

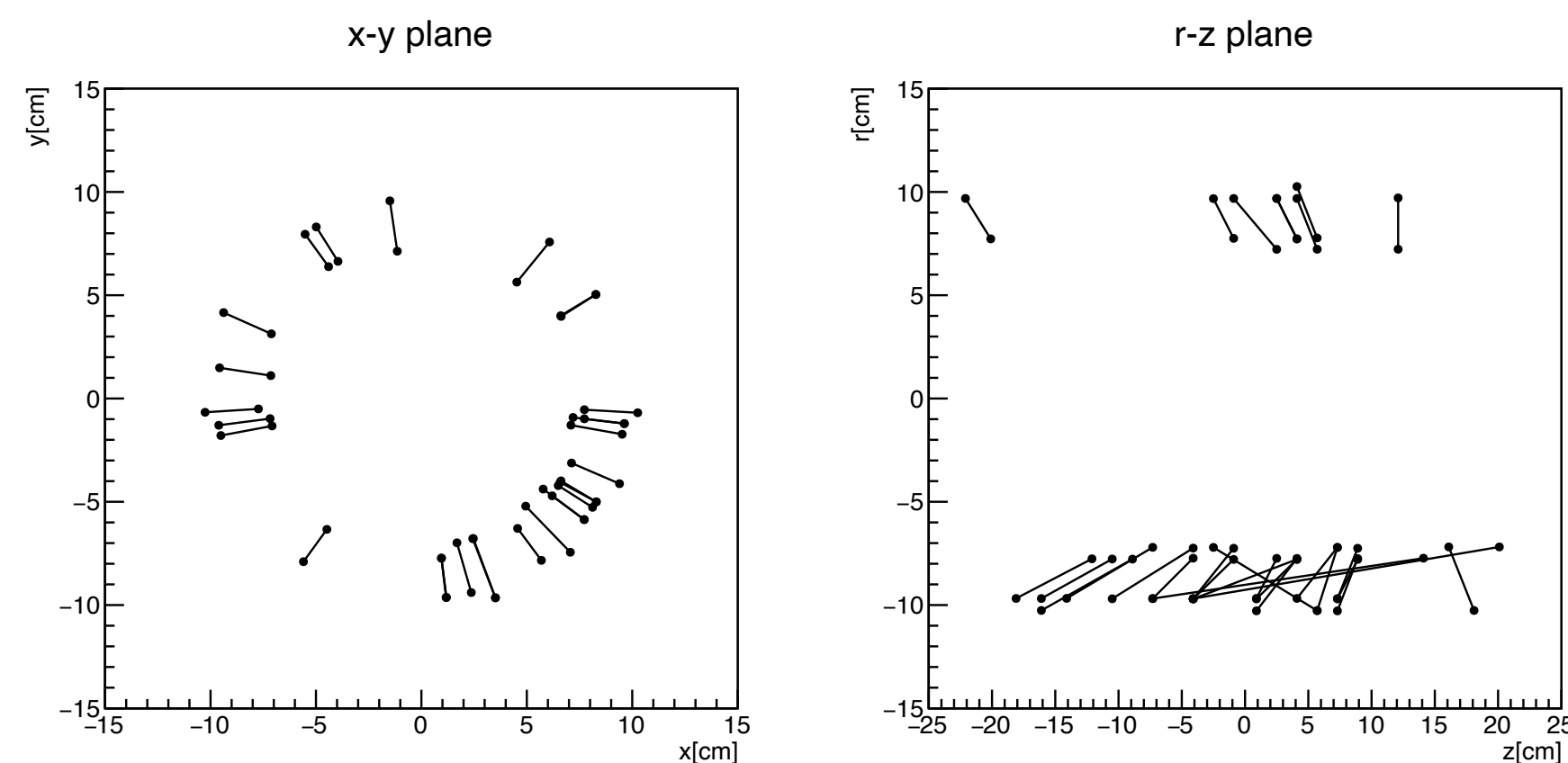
z_vertex測定方法の最適化

クラスターのZ座標,傾きを用いた加重平均法

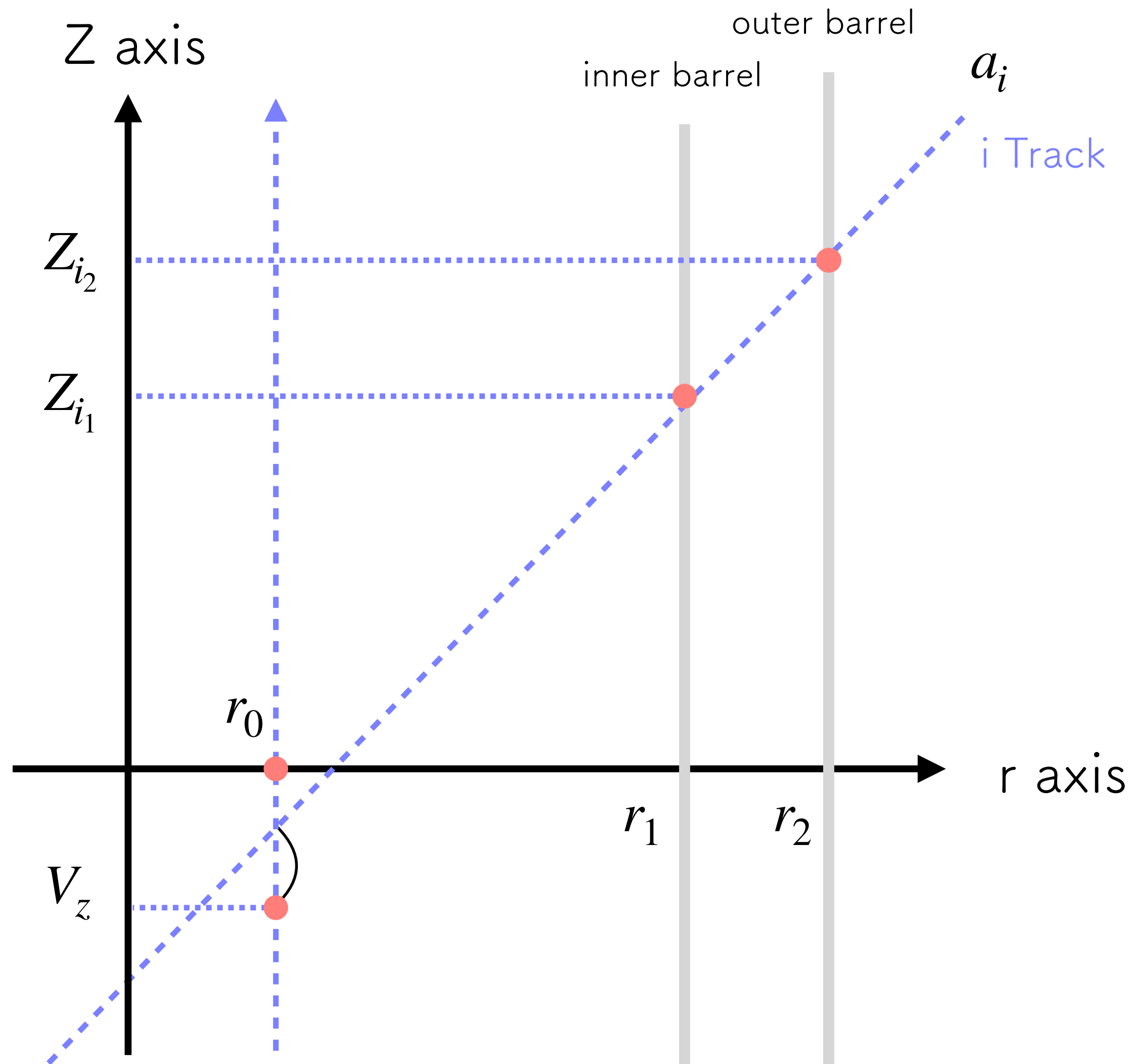
NWU B4 池本 真尋 2024.2.21 INTT日本語MT

概要

- x軸方向、y軸方向に比べてz軸方向の分解能が低い
z軸での衝突点をより正確に、精度良く求められる方法を探す
- 今回はクラスタのZ座標、傾きaを用いた加重平均法からz_vertexを求めたトラックはx-y平面上の角度差から求めた状態のものを使用している
- 使用データ：truthの $\sigma=20\text{cm}$, イベント数10Kのシミュレーションデータ



クラスタのZ座標、トラックの傾きaを用いた加重平均法でz_vtxを求める



Chip type-A : $\sigma = 2.0\text{cm}$
 Chip type-B : $\sigma = 1.6\text{cm}$

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{(Z_{ij} - (a_i(r_{ij} - r_0) + V_z))^2}{\sigma_{z_{ij}}^2}$$

($n =$ トラック数, $r_0 = \sqrt{x_{vtx}^2 + y_{vtx}^2}$)

$\frac{\partial L}{\partial V_z} = 0, \frac{\partial L}{\partial a_i} = 0$ となるときの V_z を求める

- これをイベント数分繰り返す

クラスターのZ座標、トラックの傾きaを用いた加重平均法でz_vtxを求める

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{(Z_{ij} - (a_i(r_{ij} - r_0) + V_z))^2}{\sigma_{Z_{ij}}^2} \quad (n = \text{トラック数}, r_0 = \sqrt{x_{vtx}^2 + y_{vtx}^2})$$

$$\frac{\partial L}{\partial V_z} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{-2Z_{ij}}{\sigma_{Z_{ij}}^2} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 a_i(r_j - r_0) + 2 \cdot 2nV_z = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial a_i} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{-2Z_{ij}(r_i - r_0)}{\sigma_{Z_{ij}}^2} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 a_i(r_j - r_0)^2 + 2V_z \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 (r_j - r_0) = 0$$

となるときの V_z, a_i を求める

クラスターのZ座標、トラックの傾きaを用いた加重平均法でz_vtxを求める

$$L = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{(Z_{ij} - (a_i(r_{ij} - r_0) + V_z))^2}{\sigma_{Z_{ij}}^2} \quad (n = \text{トラック数}, r_0 = \sqrt{x_{vtx}^2 + y_{vtx}^2})$$

