

SuperKEKB主リングにおける 圧力異常検知プログラムの検討

末次祐介, KEK 加速器研究施設
2023/11/28

- はじめに：動機
- 異常検知の基本的な流れ
 - モデル化と回帰曲線の導出
 - クラス分けの**Feedforward Neural Network (FNN)**構築
 - 決定境界の重みパラメータの学習
 - 検知と結果表示(テストプログラムによる模擬試験)
- まとめ

- **SuperKEKB加速器:**

- KEKB B-factoryのアップグレード計画
- 目的：B中間子領域で標準理論を超える新しい物理を探求する
- 茨城県つくば市のKEKつくばキャンパス

- **$e^- - e^+$ 2リングの衝突型加速器**

- BELLE-II 測定器
- 入射器 (Linac): $L \sim 600$ m
- ダンピングリング (e^+): $C \sim 135$ m
 - 1.1 GeV e^+ , 71 mA (設計値)
- **主リング (Main ring, MR): $C \sim 3016$ m (蓄積リング)**
 - HER: 7 GeV e^- , 2.6 A (設計値)
 - LER: 4 GeV e^+ , 3.6 A (設計値)

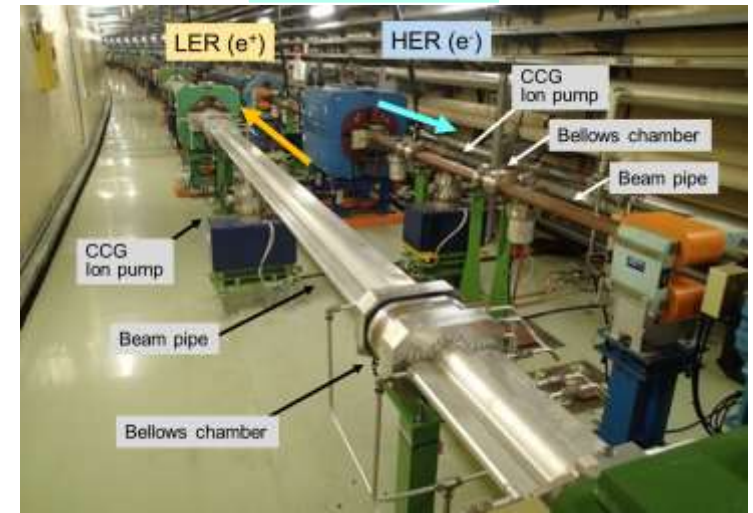


(Linac)

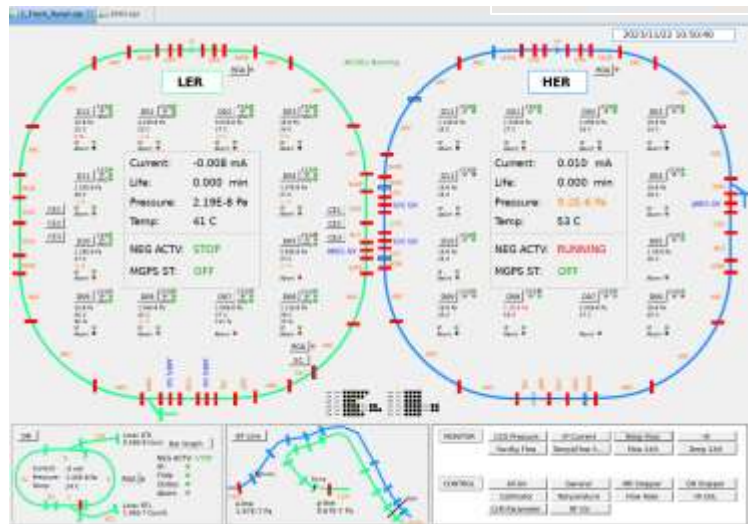
- SuperKEKBは2016年から運転開始。これまでにない $1 \times 10^{35} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ を超えるルミノシティを達成し、ここ10年程度で積分ルミノシティ $\sim 50 \text{ ab}^{-1}$ を目指す。
- **主リングの真空システム: 大型 ($\sim 3 \text{ km}$)の超高真空 ($< \sim 10^{-7} \text{ Pa}$)システムで、安定したビーム蓄積を実現。**

KEKB tunnel

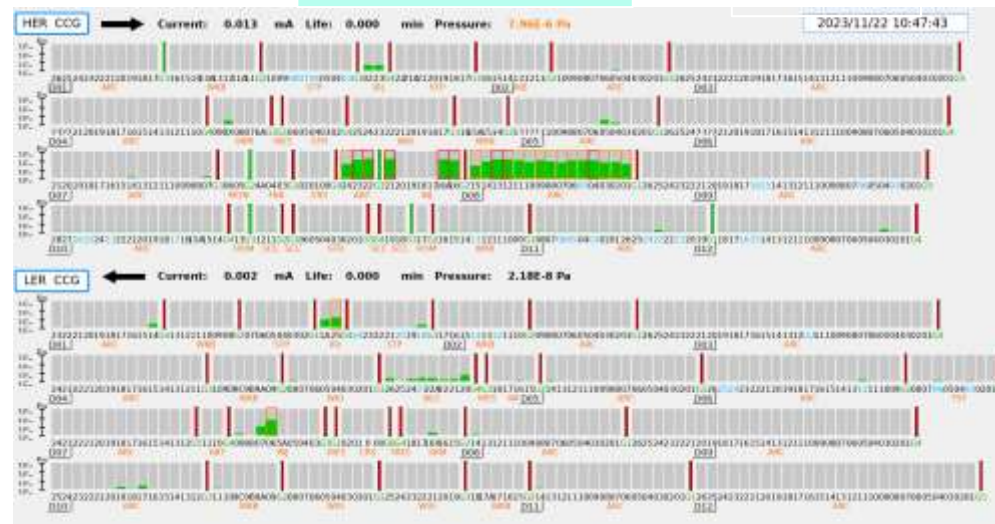
- 主リングの真空システムの主要構成要素
 - ビームパイプ：~2000本
 - ベローズチェンバー：~2000個
 - NEGポンプ：各種~2000個
 - ゲートバルブ：~50個
 - その他ビームコリメータ等特殊真空装置
 - イオンポンプ：~600個 (~1個/10m)
 - 真空計(CCG)：~600個 (~1個/10m)
 - 温度計：~3000個
 - 冷却水流量計：~300個
- 多数の機器について、圧力や温度などを常時、監視している。
 - 所定の値を超えるとアラームを発報する。



General status



Monitoring panels



Pressure

Ring	Location	Pressure	Unit	Location	Pressure	Unit	Location	Pressure	Unit	Location	Pressure	Unit
LER	100	1.0E-6	Pa	101	1.0E-6	Pa	102	1.0E-6	Pa	103	1.0E-6	Pa
HER	200	2.0E-6	Pa	201	2.0E-6	Pa	202	2.0E-6	Pa	203	2.0E-6	Pa

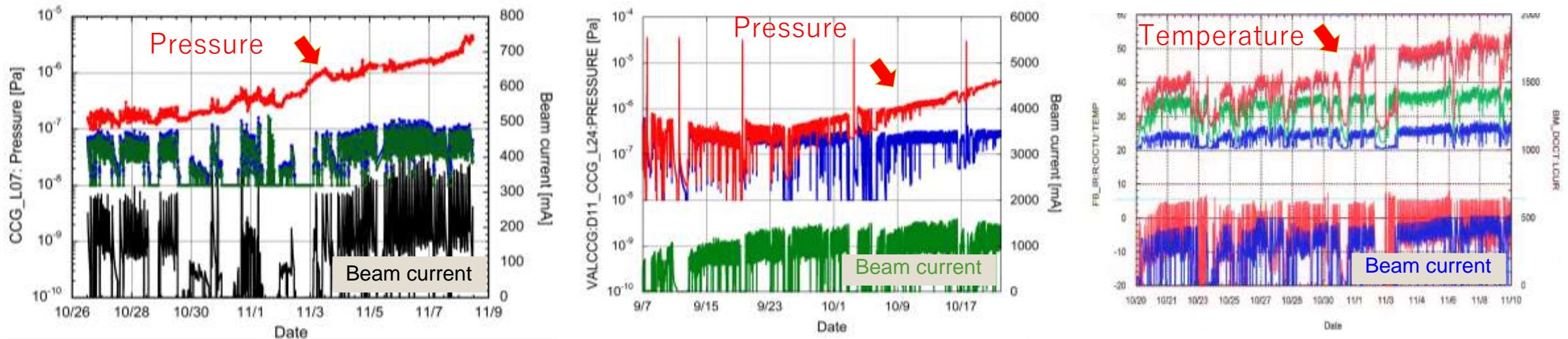
Temperature

- 主リングの真空システムは2016年の運転開始以来順調に稼働しているが、**ビーム電流が大きいこと、ビームロス・再入射の頻度が高いこと**等から、熱サイクル(熱応力)に起因する**リーク**や、ビームパイプ内の放電等による**変則的な圧力上昇**が時折発生している。
- 時には、運転に支障をきたすような重大な問題に発展する場合もある。
- **このような圧力異常の兆候を早い段階で検知できれば、大きな問題となる前に予め対策とる、あるいは準備することが可能となろう。**
- **そこで、機械学習を応用し、運転中の圧力異常の兆候をつかみ、注意喚起する異常検知手法を提案、検討している。(そのうち温度も)**

