r) + S_{12}(\hat{\mathbf{r}}) V_T(r) + \underline{\mathbf{L} \cdot \mathbf{S} V_{LS}(r)} + \dots)}{\mathcal{O}(\nabla^0)} + \frac{\underline{\mathcal{O}(\nabla^1)}}{\mathcal{O}(\nabla^1)} + \frac{\underline{\mathcal{O}(\nabla^2)}}{\mathcal{O}(\nabla^2)}$$

Convergence of the derivative expansion
= more terms considered → more precisely reproduce observables
≠ potential approaches some "true" function

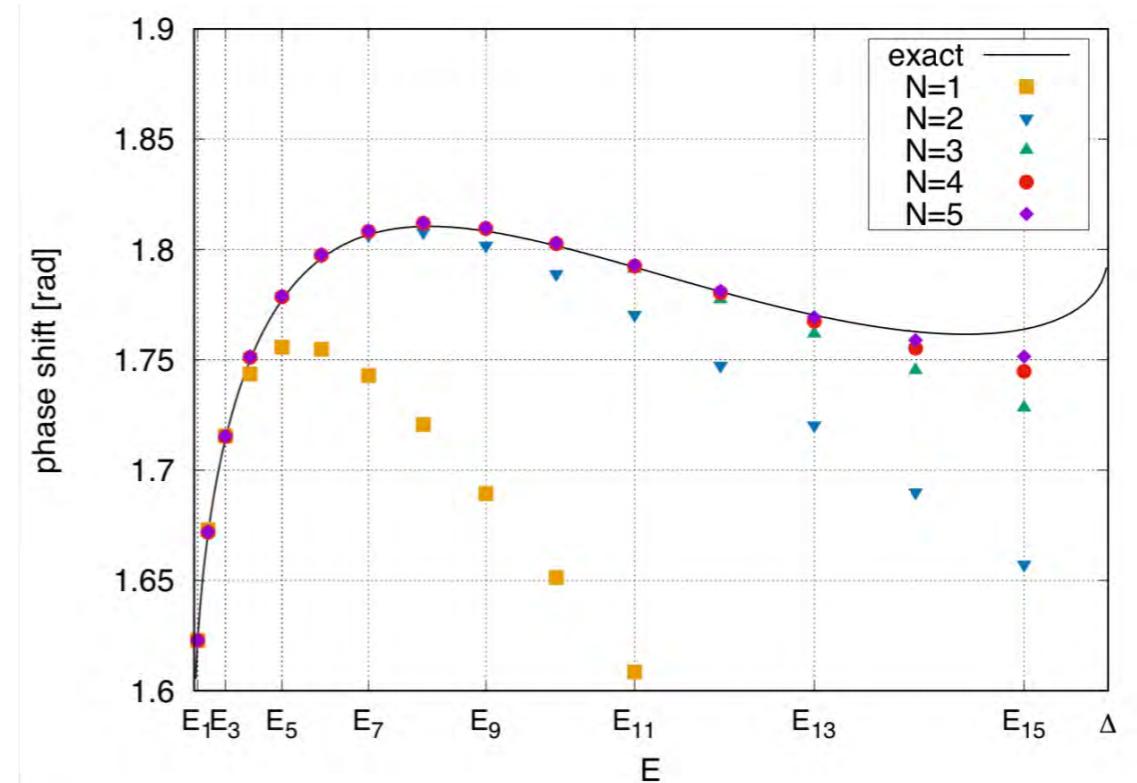
Check in actual calculations

Murano et al., PTP125, 6 (2011).

Iritani *et al.*, PRD99, 014514 (2019).

Detailed analysis w/ 1+1D toy model

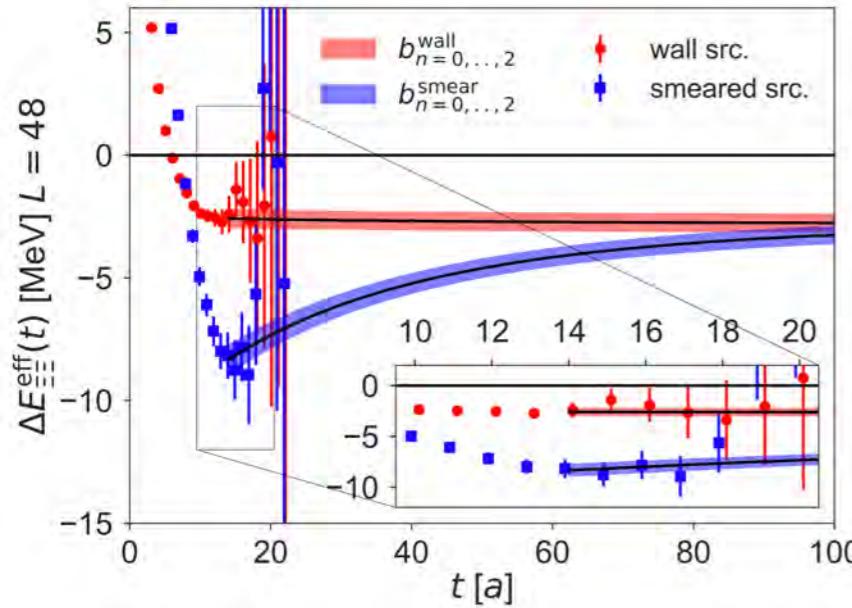
TS, Ishii, Oka, PRD95, 074514 (2017).



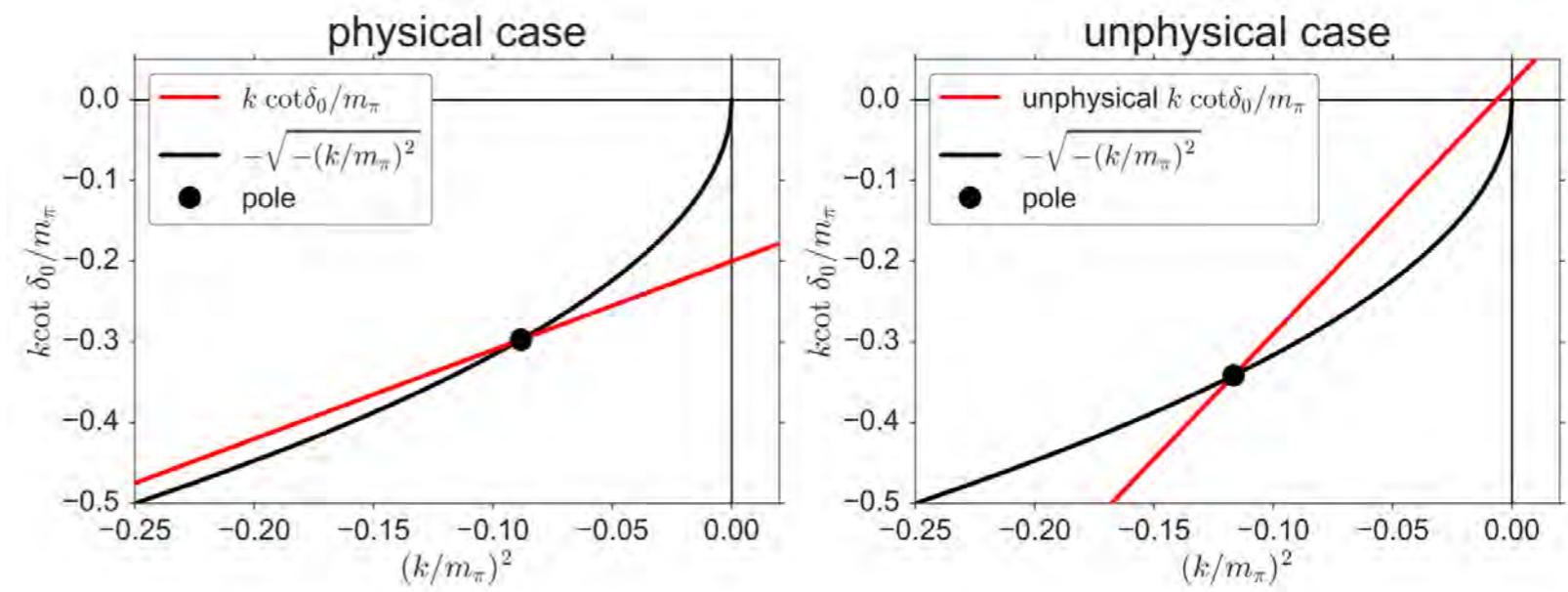
HAL vs Lüscher

When applying Lüscher's formula, we need the ground-state saturation, which is hard to achieve in actual calculations

- Careless analysis can lead to "fake plateaux"
- Sanity check: lattice data vs effective range expansion



Iritani *et al.*, EPJ Web Conf. 05008 (2018).



Iritani *et al.*, PRD96, 034521 (2017).

- All existing NN interactions from Lüscher's formula do not pass the sanity check
- By employing the time-dependent HAL QCD method, we can avoid such difficulty

Iritani *et al.*, PRD96, 014514 (2019).