$$\frac{\partial L}{\partial V_z} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{-2Z_{ij}}{\sigma_{Z_{ij}}^2} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 a_i(r_j - r_0) + 2 \cdot 2nV_z = 0,$$

$$\frac{\partial L}{\partial a_i} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{-2Z_{ij}(r_i - r_0)}{\sigma_{Z_{ij}}^2} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 a_i(r_j - r_0)^2 + 2V_z \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 (r_j - r_0) = 0 \text{ となるときの } V_z, a_i \text{ を求める}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \cdot 2n & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{1j} - r_0) & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{2j} - r_0) & \cdots & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{ij} - r_0) \\ 2 \sum_{j=1}^2 (r_{1j} - r_0) & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{1j} - r_0)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 \sum_{j=1}^2 (r_{2j} - r_0) & 0 & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{2j} - r_0)^2 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 2 \sum_{j=1}^2 (r_{ij} - r_0) & 0 & 0 & \cdots & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{ij} - r_0) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_z \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{ij}}{\sigma_{Z_{ij}}^2} \\ 2 \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{1j}(r_{1j} - r_0)}{\sigma_{Z_{1j}}^2} \\ 2 \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{2j}(r_{2j} - r_0)}{\sigma_{Z_{2j}}^2} \\ \vdots \\ 2 \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{ij}(r_{ij} - r_0)}{\sigma_{Z_{ij}}^2} \end{pmatrix}$$