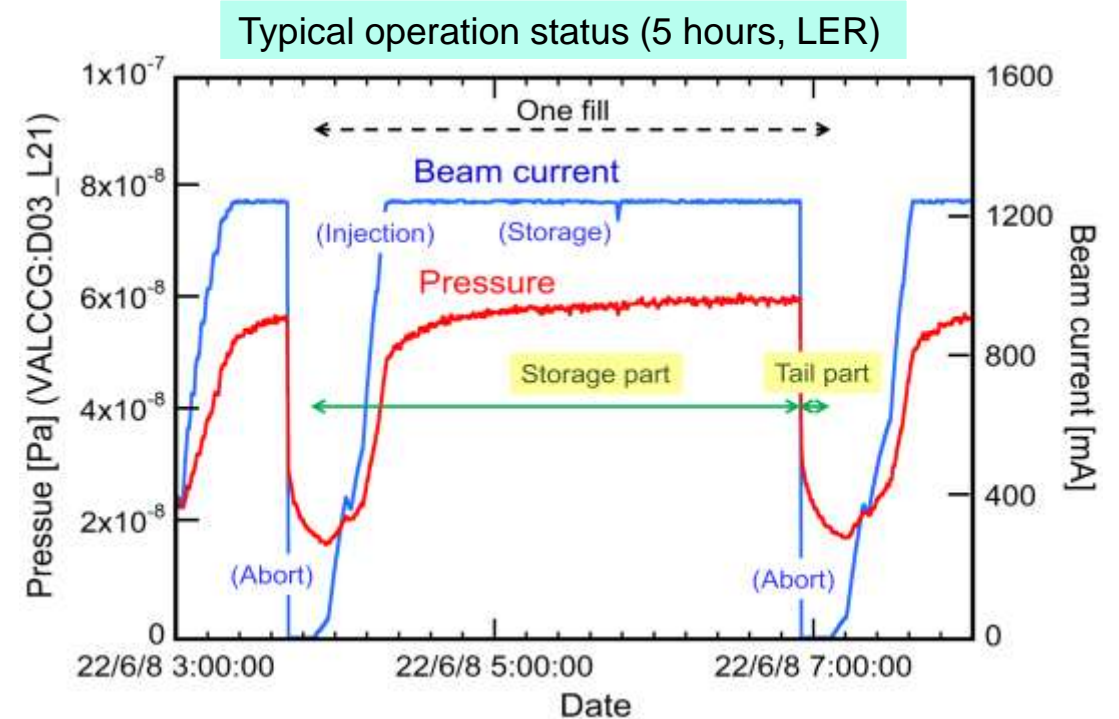
Damage of GV



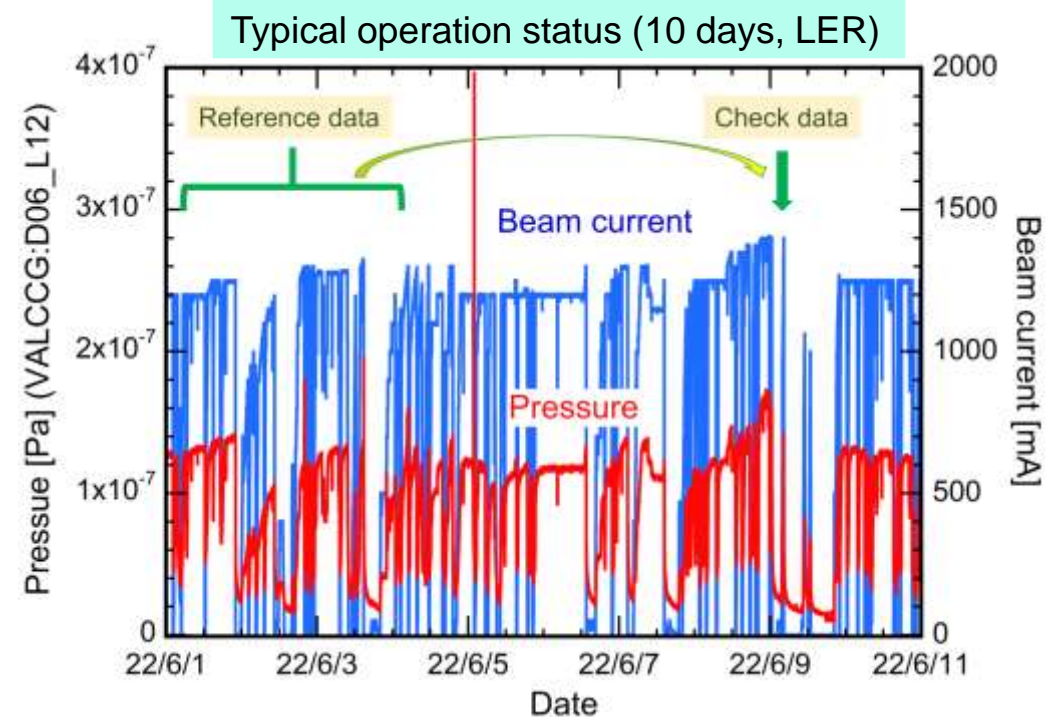
Examples of abnormal behaviors of CCG and temperature (KEKB era)



- SuperKEKB加速器では、平均すると1日に数回、何等かの原因で**ビームがアボート**される(捨てられる)。
- 圧力に関するトラブルは、熱負荷が大きくなる大電流蓄積中や、ビームがアボートされた直後の熱負荷の変化が大きく、熱応力が高い時に発生しやすい。
- ここでは、運転状態を、ビーム入射からアボート直後までを**”1フィル”**とし、それを「**ビーム(再)入射から蓄積(以後Storage部)**」と「**ビームアボート直後(以後Tail部)**」の二つの部分に分ける。
- “1フィル”中の圧力異常上昇、ビームアボート直後の圧力バーストや異常な上昇の有無を調べる。
- Storage部、Tail部それぞれで回帰曲線を求める。
- アボート直後を調査するのは、アボートの多いSuperKEKB特有か。



- 「異常」の定義：直近の圧力のビーム電流や時間に対する振る舞い(**調査データ：Checkデータ**)が、その少し前の振る舞い(**基準データ：Referenceデータ**)から予想されるものと違った場合を異常とする。
- 異常の検知は、基本的にビームアポートする度に行う。→ **直近の1フィルをCheckデータ**とする。
- **Referenceデータ**は、少し前、例えば調査データの8日前から5日前までの3日間のデータとする(数フィルを含む)。
- ただし、蓄積時間が長くなると検知が遅れる可能性があるため、4時間以上アポートしないと、その4時間をStorage部の調査データとして調べる。(つまり少なくとも4時間に1度は調べる。)
- ビームが無い時(シャットダウン中とか)も同様。



(1) 回帰曲線の導出:

- Storage部とTail部のReferenceデータの回帰曲線を計約600個の各真空計について求める。ここでは、これまでの知見を基に物理的に意味のあるモデルを用いる。回帰曲線は各真空計の正常な振る舞いを予測するもので、Checkデータの正常/異常を判断する指標となる。

(2) FNN (Feedforward Neural Network)の構築:

- 得られた回帰曲線を用いて計算したCheckデータのRMSE (Room Mean Square Error)等を入力パラメータとして、Checkデータを「異常」と「正常」にクラス分けするFNNを構築する。決定境界を与える重みパラメータは、これまで経験したトラブル時の振る舞いから学習する。