HAL QCD method (Summary)

- * Correlation functions from LQCD contains contributions from all the QCD eigenstates
- * As we take large time separation, lower-lying states become more important
- * For single hadrons GS dominates $t - t_0 \gg 1\text{fm}$
 - > Great Success in explaining GS hadron masses
- * For multiple hadrons energy levels are dense
 - > GS dominates for $t - t_0 \gg 10\text{fm}$ [S/N ratio is too bad]
 - > ES dominates for $t - t_0 \gg 1\text{fm}$
- * Time-dependent HAL QCD method assumes ES saturation and it is currently the only reliable way to study hadron scattering

3. チャーモニウム・核子相互作用

Lattice setup

- 2+1_f full QCD confs by PACS-CS

[S.Aoki et al., PRD79,034503 '09](#)

- Iwasaki gauge
- O(a) improved Clover Wilson quarks
- a=0.0907 fm ($\beta=1.90$)
- Volume: 32³x64
- La~2.9 fm

- Tsukuba-type Relativistic Heavy Quark (RHQ) action

- Remove cutoff errors of $\mathcal{O}((m_Q a)^n)$ and $\mathcal{O}(\Lambda_{QCD} a)$

[S.Aoki et al., PTP109,383 '03](#)

[Y.Namekawa et al., PRD84,074505 '11](#)

- No $c\bar{c}$ annihilation diagrams considered ... OZI rule

Lattice setup

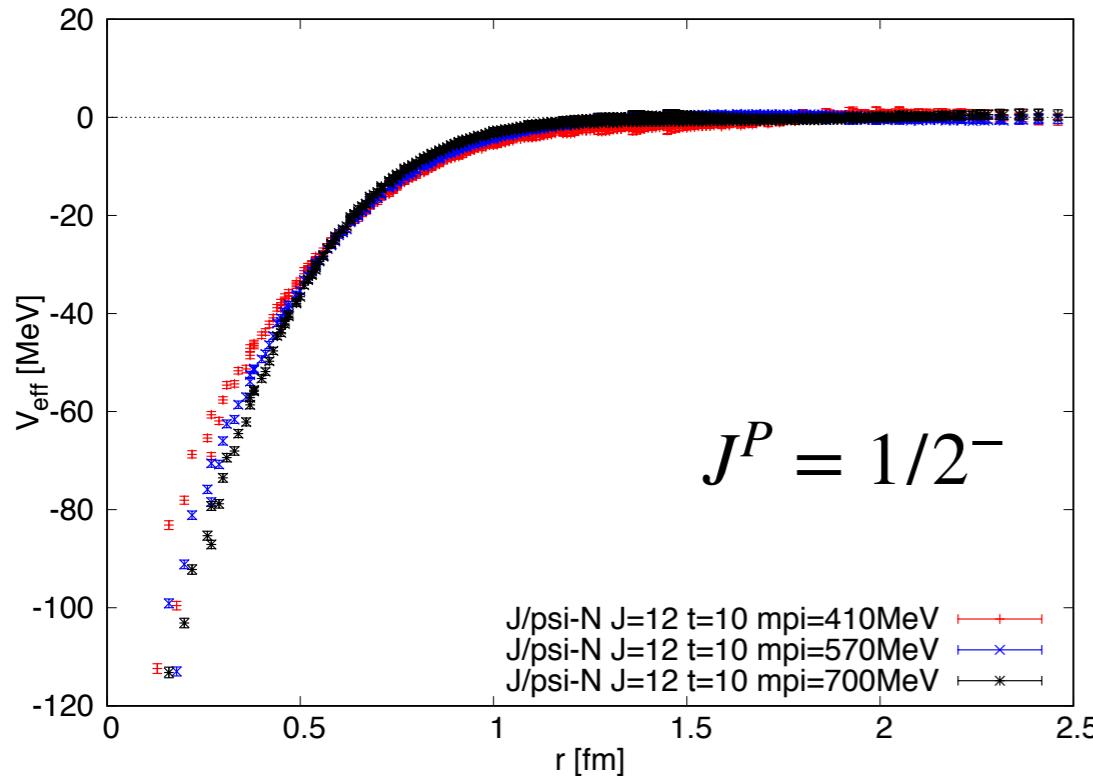
3種類の配位に対するハドロン質量 [MeV]

	pion	nucleon	J/psi	eta_c	phi	eta
conf1	701	1585	3139	3022	1207	869
conf2	570	1397	3115	3002	1161	834
conf3	412	1229	3096	2987	1122	802
exp	140	940	3097	2984	1019	548

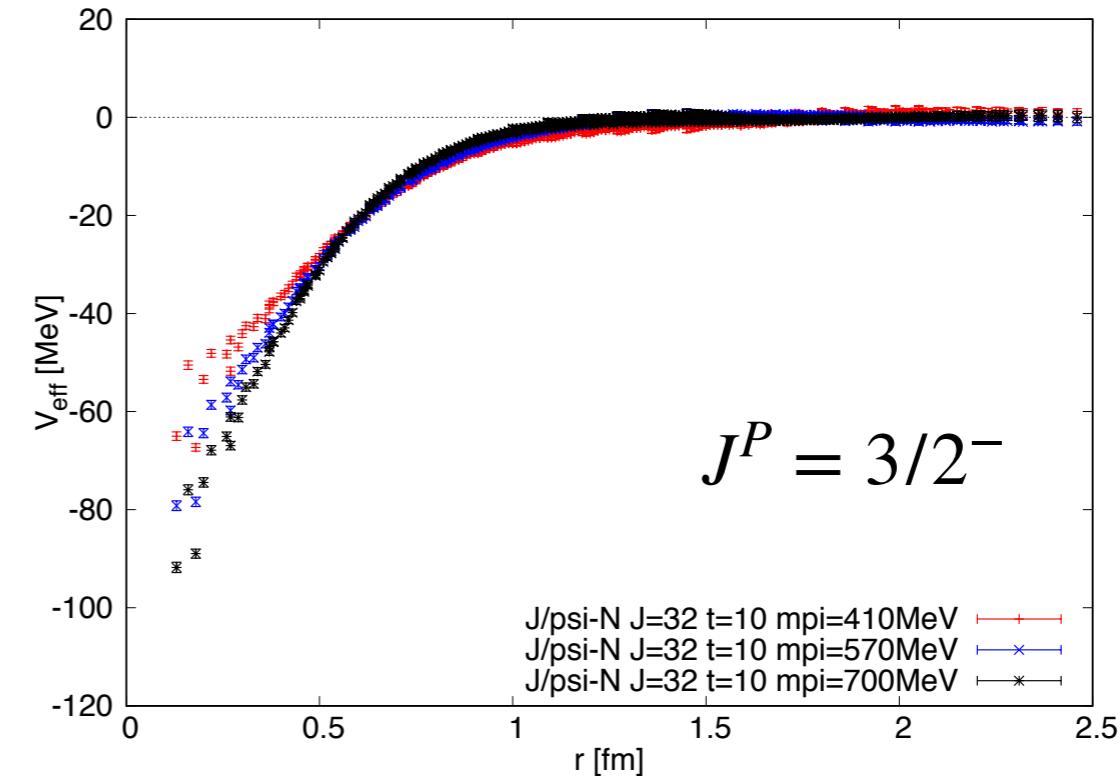
u,dクォークは現実より重い。strange, charmはほぼphysical