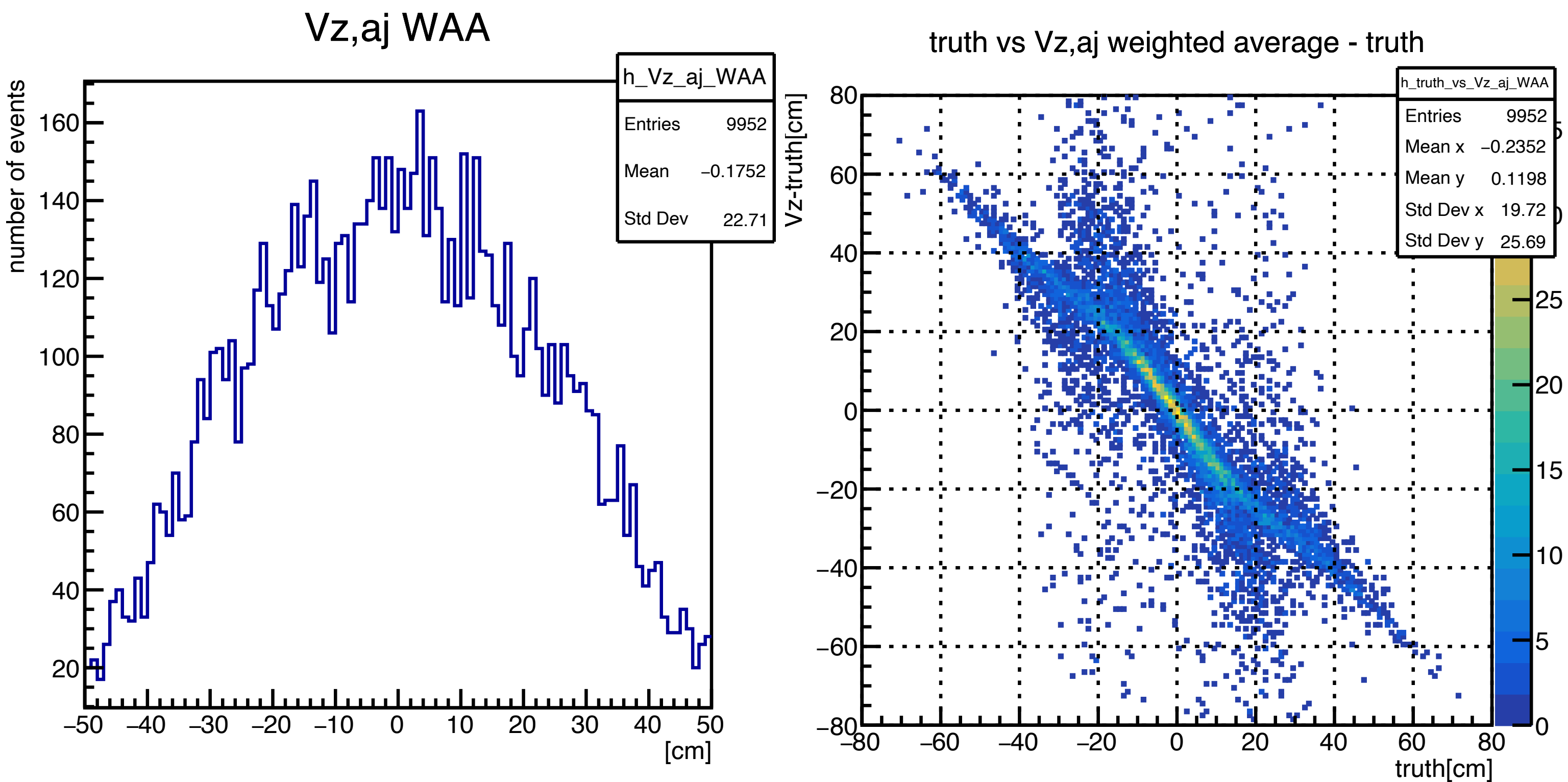
クラスターのZ座標、トラックの傾きaを用いた加重平均法でz_vtxを求める

$$\begin{pmatrix} 2 \cdot 2n & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{1j} - r_0) & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{2j} - r_0) & \cdots & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{ij} - r_0) \\ 2 \sum_{j=1}^2 (r_{1j} - r_0) & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{1j} - r_0)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 \sum_{j=1}^2 (r_{2j} - r_0) & 0 & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{2j} - r_0)^2 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 2 \sum_{j=1}^2 (r_{ij} - r_0) & 0 & 0 & \cdots & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{ij} - r_0) \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} V_z \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{ij}}{\sigma_{Z_{ij}}^2} \\ 2 \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{1j}(r_{1j} - r_0)}{\sigma_{Z_{1j}}^2} \\ 2 \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{2j}(r_{2j} - r_0)}{\sigma_{Z_{2j}}^2} \\ \vdots \\ 2 \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{ij}(r_{ij} - r_0)}{\sigma_{Z_{ij}}^2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 \cdot 2n & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{1j} - r_0) & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{2j} - r_0) & \cdots & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{ij} - r_0) \\ 2 \sum_{j=1}^2 (r_{1j} - r_0) & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{1j} - r_0)^2 & 0 & 0 & 0 \\ 2 \sum_{j=1}^2 (r_{2j} - r_0) & 0 & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{2j} - r_0)^2 & 0 & 0 \\ \vdots & 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ 2 \sum_{j=1}^2 (r_{ij} - r_0) & 0 & 0 & \cdots & 2 \sum_{j=1}^2 (r_{ij} - r_0) \end{pmatrix} = A \text{ とすると、 } A^{-1}A \times \begin{pmatrix} V_z \\ a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_i \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{ij}}{\sigma_{Z_{ij}}^2} \\ 2 \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{1j}(r_{1j} - r_0)}{\sigma_{Z_{1j}}^2} \\ 2 \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{2j}(r_{2j} - r_0)}{\sigma_{Z_{2j}}^2} \\ \vdots \\ 2 \sum_{j=1}^2 \frac{Z_{ij}(r_{ij} - r_0)}{\sigma_{Z_{ij}}^2} \end{pmatrix}$$

クラスターのZ座標、トラックの傾き a を用いた加重平均法で求めた z_{vtx} -truth

使用データ： z_{vertex} のtruth $\sigma=20\text{cm}$ 、10Kイベントのシミュレーションデータ (p+p collision)