(3) 異常検知プログラムの実装と検知:

- 異常検知プログラムを**加速器制御システム**に実装する。異常を検知したらアラームを発報し運転員、担当者に注意を喚起する。

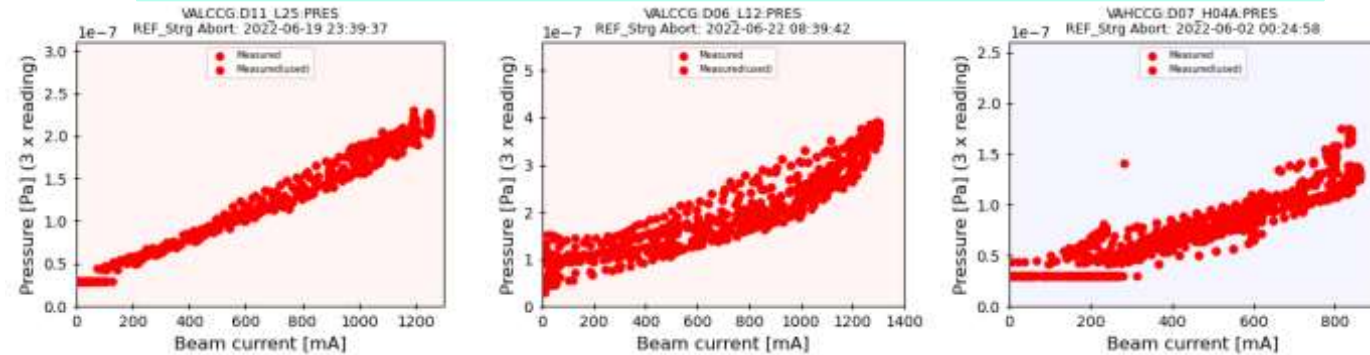
- 回帰曲線導出時のキーポイント：適切なモデルを立てる
- モデルの主要な役割：
 - **予測**：モデルは将来の値を予測する。例えば、実績より大きいビーム電流蓄積時の圧力を予測する。異常かどうか判断するのに有用。
 - **パラメータの重要度の評価**：モデルは入力パラメータが出力に対してどの程度重要なのか(影響が大きいのか)評価するのに有用。モデルは異常な振る舞いの原因を探ることができる。
- もちろん、機械学習を通してモデルを作ることも可能。こちらの方がデータをより正確に再現できるかもしれない。
 - 例えばガウス基底関数を使うとか。
- しかしここでは、物理的現象やこれまでの知見を基に、より合理的で実際的なモデルを用いる。これによって以下が期待できる。
 - **モデルが単純になり、また、過学習を防ぎやすい。基本的なモデルにすることで、同一モデルをリング内で条件が異なる約600個の真空計に適用できる。**
 - **異常な振る舞いの原因を探ることが容易になる。例えば、異常な圧力上昇が加熱に起因するものか、放電に起因するものか、など。**

- Storage部 (ビーム有): 圧力 (P) のビーム電流 (I) への依存性
- P は次式の様に書くことができる。

$$P(I) = P_b + \Delta P_s + \Delta P_t$$

ここで、 P_b : ベース圧力、 ΔP_s : シンクロトロン放射光(SR)による圧力上昇、 ΔP_t : 機器の発熱による圧力上昇である。

Typical behaviors of P against I (reference data including several fills)



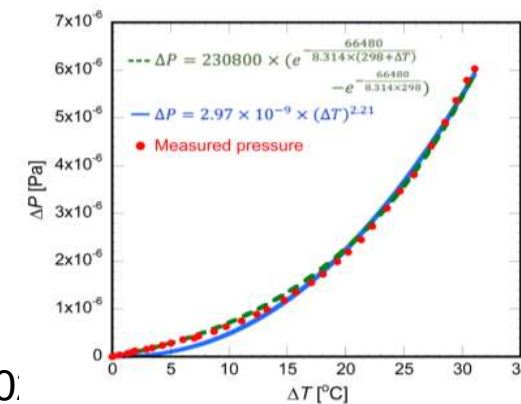
- ΔP_s は光刺激脱離(Photon-stimulated gas desorption)に依るもので、 I に比例する。 $\Delta P_s \propto I$
- ΔP_t は熱脱離(Thermal gas desorption)に依るもので、気中の分子数と表面の分子数が平衡状態にあるとすると、おおよそ次の式で表すことができる(温度上昇が小さい場合)。

$$\Delta P_t \propto \exp\left(-\frac{E_d}{R(T + \Delta T)}\right) - \exp\left(-\frac{E_d}{RT}\right)$$

E_d : 吸着エネルギー> 少々複雑
 R : 気体定数
 T : 温度

- 一方、今回のように温度が 50°C 以下と低い場合、 ΔP_t はおおよそ温度上昇 (ΔT)の二乗に比例することが実験的に示されている。これを使うと式がかなり単純化される。

$$\Delta P_t \propto (\Delta T)^2 \quad \text{.....> シンプル}$$



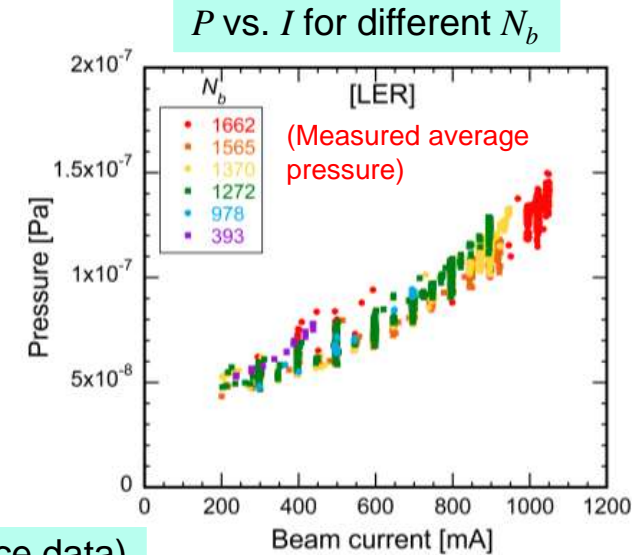
Measured data and fitted curves of ΔP vs. ΔT

Y. Suetsugu,
 PRAB, 26 (2023)
 013201.

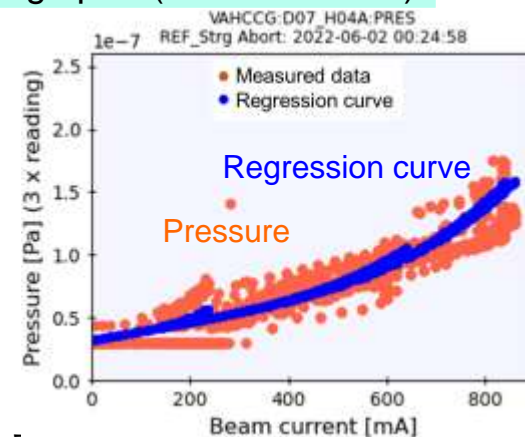
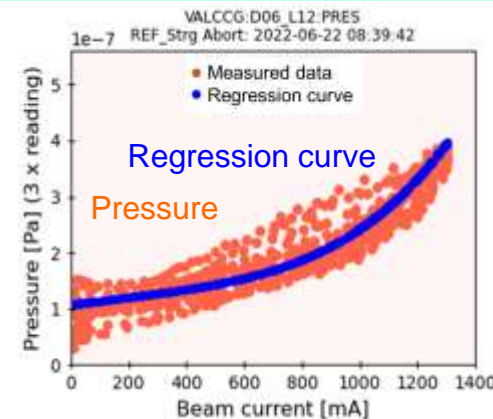
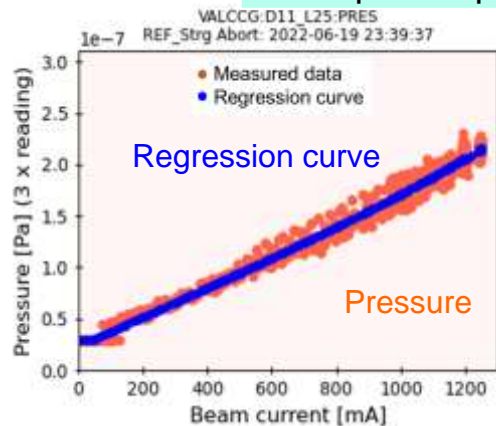
- **Storage部 (ビーム有): 圧力 (P) のビーム電流 (I) への依存性**
- 温度上昇 ΔT の原因として、まずはSRのパワーが考えられる(I に比例)。しかし、これは観測された圧力上昇のバンチ数(N_b)依存性を説明できない。
- もう一つ考えられる原因はビームが誘起する電磁波(高次高周波)のパワーである。それは I^2/N_b に比例する。実際これは圧力上昇の N_b 依存性をうまく説明できる。
- 結局、

$$P(I) = P_b + \Delta P_s + \Delta P_t$$

$$= w_0 + w_1 I + w_2 (I^2 / N_b)^2$$
 $w_0 \sim w_2$ は定数。
 $w_0 \sim w_2 > 0$ (合理的な仮定)
- 定数 $w_0 \sim w_2$ は平均二乗誤差(MSE、Mean square Error)が最小になるように**勾配降下法**で決定する。(すなわち最小二乗法)