phi, etaは物理的なメソンではなく、対消滅のない $s\bar{s}$ を考えている

$J/\psi N$ effective central potentials


 $J^P = 1/2^-$

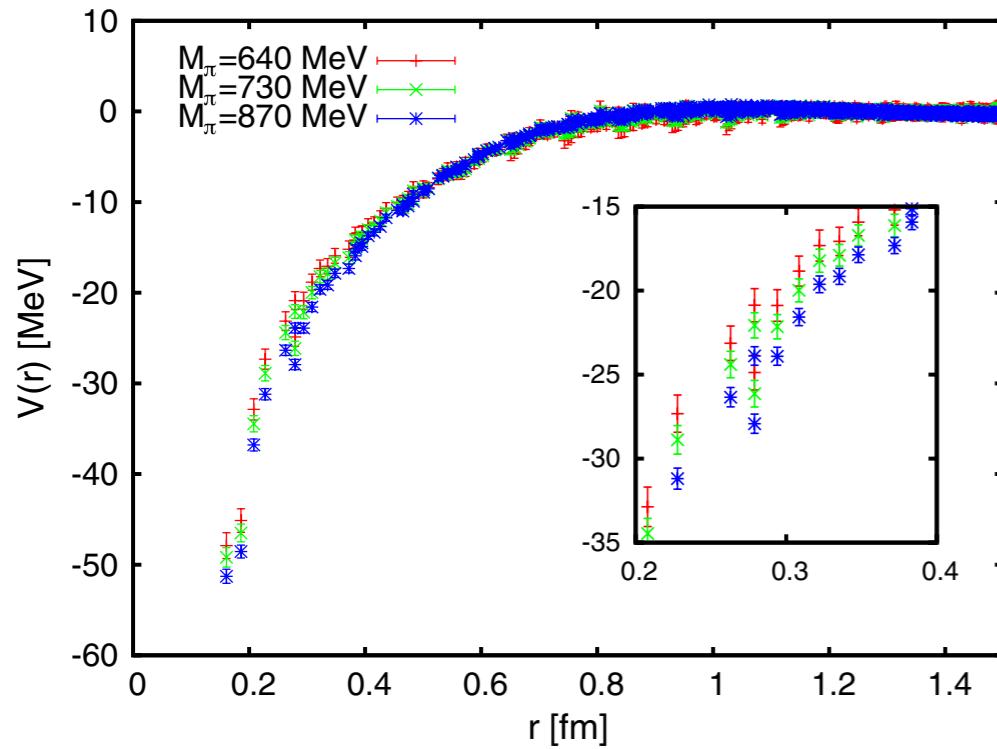
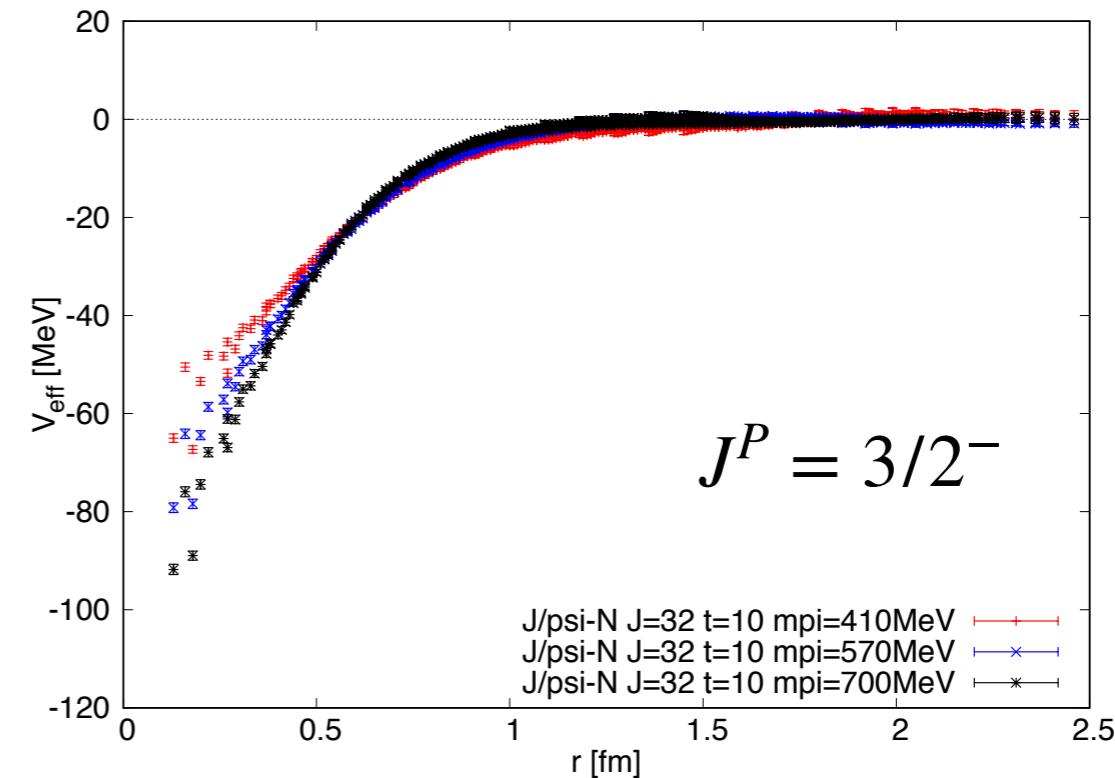
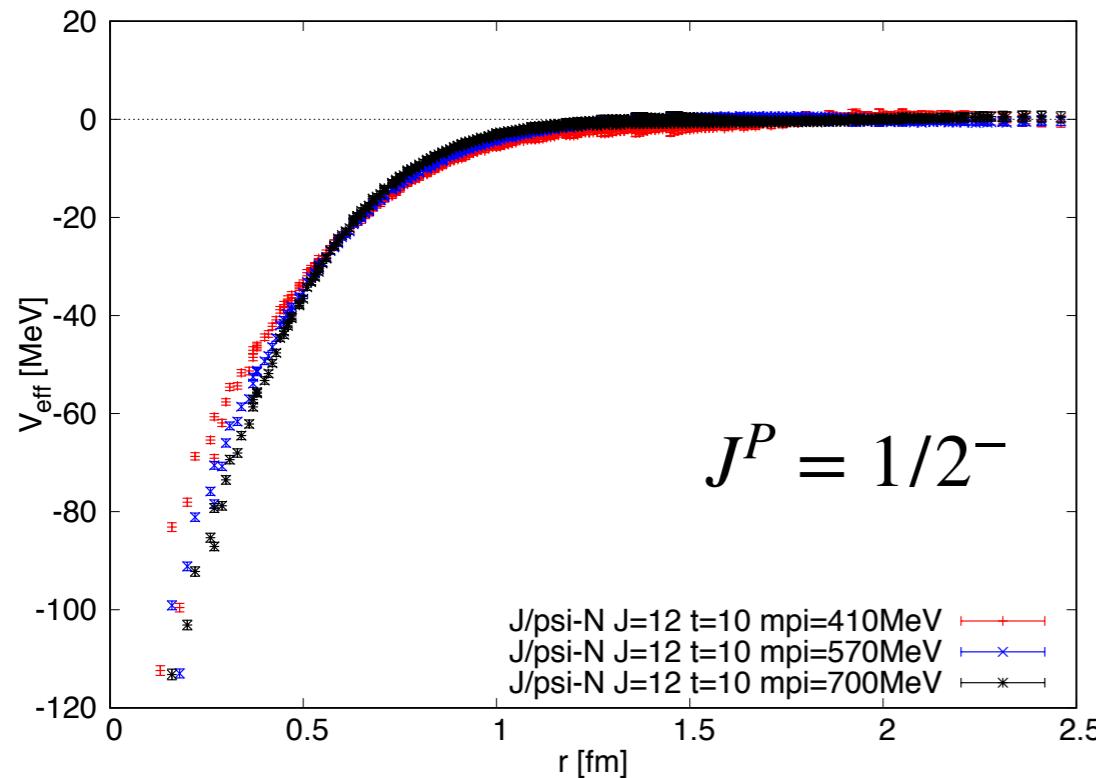
J/ψ-N $J=12$ $t=10$ $\text{mpi}=410\text{MeV}$
J/ψ-N $J=12$ $t=10$ $\text{mpi}=570\text{MeV}$
J/ψ-N $J=12$ $t=10$ $\text{mpi}=700\text{MeV}$


 $J^P = 3/2^-$

J/ψ-N $J=32$ $t=10$ $\text{mpi}=410\text{MeV}$
J/ψ-N $J=32$ $t=10$ $\text{mpi}=570\text{MeV}$
J/ψ-N $J=32$ $t=10$ $\text{mpi}=700\text{MeV}$

- 全て引力的。
- $J=1/2$ の方が引力が強い
... Heavy Quark Spin Symmetryの破れ(spin-spin力由来)
- クォーク質量が小さくなるとポテンシャルが弱くなる傾向。

$J/\psi N$ effective central potentials



cf. 河内-佐々木の先行研究

old method (time-independent),
quenched, spin-averaged

T. Kawanai and S. Sasaki, PRD82, 091501 (2010).

時間依存法を使うことで短距離を正しく
評価できた→引力は強くなつた

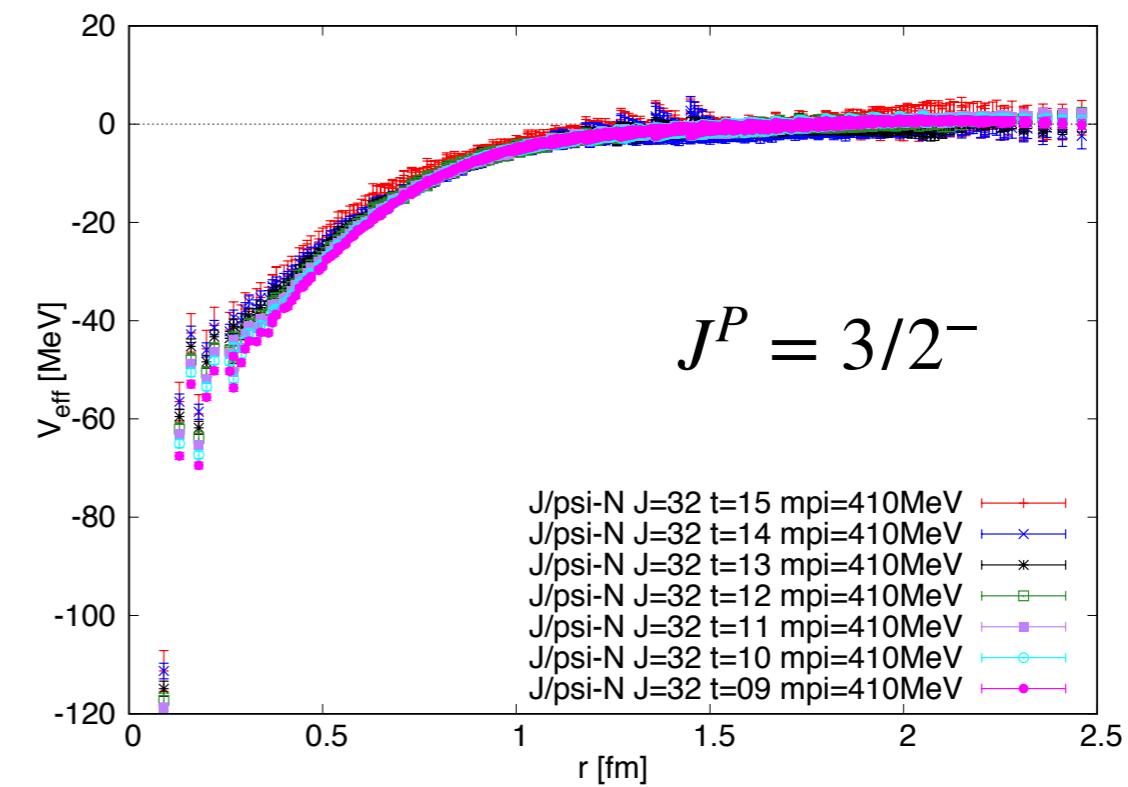
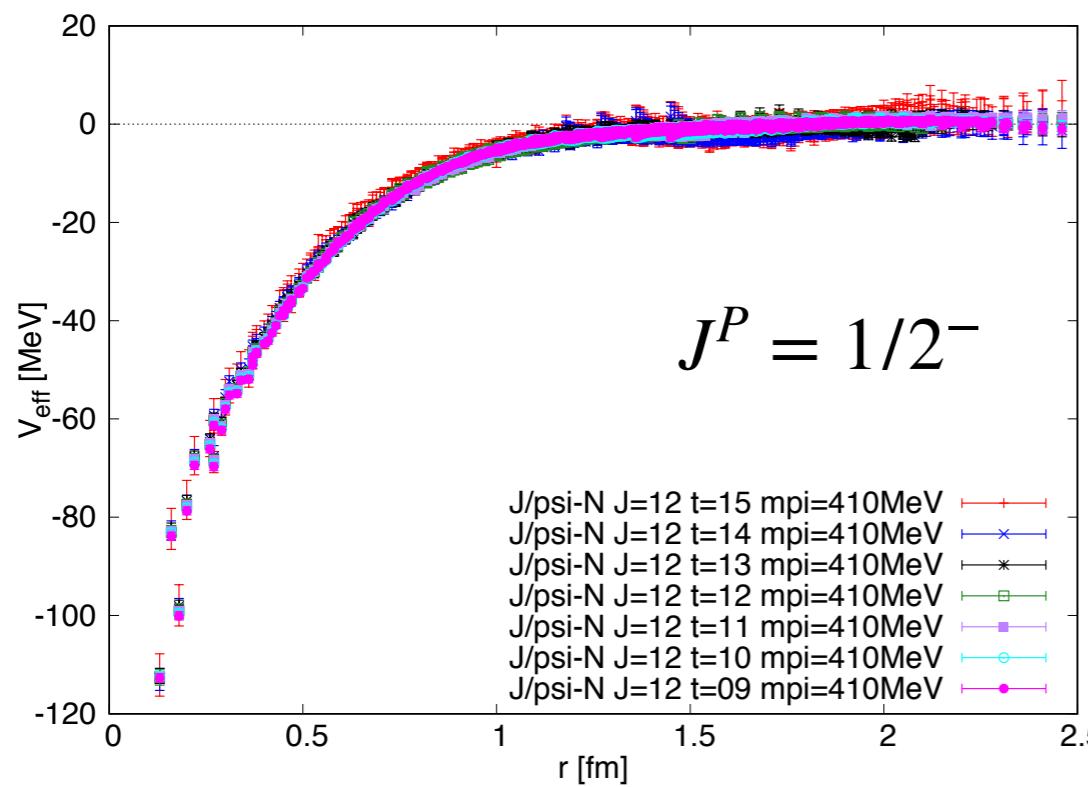
ポテンシャルのチェック(時間依存性)