bin width : 1cm

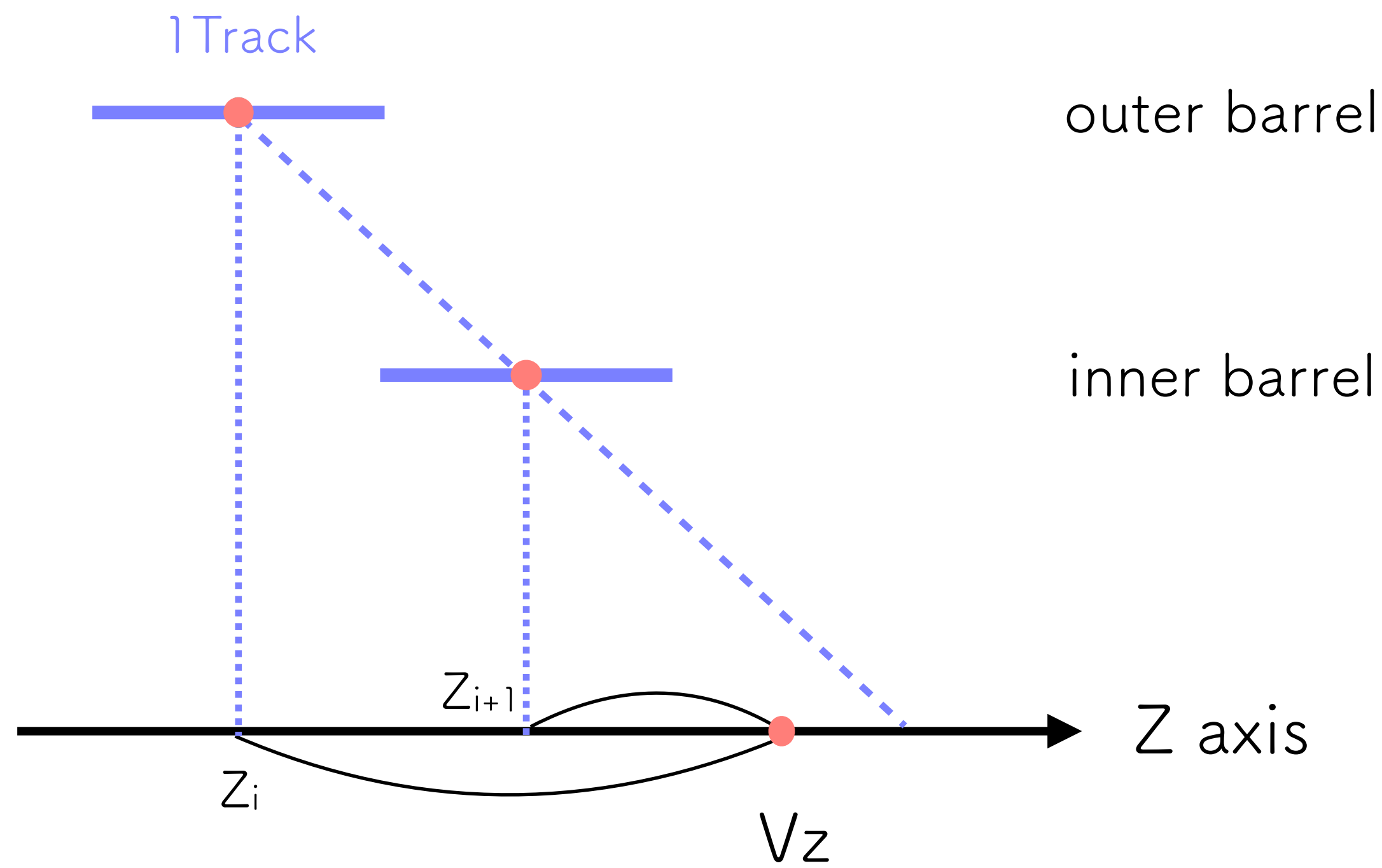
- 求めた z_{vtx} -truthのヒストグラムがかなり太くなってしまった
 - 二次元ヒストグラムでも相関が見えてしまっている
- $n=1,2$ のイベントを使って計算やマクロが正しいか確認する必要有