Examples of pressures and regression curves for the Storage part (reference data)

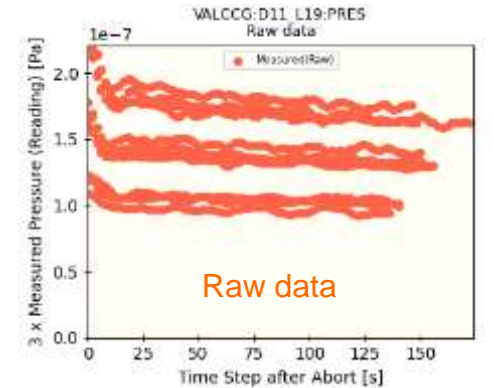
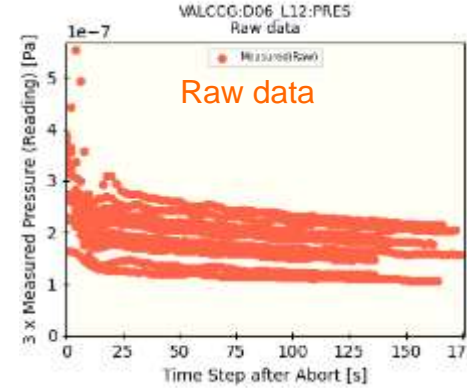
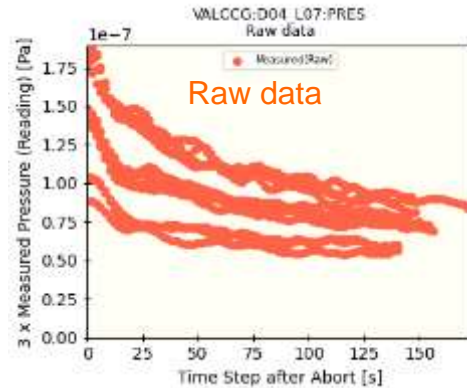


Y. Suetsugu,
PRAB, 26 (2023)
013201.

Note: the data with different N_b are included

- Tail部 (ビーム無): 圧力 (P)のビームアポート後の時間 (t)への依存性
- P の典型的な振る舞い(ビームアポート後~3分)

- 生のデータでは数回のフィルを含むので、異なるビーム電流(I)でアポートした場合最初の圧力が異なる。→圧力減少カーブが複数となる。

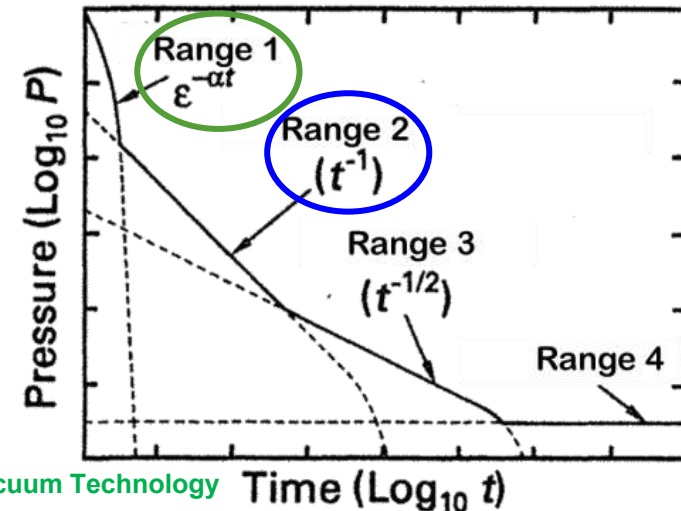


- 圧力は単調に減少するが、良く知られているように、真空容器の排気初期の圧力減少 $P(t)$ は次の式で表すことができる。

$$P(t) = P_b + \Delta P_v + \Delta P_w = P_b - k_0 \exp(-k_1 t) - \frac{k_2}{t + k_3} \quad k_0 \sim k_3: \text{定数}$$

- ΔP_v は気中の気体分子の排気に相当し、指数関数的に減少する $-\exp(-at)$ (Range 1)。ここで α は空間の体積と排気速度に関係した定数である。 ΔP_w は表面に吸着している分子の排気に相当し、経験的に $-1/t$ に比例する (Range 2)。

Typical pumping down curve



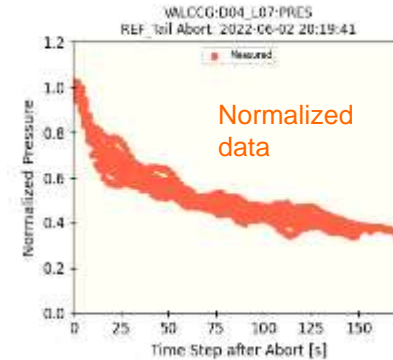
John F. O'Hanlon,
A User's Guide to Vacuum Technology

- **Tail部 (ビーム無):** 圧力 (P)のビームアポート後の時間 (t)への依存性
- しかし、 $t = 0$ の圧力 ($P_{t=0}$) はビームアポート時の圧力で変わるので、ここでは、圧力上昇 ($P - P_b$)を最初の圧力上昇 ($P_{t=0} - P_b$)で規格化した、規格化圧力上昇 $\Delta P_n = (P - P_b)/(P_{t=0} - P_b)$ を用いる。→圧力減少カーブが縮退する。

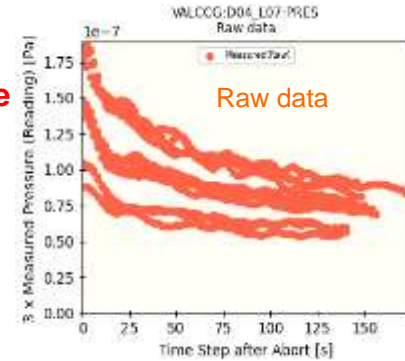
● 結局、

$$\Delta P_n \equiv \frac{P - P_b}{(P - P_b)|_{t=0}} = w_0 \exp(-w_1 t) + \frac{w_2}{t + w_3}$$

$w_0 \sim w_3$: 定数
 $P_b = 1 \times 10^{-8}$ Pa (単純化のためCCGの測定限界を用いる)