- elastic-state saturation

- 微分展開の収束

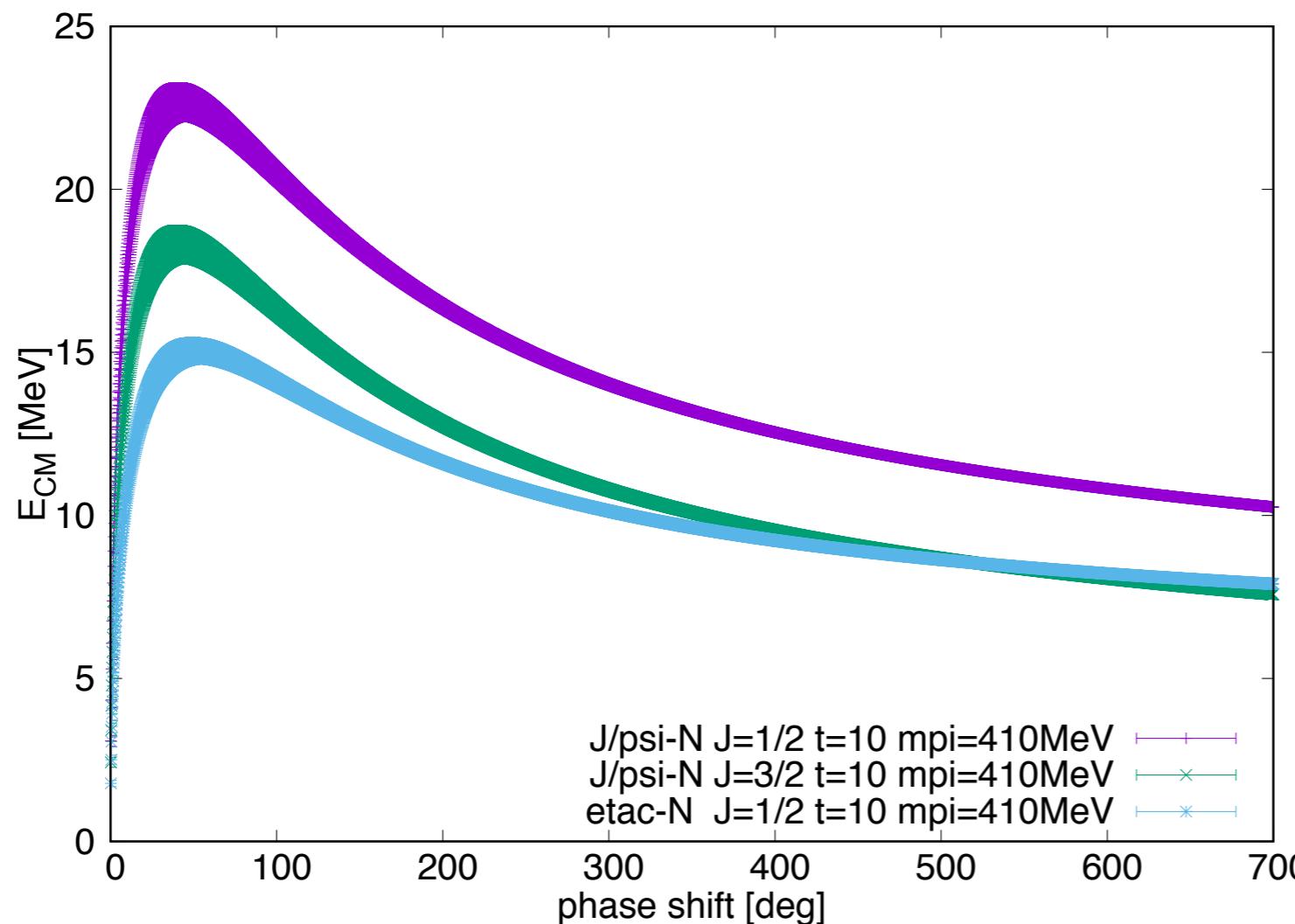
が共に満たされた場合は、ポテンシャルは時間によらない。

逆は言えないが、一つのチェックになる。



誤差の範囲内で一致している。

$J/\psi N$ phase shift



引力、束縛状態はない

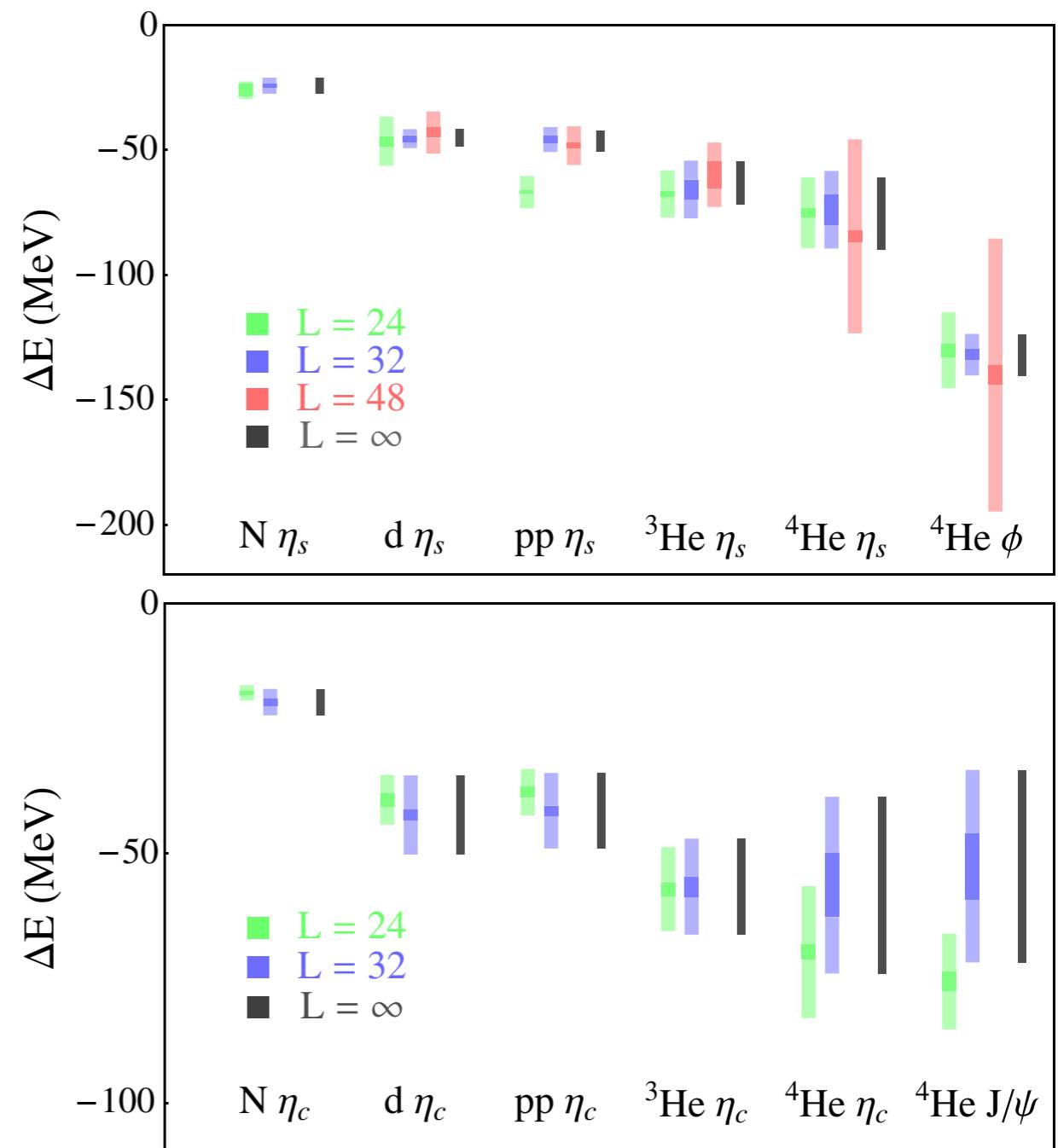
channel	scattering length [fm]	effective range [fm]
J/ψ N ($J=1/2$)	0.570 ± 0.032	1.575 ± 0.017
J/ψ N ($J=3/2$)	0.449 ± 0.028	1.957 ± 0.032
etac N	0.330 ± 0.018	2.162 ± 0.036

flavor SU(3) at
 $m_p i = m_K \sim 805\text{MeV}$

η_c , η_s と核子の2体束縛状態がある
 クォーク質量を小さくすると
 "less bound"と議論しているが、
 計算の正当性は疑わしい。

c.f. fake plateau problem

Iritani et al., EPJ Web Conf. 05008 (2018).