今後行うこと

- マクロの確認、修正
- 卒研の準備

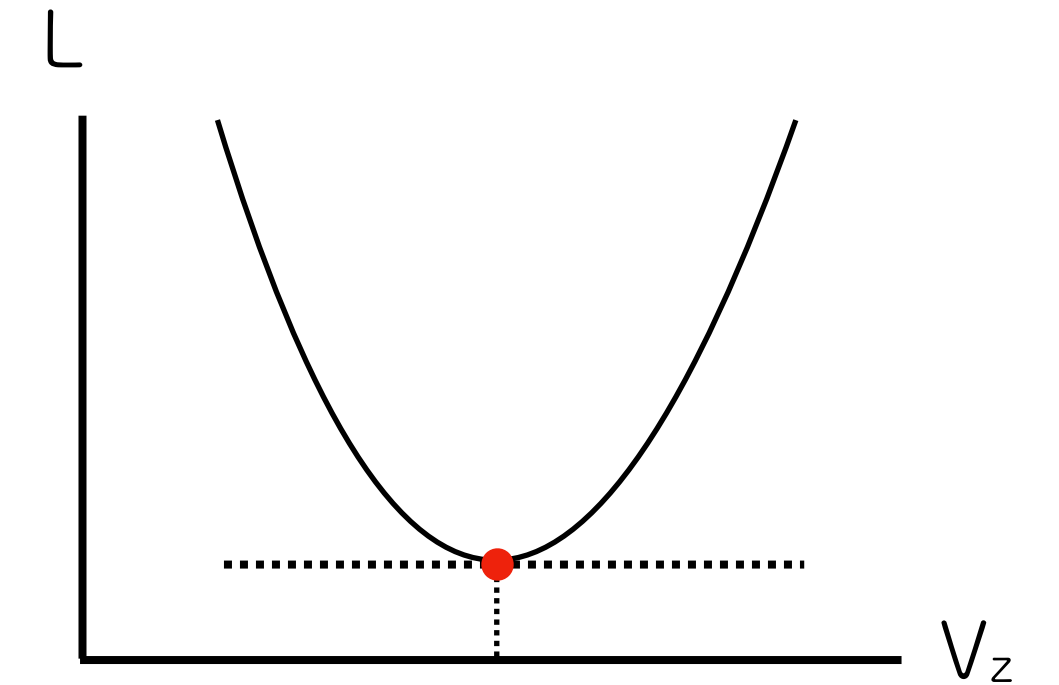
Back Up

クラスタのz座標を用いた加重平均からz_vtxを求める



Chip type-A : $\sigma = 20\text{mm}$

Chip type-B : $\sigma = 16\text{mm}$



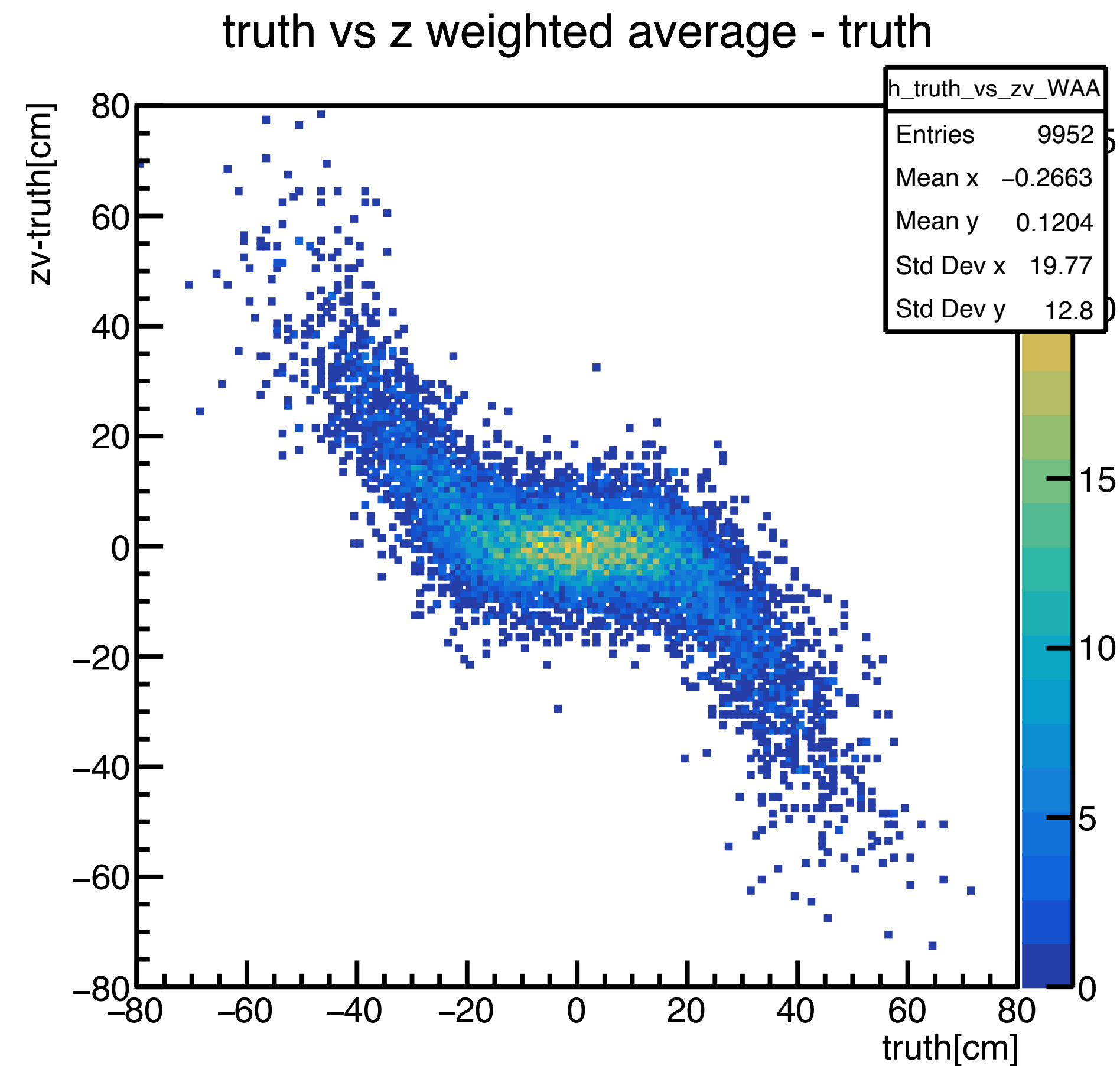
- $$L = \sum_{i=1}^{2n} \frac{(Z_i - V_z)^2}{\sigma_i^2} \quad (n = \text{トラック数})$$

- $$\frac{\partial L}{\partial V_z} = 0 \text{ となる ときの } V_z = \frac{1}{n} \sum \frac{Z_i}{\sigma_i^2} \text{ を求める}$$