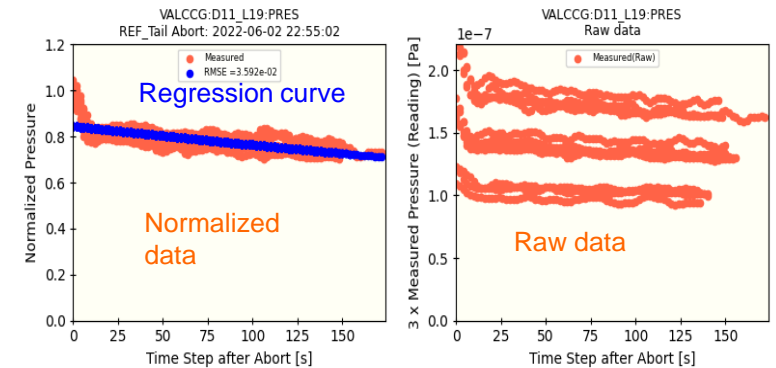
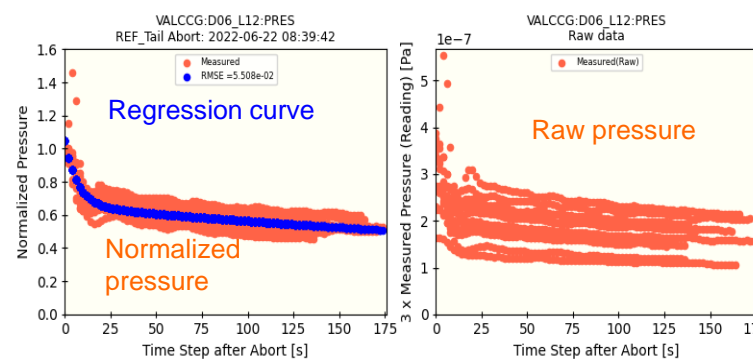
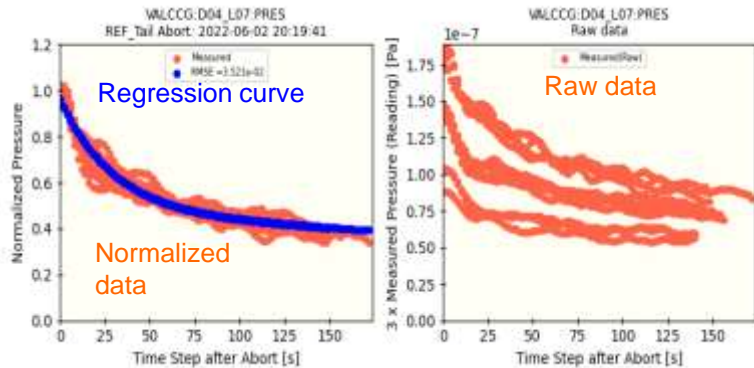


Normalize ←



- $w_0 \sim w_3$ の値はMSEを最小化する勾配降下法を用いて決める。

Example of pressure and regression curve for the Tail part (reference data)



- **Storage部:** 以下の3パラメータを入力パラメータとする

$$x_0 = \log(R_T/R_{REF})$$

$$x_1 = \log(R_I/R_{REF})$$

$$x_2 = \log(R_T/P_{AV})$$

R_{REF} : 基準データの二乗平均平方根誤差 (Root Mean Square Error, RMSE)

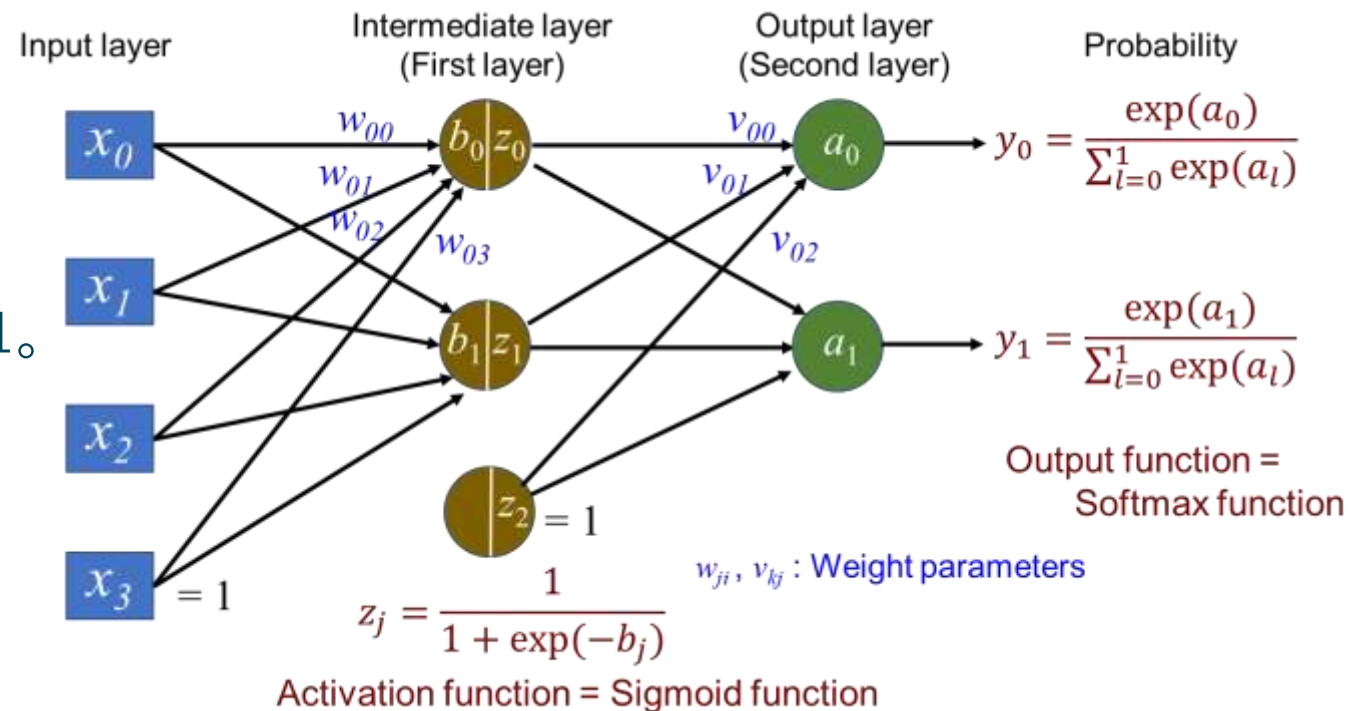
R_T : 等時間間隔(30秒)の調査データのRMSE

R_I : 等電流間隔(50 mA毎)の調査データのRMSE

P_{AV} : 圧力の平均値 (圧力が高いと同じ割合の変化でもRMSEは大きくなるため)

- 調査データと基準データのRMSEの比は、データのばらつきが**正規分布**していると仮定した場合の「**異常度**」として通常用いられる。
- 圧力は桁で変わるので**対数**をとった。
- **3次元入力2層のFNN**を構築。 x_3 は常に1。
- w_{ji} 、 v_{kj} は重みパラメータ。
- 活性化関数を**シグモイド関数**、確率を出力する関数として**ソフトマックス関数**を用いた。

Two-layer FNN for the Storage part



- **Tail part:**以下の2パラメータを入力パラメータとする

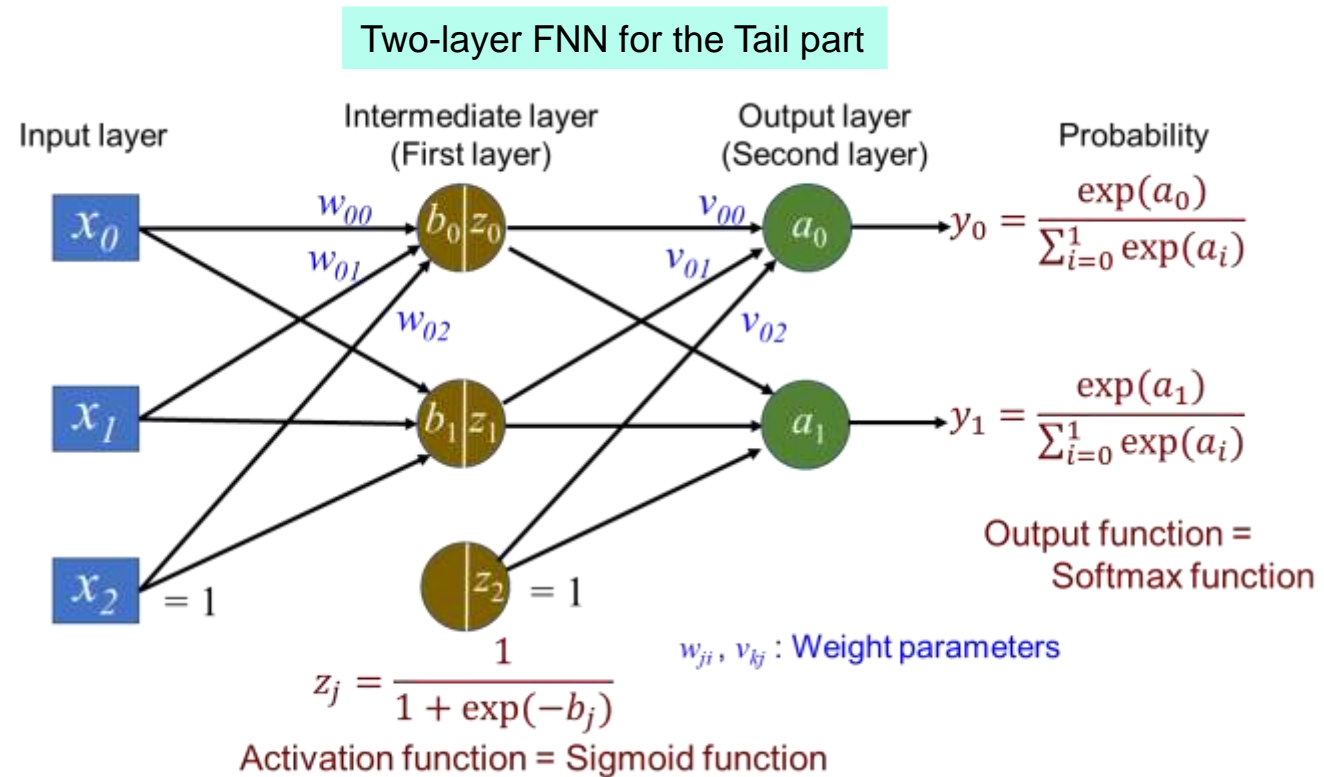
$$x_0 = \log(R_T/R_{REF})$$

$$x_1 = \log(R_T)$$

R_{REF} : 基準データの二乗平均平方根誤差 (Root Mean Square Error, RMSE)