$J/\psi N$ スピン依存力(preliminary)

spin-spin力をもっとあらわに見たい。

微分展開最低時のポテンシャルの一般的な形は

$$V = V_0(r) + V_\sigma(r) \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma} + V_{T1}(r) \hat{S}_{12} + V_{T2}(r) \hat{T}_{12}$$

$$\hat{S}_{12} = \left[(\hat{\mathbf{r}} \cdot \boldsymbol{\sigma})(\hat{\mathbf{r}} \cdot \boldsymbol{\Sigma}) - \frac{1}{3} \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma} \right]$$

$$\hat{T}_{12} = \left[(\hat{\mathbf{r}} \cdot \boldsymbol{\Sigma})^2 - \frac{1}{3} \boldsymbol{\Sigma}^2 \right]$$

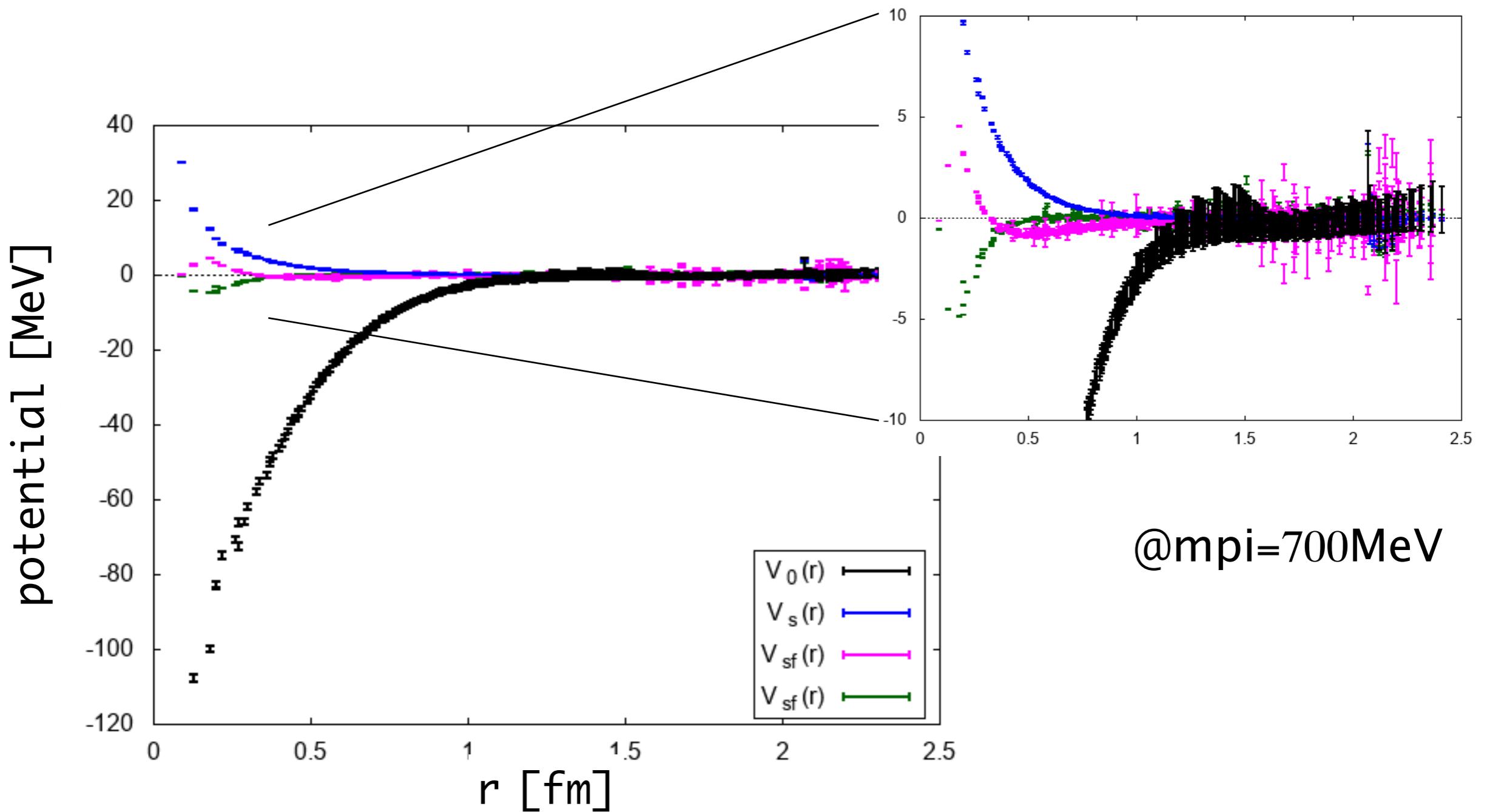
$J=1/2, 3/2$ の状態は以下の5つ (L=2はcubic groupのT2表現とE表現に分裂)

$$(J, L, S) = (1/2, 0, 1/2), (1/2, 2, 3/2), \\ (3/2, 0, 3/2), (3/2, 2, 1/2), (3/2, 2, 3/2)$$

5つの状態から4つを選んで以下の連立方程式を解く

$$\begin{pmatrix} \mathcal{P}_1 \mathcal{K}(\vec{r}, t) \\ \mathcal{P}_2 \mathcal{K}(\vec{r}, t) \\ \mathcal{P}_3 \mathcal{K}(\vec{r}, t) \\ \mathcal{P}_4 \mathcal{K}(\vec{r}, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\mathcal{P}_1 R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_1 \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma} R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_1 S_{12} R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_1 T_{12} R)(\vec{r}, t) \\ (\mathcal{P}_2 R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_2 \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma} R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_2 S_{12} R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_2 T_{12} R)(\vec{r}, t) \\ (\mathcal{P}_3 R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_3 \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma} R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_3 S_{12} R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_3 T_{12} R)(\vec{r}, t) \\ (\mathcal{P}_4 R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_4 \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma} R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_4 S_{12} R)(\vec{r}, t) & (\mathcal{P}_4 T_{12} R)(\vec{r}, t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_0(r) \\ V_\sigma(r) \\ V_{T1}(r) \\ V_{T2}(r) \end{pmatrix}$$

$J/\psi N$ スピン依存力(preliminary)



$$\langle S = 1/2 | \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma} | S = 1/2 \rangle = -2 \quad \rightarrow \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma} V_s(r) < 0 \text{ for } J=1/2$$