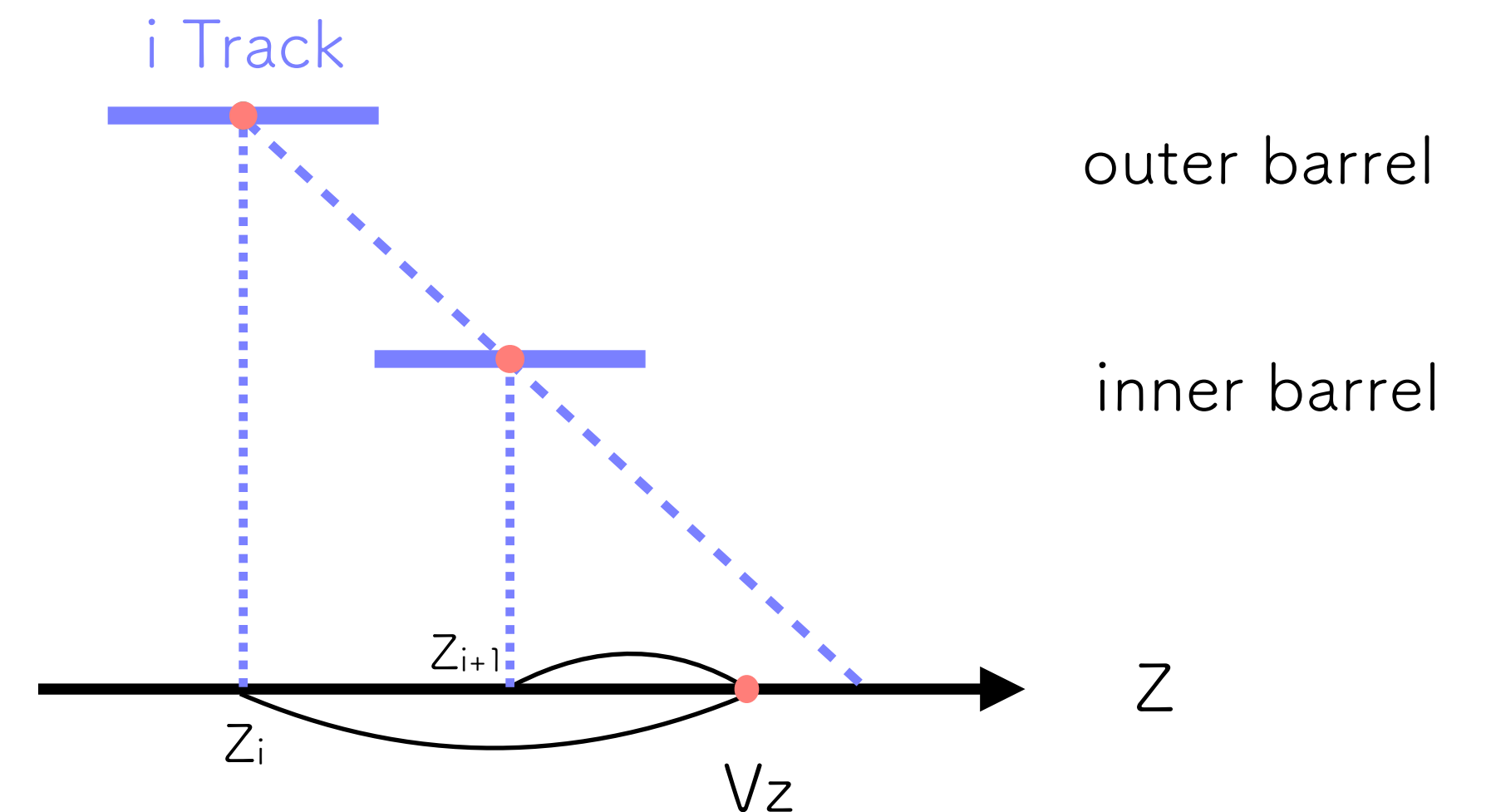
- これをイベント数分繰り返す

クラスターのz座標を用いた加重平均で求めたz_vtx-truth VS truth

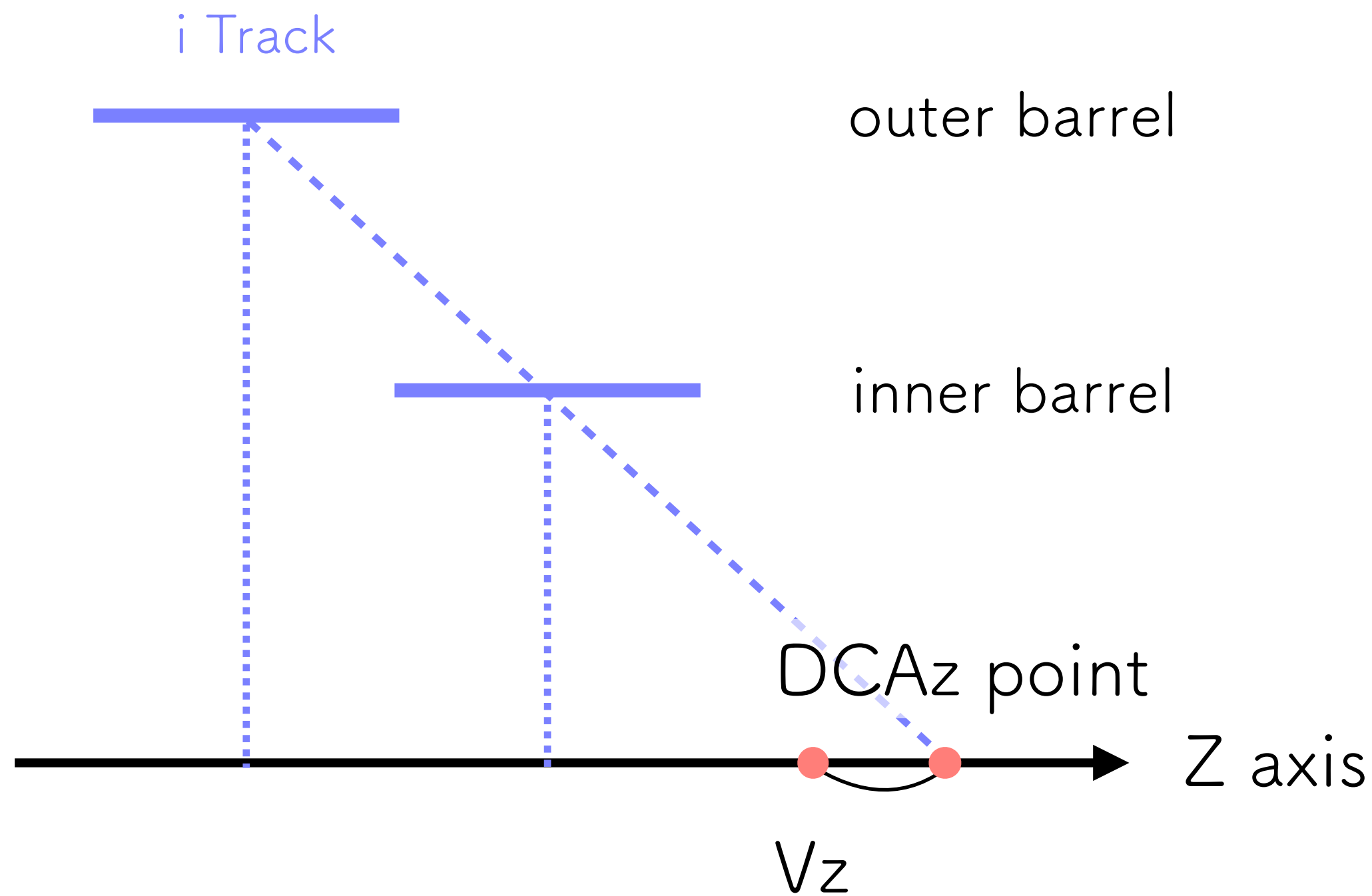
使用データ：z_vertexのtruth $\sigma=20\text{cm}$ 、10Kイベントのシミュレーションデータ (p+p collision)



- truthが原点より右(正)にずれると求めたz_vtx-truthは原点より左(負)にずれ、truthが原点より左(負)にずれるとz_vtx-truthは原点より右(正)にずれ
→傾きを考えていないため。
予想通りの結果が得られた

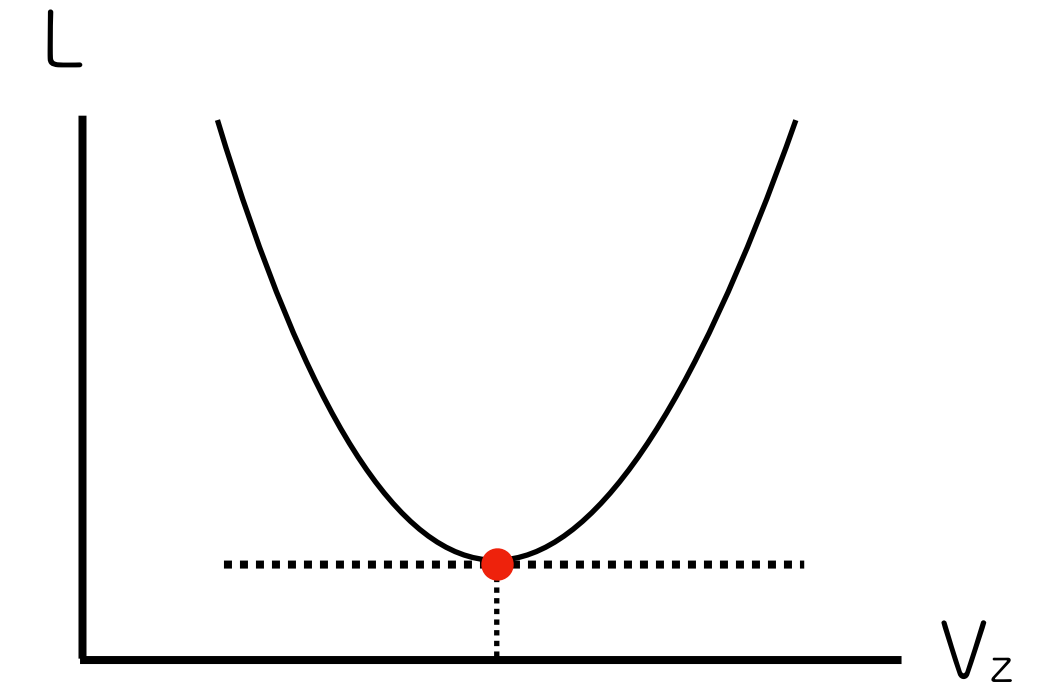


DCAz座標を用いた加重平均法でz_vtxを求める



Chip type-A : $\sigma = 2.0\text{cm}$

Chip type-B : $\sigma = 1.6\text{cm}$



$$\bullet L = \sum_{i=1}^n \frac{(DCAz_i - V_z)^2}{\sigma_i^2} \quad (n = \text{トラック数})$$

$$\frac{\partial L}{\partial V_z} = 0 \text{ となるときの } V_z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n Z_i \text{ を求める}$$