R_T : 等時間間隔(2秒)の調査データのRMSE

- Storage部と基本的に同様。ただし、規格化した圧力を使っているので P_{AV} で割るパラメータは使わない。
- **2次元入力2層のFNN**を構築。 x_2 は常に1。
- w_{ji} 、 v_{kj} は重みパラメータ。
- 活性化関数を**シグモイド関数**、確率を出力する関数として**ソフトマックス関数**を用いた。



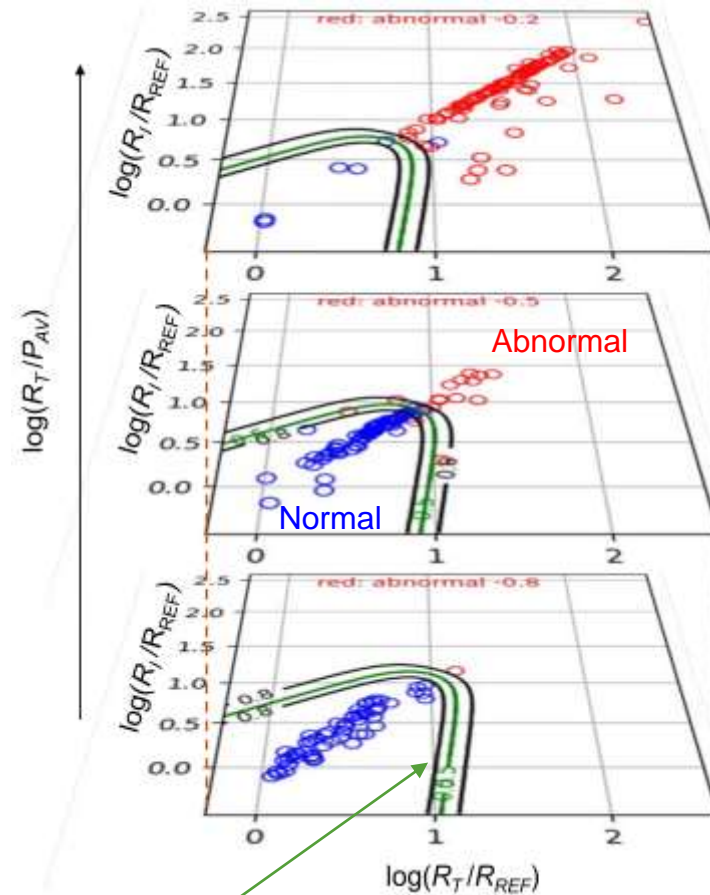
- 2016年から2022年までに**実際発生した圧力異常(リーク等)20例**(下表)について各時期のデータを使い、「正常」、「異常」を判断する(**決定境界用の**重みパラメータ w_{ji} 、 v_{kj})を学習。
- 全部で1052個のデータ(Storage部 758、Tail部 294)。
- 全体(HER、LER)のStorage時、Tail部のデータをそれぞれシャッフルして二分し、**Training data(学習データ)**と**Test data(テストデータ)**に分けた。
- 重みパラメータは**平均交差エントロピー誤差**(Mean Cross Entropy Error、MCEE)を**勾配降下法**を用いて最小化して決めた。

Vacuum troubles used for learning the weight parameters

LER	2016/06/18 10:02:00	Leak from flanges at wiggler section	HER	2020/5/16 6:30:00	Abnormal pressure behavior around a GV
LER	2020/12/5 17:23	Over heating due to cooling water trouble	HER	2022/6/3 9:38:00	Pressure bursts around collimators
LER	2020/12/7 6:14	Over heating due to cooling water trouble	HER	2022/6/14 3:09:56	Abnormal pressure rise around a collimator
LER	2022/3/18 11:40	Leak from cooling water channel	HER	2022/6/14 14:34:06	Abnormal pressure rise around a collimator
LER	2022/4/26 10:29	Leak from cooling water channel	HER	2022/6/19 2:49:42	Pressure rise due to over heating of a GV
LER	2022/5/17 14:38	Abnormal pressure rise near a collimator	HER	2022/6/19 8:42:58	Pressure rise due to over heating of a GV
LER	2022/6/2 20:19	Leak from flanges at wiggler section	HER	2016/5/27 2:32:01	Leak from flanges at interaction region
LER	2022/6/2 21:31	Leak from flanges at wiggler section	HER	2018/6/29 12:01:55	Leak from flanges at interaction region
LER	2022/6/3 14:48	Leak from flanges at wiggler section	HER	2018/7/14 14:17:37	Leak from flanges at interaction region
LER	2022/6/5 1:59	Abnormal behavior of a CCG			
LER	2022/6/8 17:31	Pressure bursts around a collimator			

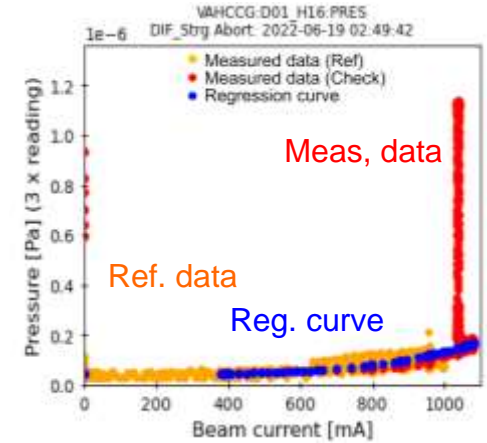
- **Storage部**の結果
- 右図、青い丸、赤い丸がそれぞれ「正常」、「異常」時の入力パラメータ。
- 緑の線は、出力 y_0 が0.5となる線で、学習した「正常」と「異常」の境界線(決定境界)を意味する。
- 訓練用データとテストデータとも誤差が小さくなるように、すなわち、**過学習**とならないように注意した。