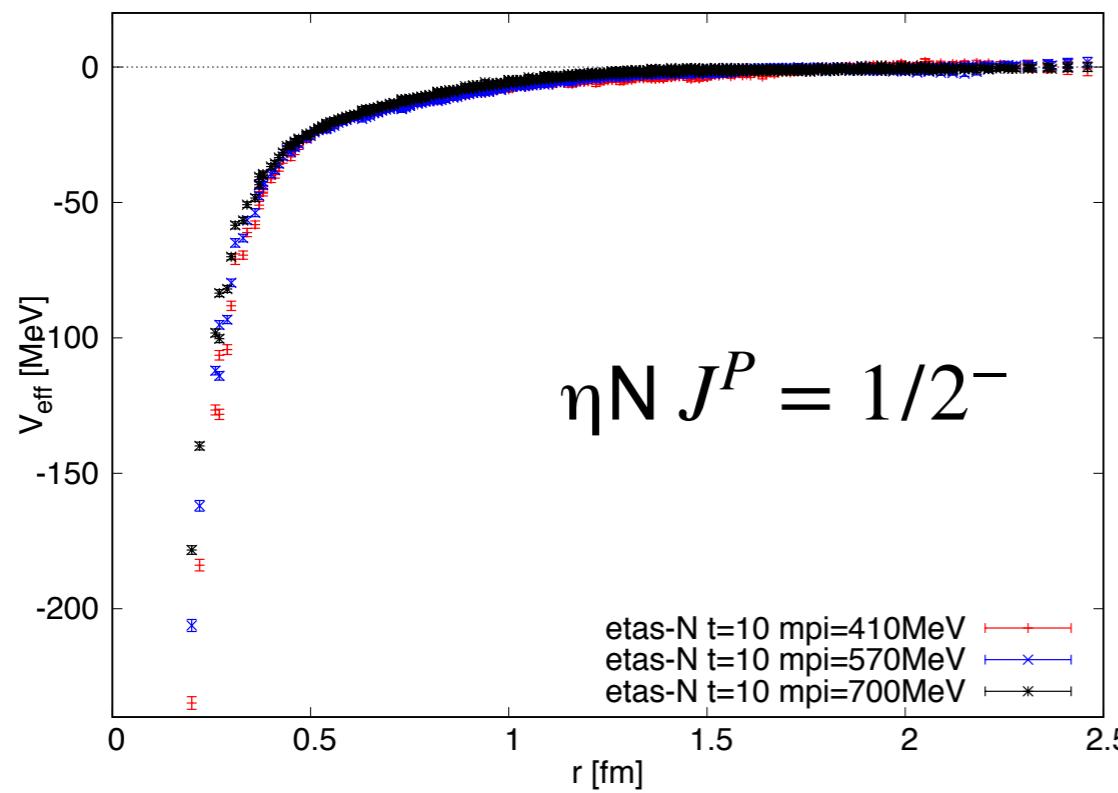
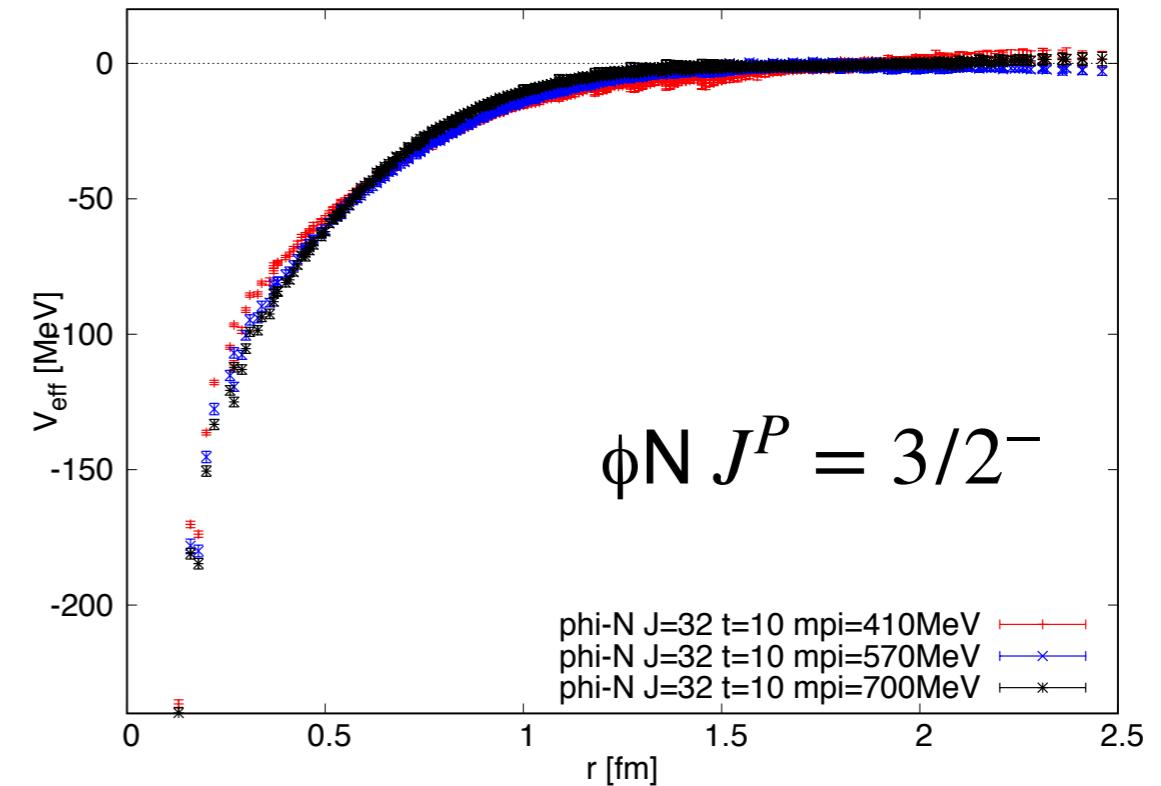
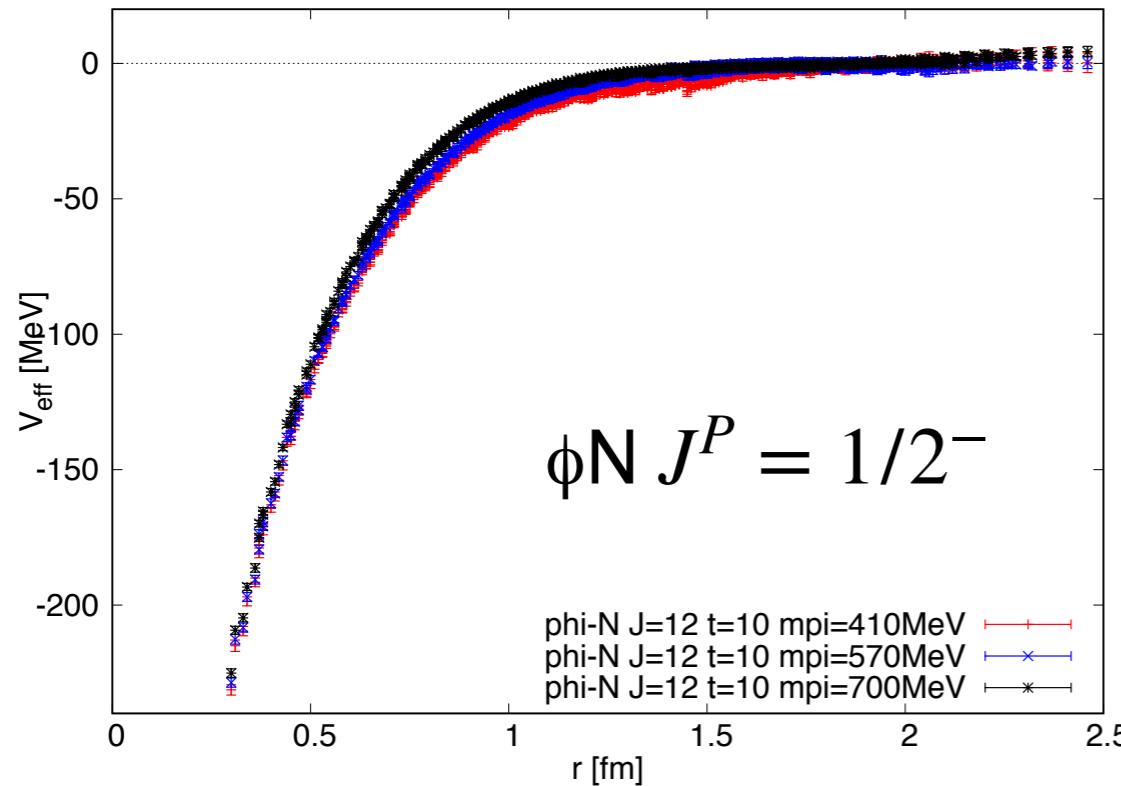
$$\langle S = 3/2 | \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma} | S = 3/2 \rangle = +1 \quad \rightarrow \boldsymbol{\sigma} \cdot \boldsymbol{\Sigma} V_s(r) > 0 \text{ for } J=3/2$$

$\phi N, \eta N$ effective central potentials

チャーモニウムの $cc^{\bar{b}ar}$ を $ss^{\bar{b}ar}$ に置き換えれば、 $\phi N, \eta N$ の相互作用も計算できるのでやってみる。

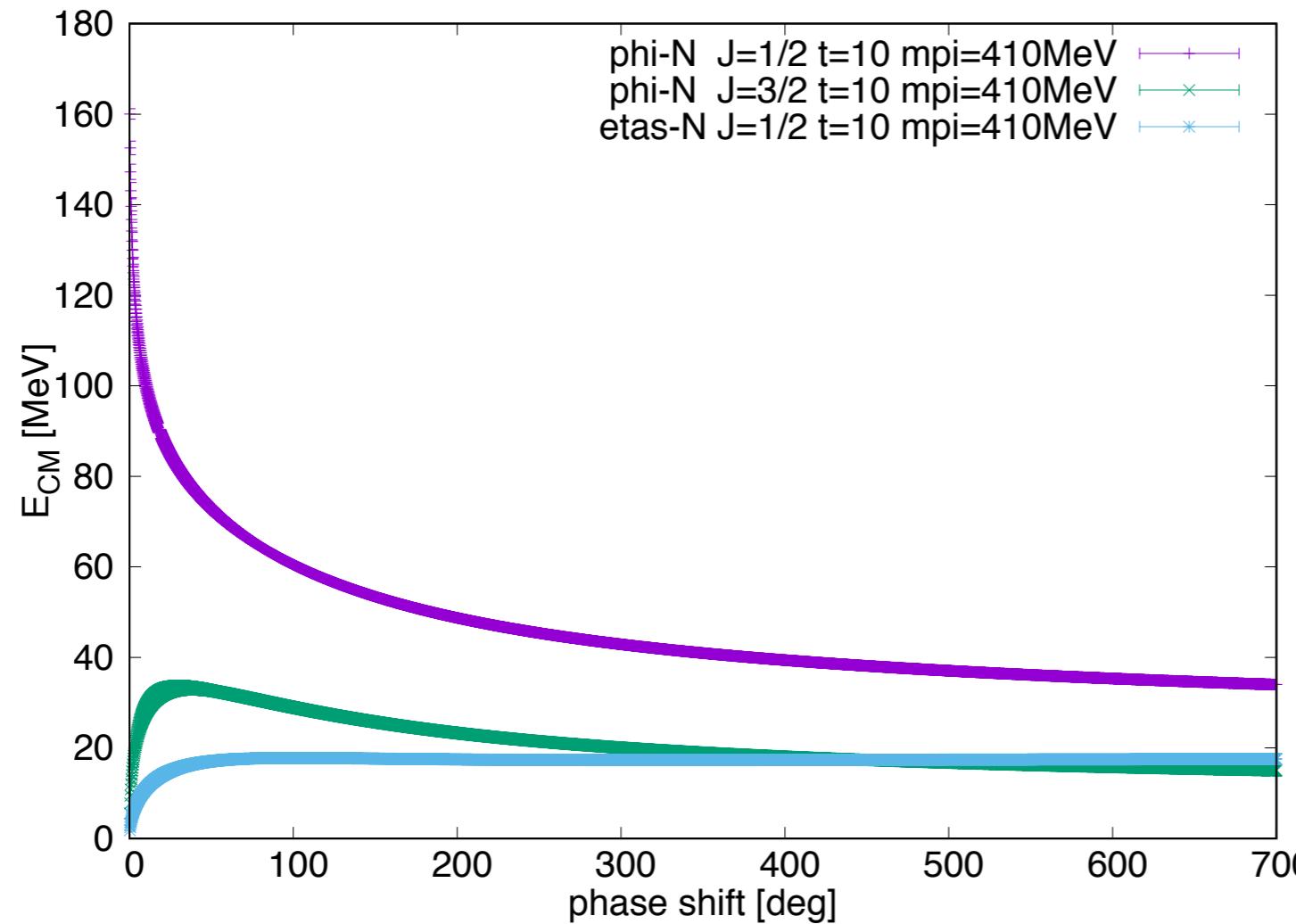
ただしここでの ϕ, η は u, d クォークと結合した物理的な ϕ/η メソンではなく単に $ss^{\bar{b}ar}$ (対消滅なし)で作られるもの。格子QCDなので自動的に物理的な状態にいっているかもしれないが、カイラル対称性が壊れているのであくまで $J/\psi N, \eta_c N$ との比較用と理解した方が良さそう。