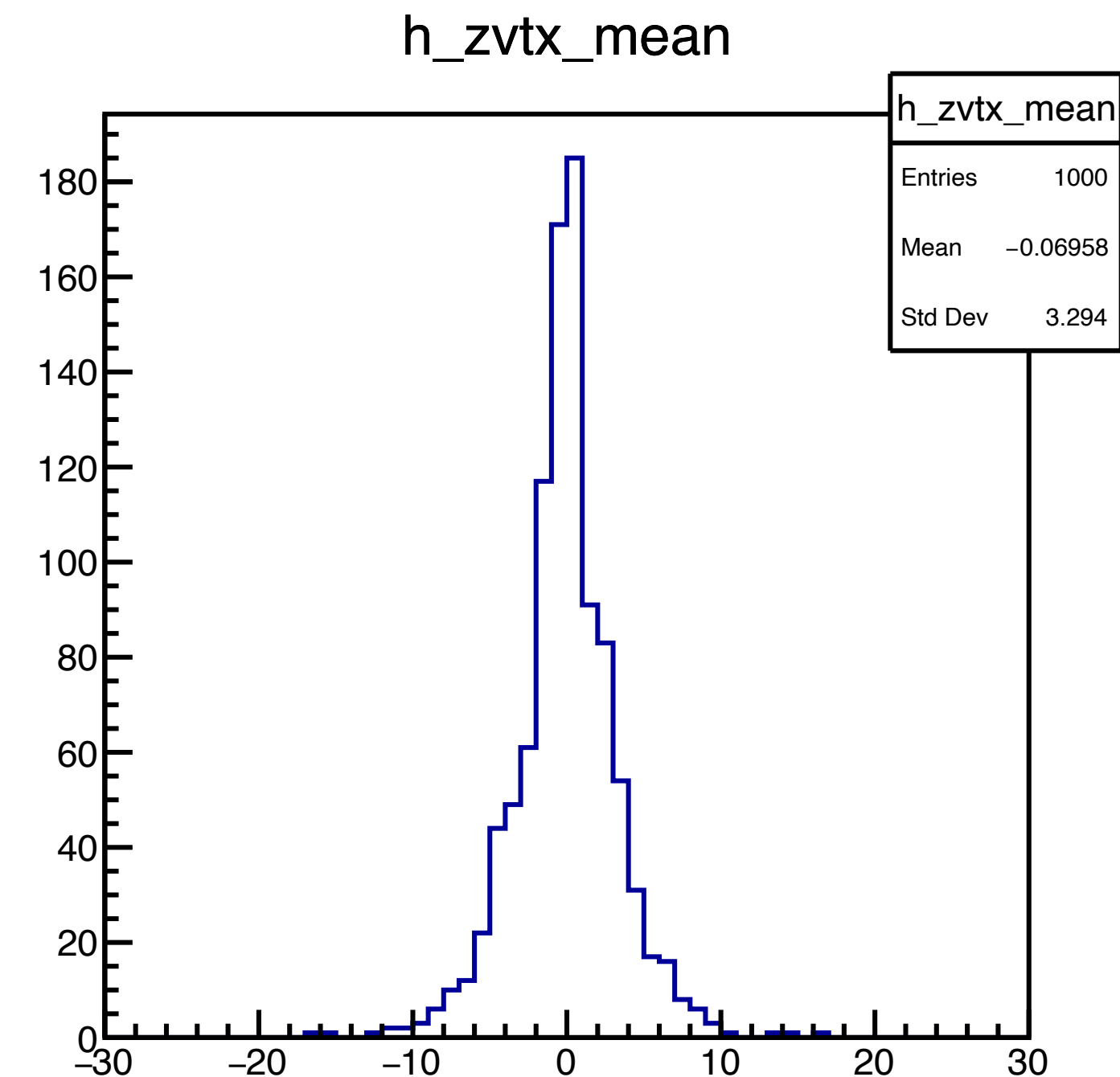
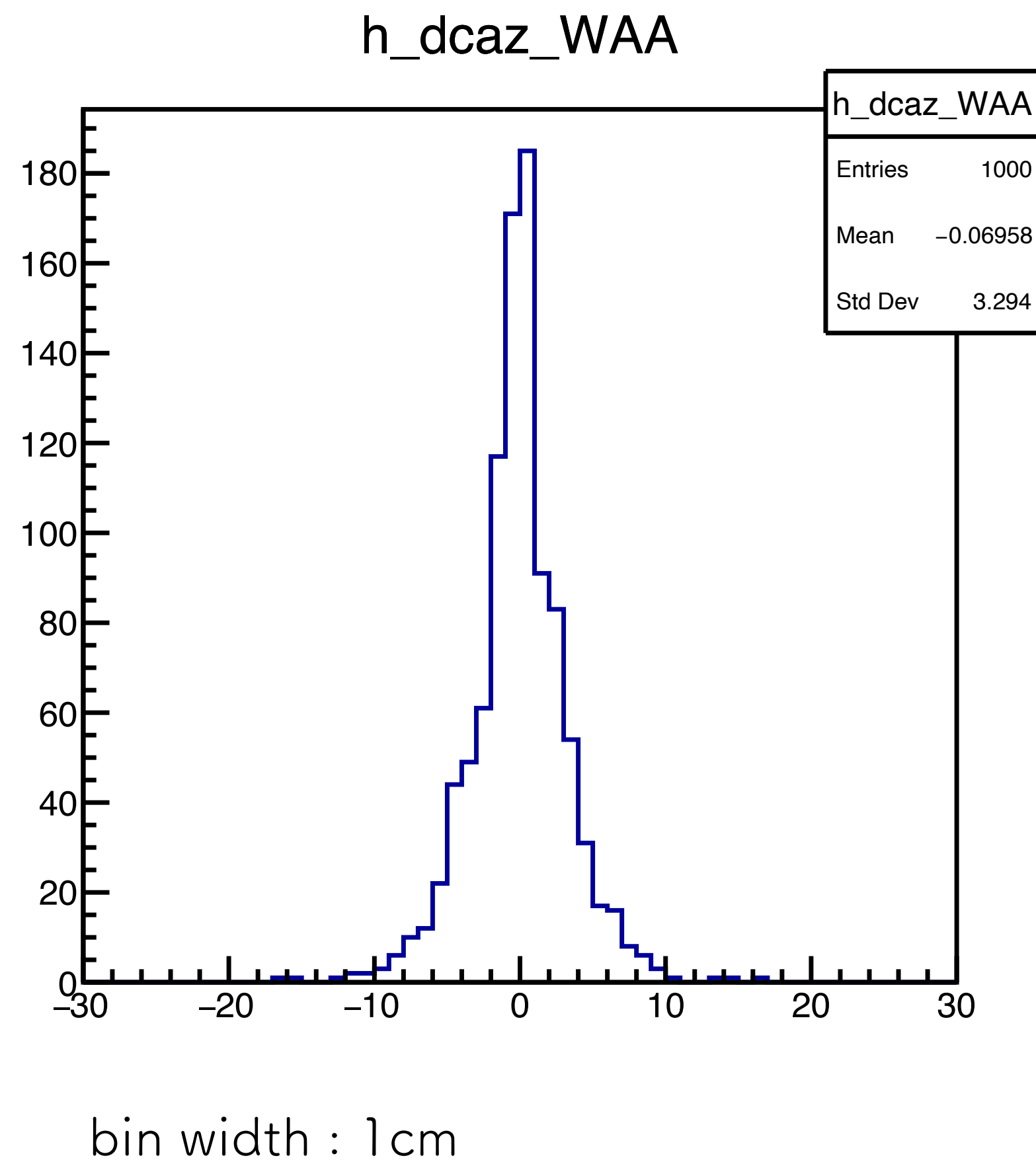
→平均になるはず