Results of learning

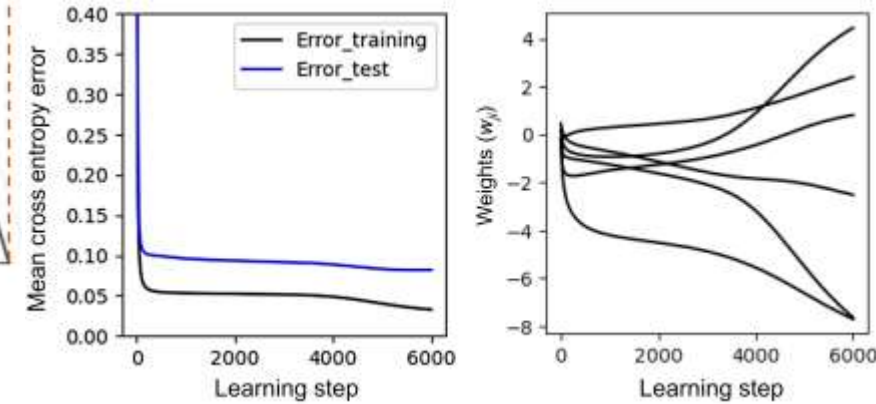


Decision boundary

Example of abnormal behavior

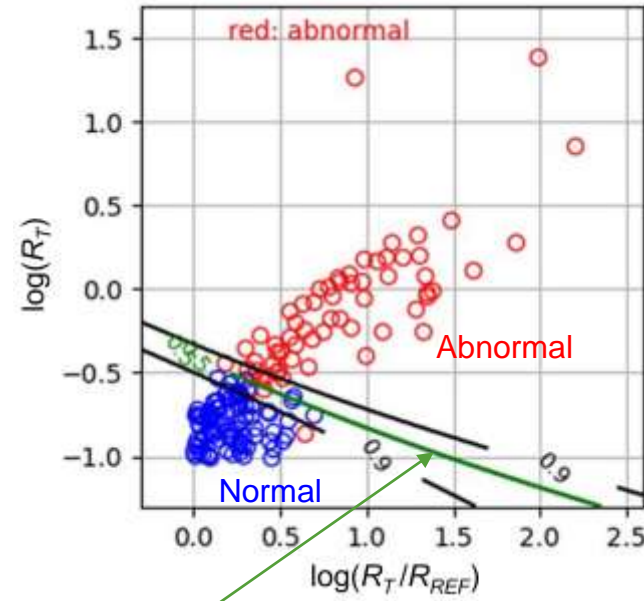


MCEE and weight parameters vs learning step



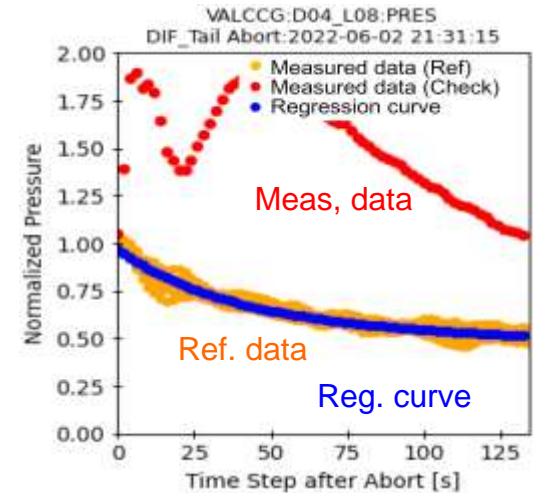
- **Tail部の結果：**
- 右図、青い丸、赤い丸がそれぞれ「正常」、「異常」時の入力パラメータである。
- 緑の線は、出力 y_0 が0.5となる線(決定境界)。
- 同様に、訓練用データとテストデータとも誤差が小さくなるように、すなわち、**過学習とならないように**注意した。

Results of learning

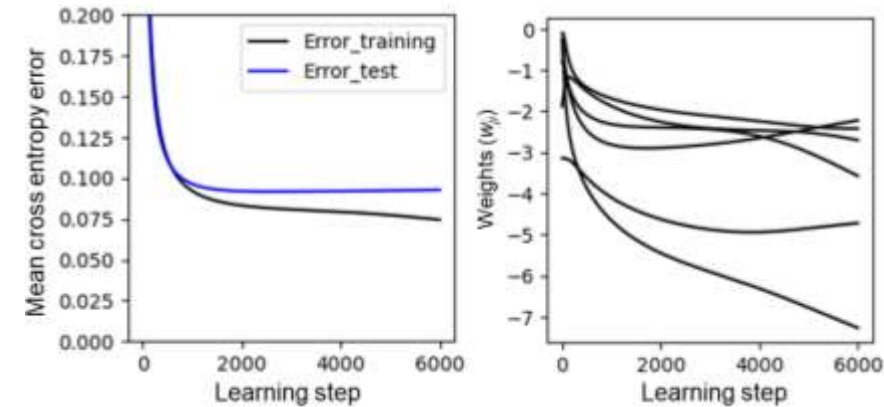


Decision boundary

Example of abnormal behavior



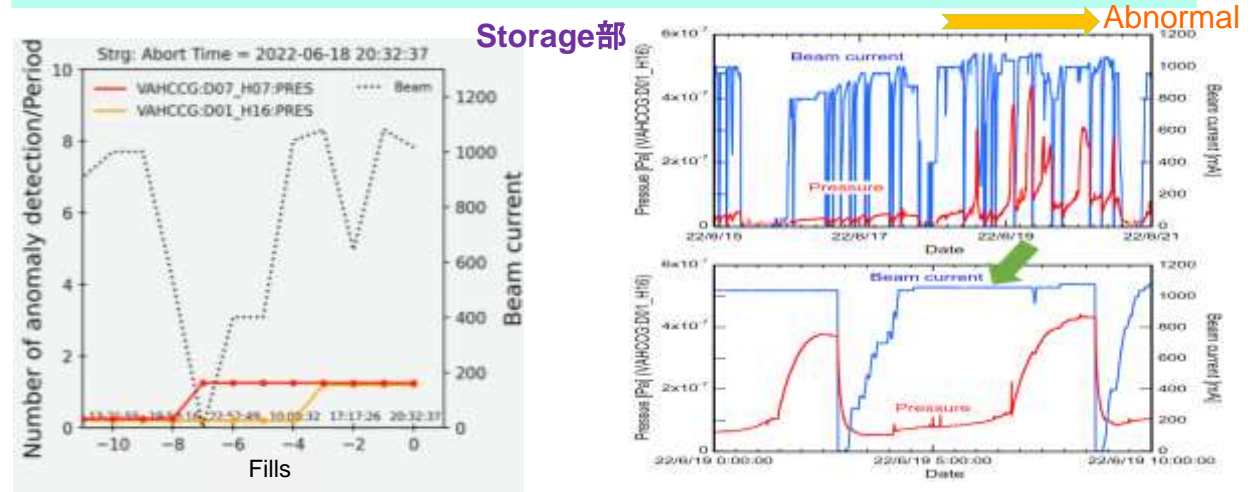
MCEE and weight parameters vs learning step



- **Storage部、Tail部**とも、学習データはうまく**2クラス(正常、異常)**に分けられている。
- 得られた決定境界の重みパラメータは**Check**データのクラス分けに用いられる。

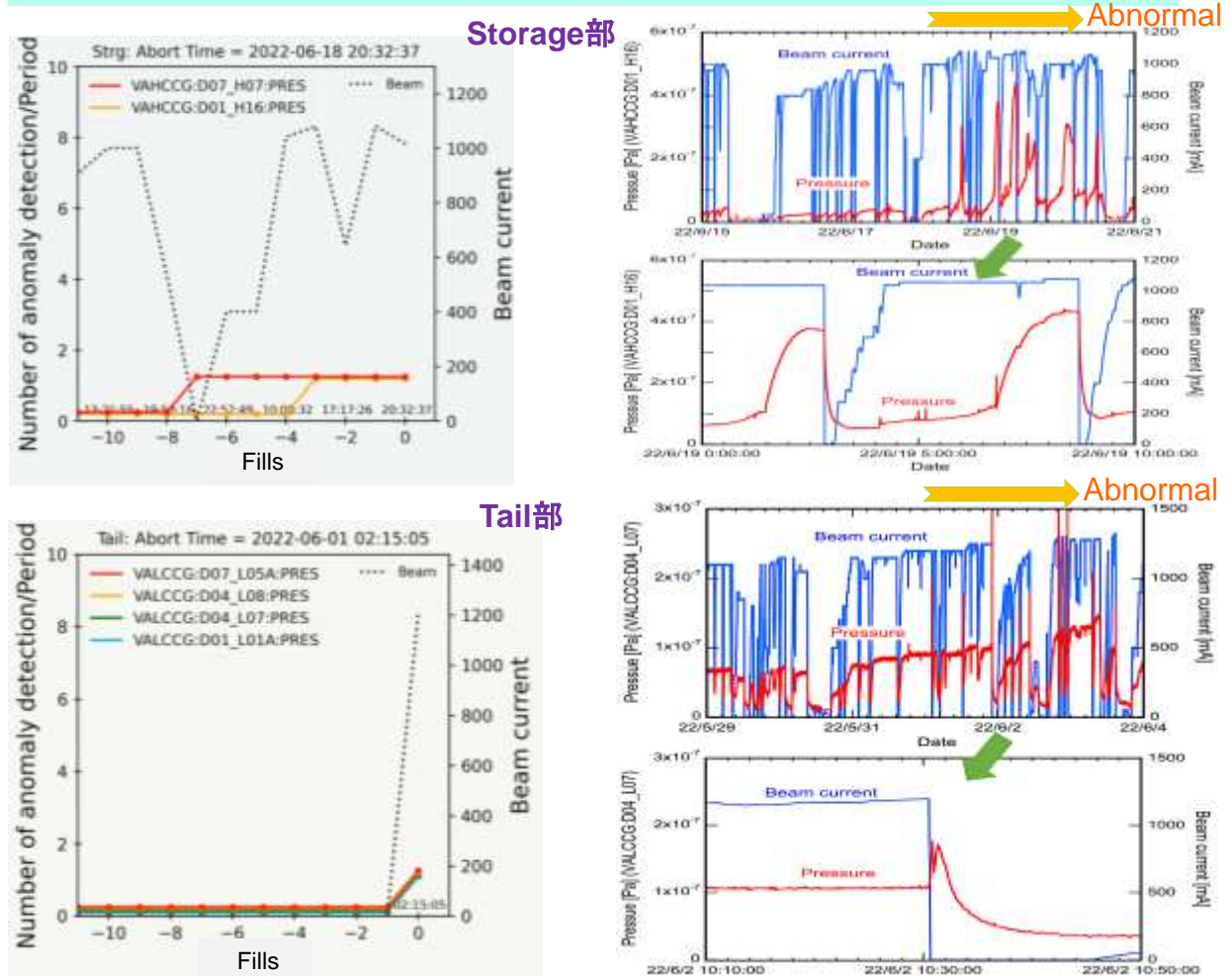
- 主に2022年の運転時のデータを使い、テストプログラムで模擬試験を行った。
- テストプログラムでは、各真空計について最新8フィルで異常が検知された回数を数えた。→異常が始まると回数が増える。
- 上側はStorage部の例。左側は異常と判断された回数の履歴とその真空計名。右側は当時の実際の圧力変化。
- ほぼ同じビーム電流値で圧力が異常に上昇している。