$\phi N, \eta N$ effective central potentials



チャーモニウム-核子と振る舞いは似ているが、かなり引力が強い。

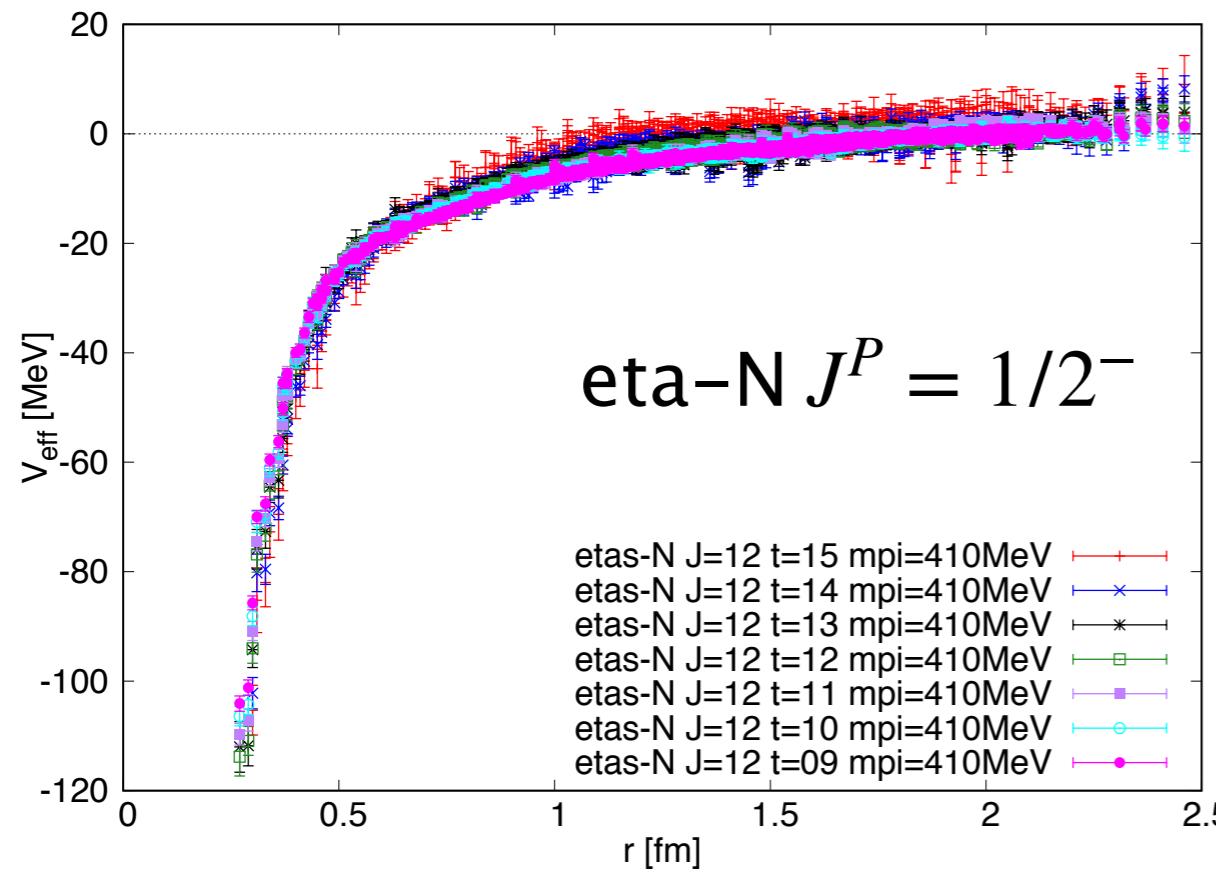
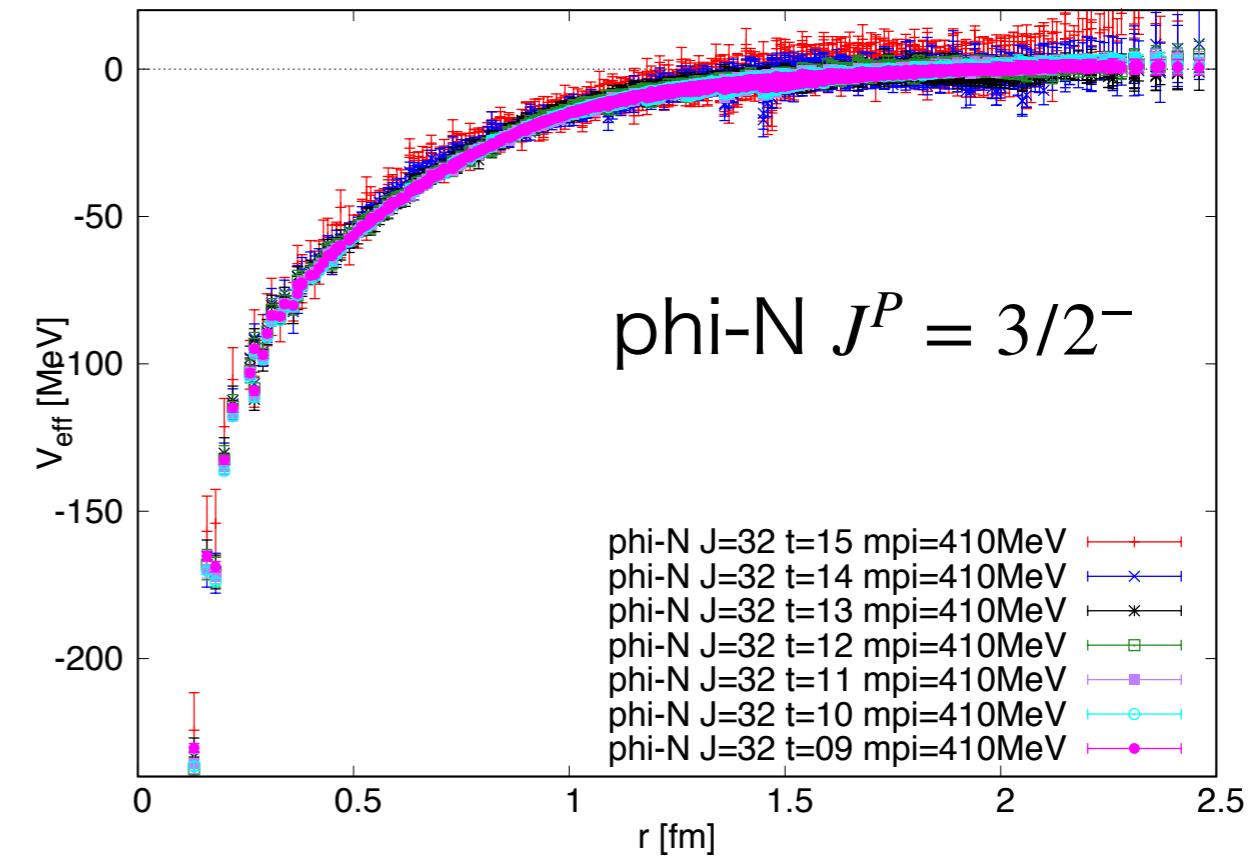
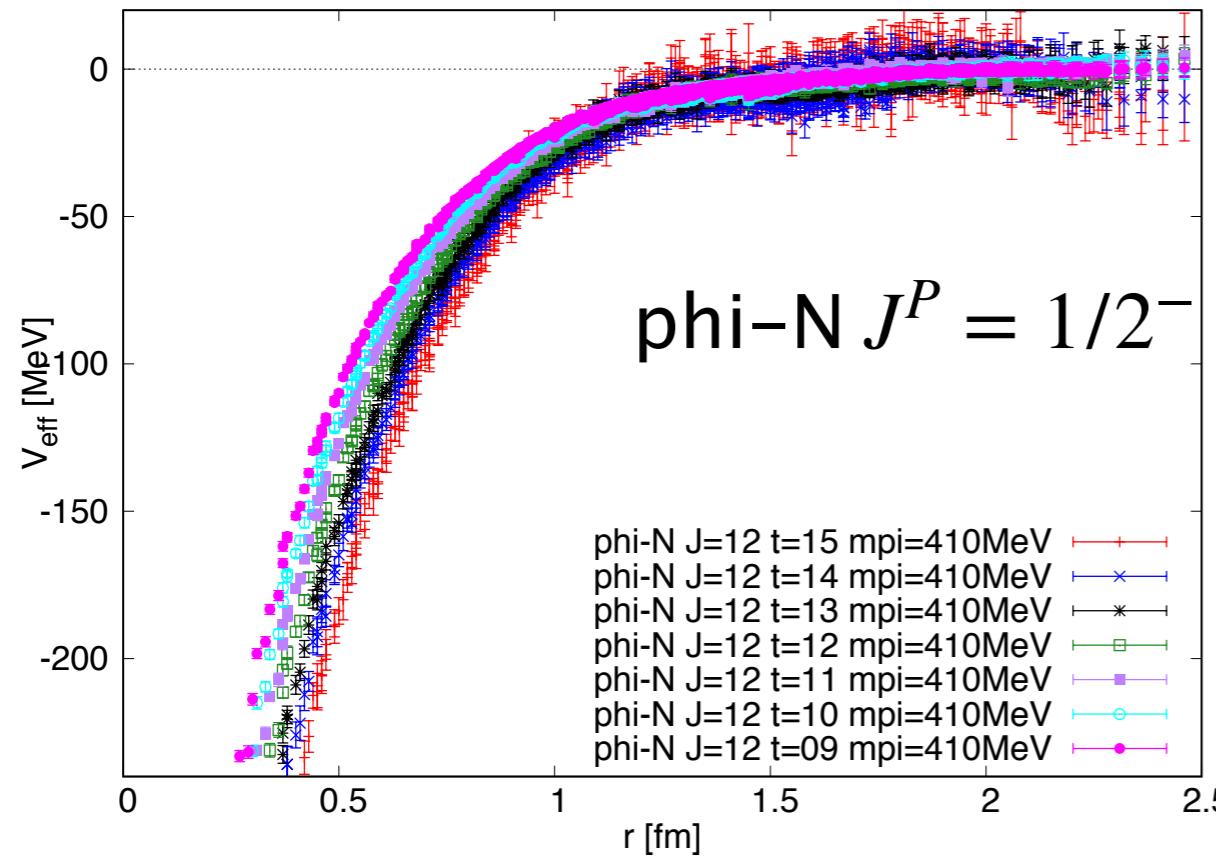
$\phi N, \eta N$ phase shift