- これをイベント数分繰り返す

DCAz座標を用いた加重平均法で求めたz_vtx-truth

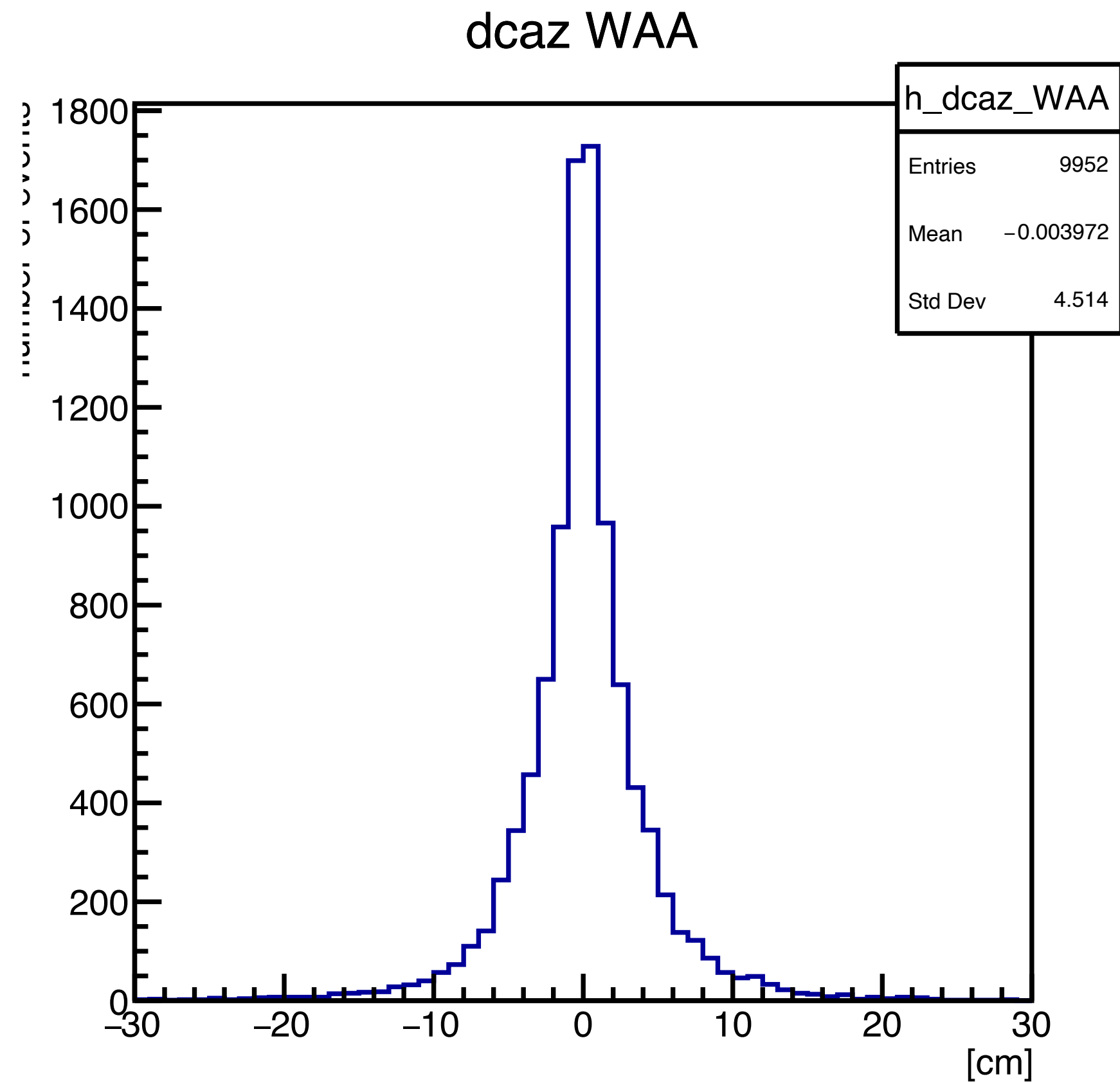
使用データ：vertexのtruth(0, 0, 0)、1000イベントのシミュレーションデータ(p+p collision)

- 予想通り、誤差を考えずにDCAz座標のみの平均から求めたz_vtx-truthと全く同じ形のヒストグラムになった



DCAz座標を用いた加重平均法で求めたz_vtx-truth

使用データ：z_vertexのtruth $\sigma=20\text{cm}$ 、10Kイベントのシミュレーションデータ (p+p collision)



- vertexのtruth(0, 0, 0)、1000イベントのシミュレーションデータ使用時と同様に、全イベントの平均から求めたz_vtx-truthのプロットと全く同じ形になった