phi-Nの束縛状態がある？

channel	scattering length [fm]	effective range [fm]
phi N ($J=1/2$)	-4.611 ± 0.286	0.788 ± 0.007
phi N ($J=3/2$)	1.267 ± 0.154	1.460 ± 0.010
eta N	0.437 ± 0.058	2.161 ± 0.180

ポテンシャルのチェック(時間依存性)



束縛状態があったphi-N $J=1/2$ では
強い時間依存性がある
→ tensor力が強い?
effective central potentialではなく
spin依存力によるS-D結合をあらわ
に取り入れる必要あり

結論

- ・エキゾチックハドロンの謎は、カラー閉じ込めとも関係する大きな問題。
- ・共鳴状態であるエキゾチックハドロンを計算するために、基底状態のハドロン間の散乱問題を考える。そのためにハドロン間ポテンシャルがわかると有益。
- ・本研究では、エキゾチックハドロンの1つである P_c ペンタクォークを調べるために、チャームを含んだハドロン間のポテンシャルを計算する。
- ・ $J/\psi N$, $\eta_c N$ ポテンシャルと、おまけで ϕN , ηN ポテンシャルを計算した。束縛状態はなかった。
- ・spin-spin力によるhyperfine splittingと、テンソル力によるS-D結合の効果をあらわに取り入れてスピン依存相互作用を計算する必要性が示唆された。
... ヘビーカクターク対称性が重要な $\psi(2S)N$ 束縛状態と、スピン依存力の存在は相容れないように思える。
- ・今後、結合チャンネル結合による分子的な描像での P_c 探索を行う。

backup

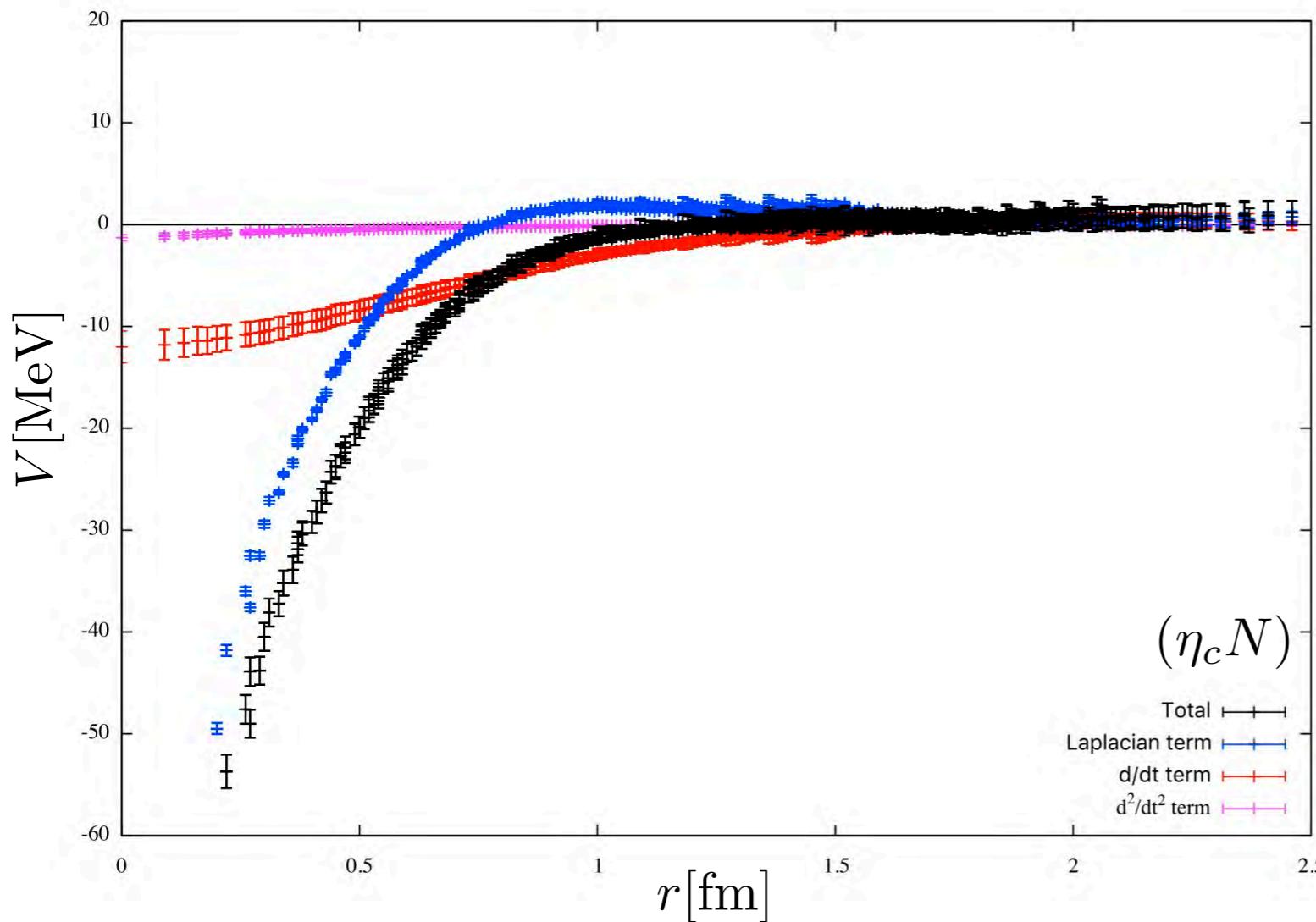
Effective Central Potentials

Time-dependent method

$$\left(\frac{1+3\delta^2}{8\mu} \frac{\partial}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} + H_0 \right) R(\mathbf{r}, t) = V_{\text{eff}}(r) R(\mathbf{r}, t) \quad \rightarrow \text{relativistic correction}$$

$$\rightarrow V_{\text{eff}}(r) = \frac{H_0 R(\mathbf{r}, t)}{R(\mathbf{r}, t)} + \frac{\partial_t R(\mathbf{r}, t)}{R(\mathbf{r}, t)} + \frac{1+3\delta^2}{8\mu} \frac{\partial_t^2 R(\mathbf{r}, t)}{R(\mathbf{r}, t)}$$

$\hookrightarrow \sim k^2/(2\mu)$, when GSS achieved



$\frac{\partial_t R(\mathbf{r}, t)}{R(\mathbf{r}, t)} \sim 10 \text{ MeV}$ at small r

→ The original method
must not be used

Kawanai-Sasaki seem to
have underestimated
the attraction

Discussion for P_c as a hadro-charmonium (2) $^{43/40}$

- Lagrangian for the QCD van der Waals interaction

$$L_{eff} = g^2 L_1 + g^4 L_2 + \dots$$

$$L_1 = \frac{\alpha}{2} E_i^a E_i^a$$

$$L_2 = -\frac{\alpha}{4m_c} S_j [E_i^a (D_i B_j)^a + (D_i B_j)^a E_i^a]$$

- (Future Plans) We are now ready to compare

$$V_0 \leftrightarrow \langle L_1 \rangle$$

$$V_s, V_{T1} \leftrightarrow \langle L_2 \rangle$$

to evaluate α .

m_π -dependence, m_c -dependence, and studying other J/ψ -hadron systems are also interesting