Histories of numbers of detected anomalies (left), and the time trends of pressure at the corresponding times (right),



- 主に2022年の運転時のデータを使い、テストプログラムで模擬試験を行った。
- テストプログラムでは、各真空計について最新8フィルで異常が検知された回数を数えた。→異常が始まると回数が増える。
- 上側はStorage部の例。左側は異常と判断された回数の履歴とその真空計名。右側は当時の実際の圧力変化。
- ほぼ同じビーム電流値で圧力が異常に上昇している。
- 下側はTail部の例。当該真空計で圧力の突出がビームアボート後に見え始めている。
- 見えそうな感触が得られた。

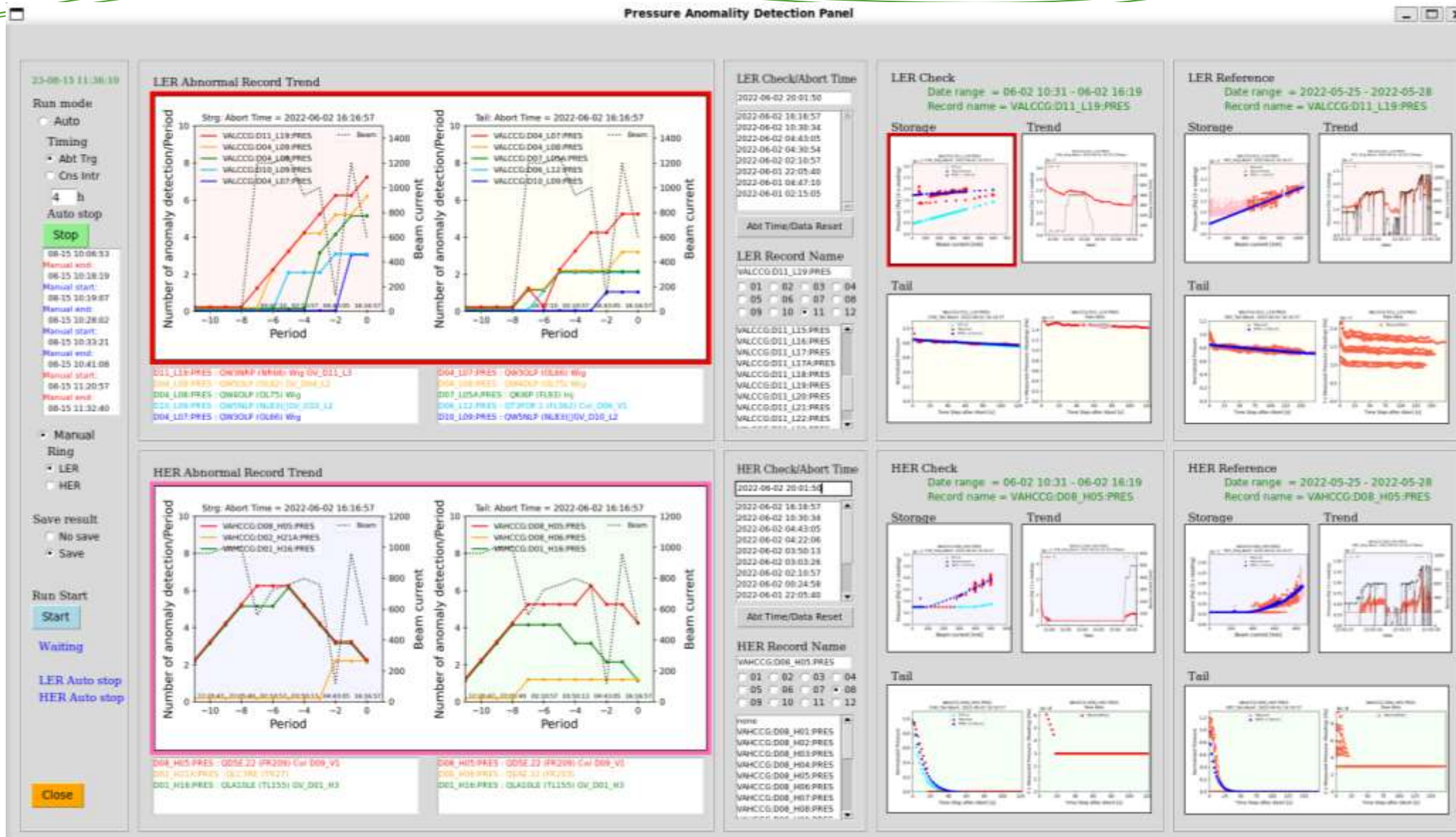
Histories of numbers of detected anomalies (left), and the time trends of pressure at the corresponding times (right),

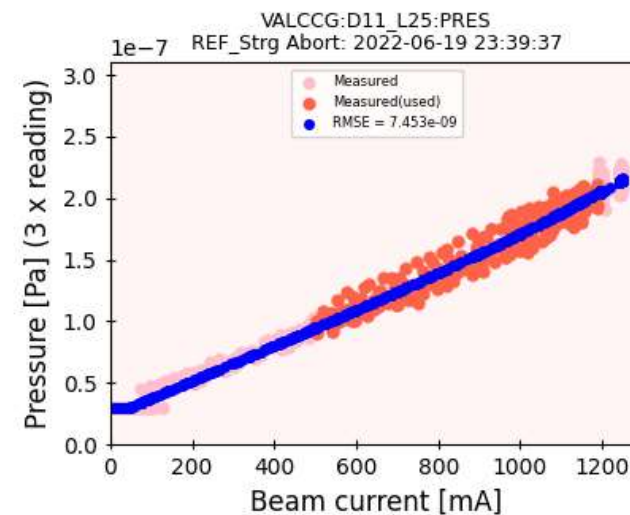
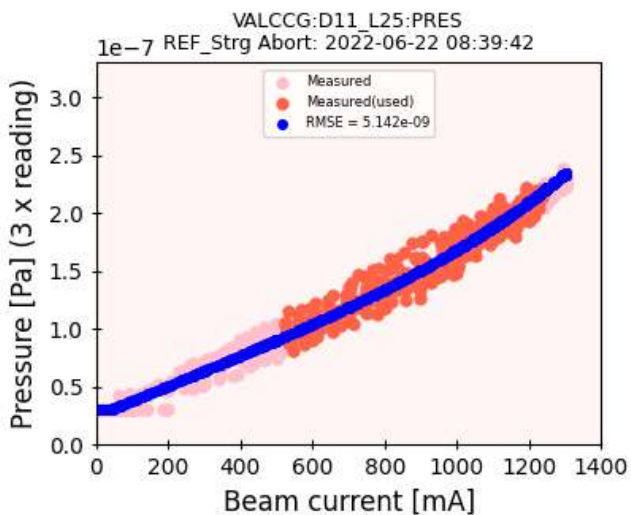
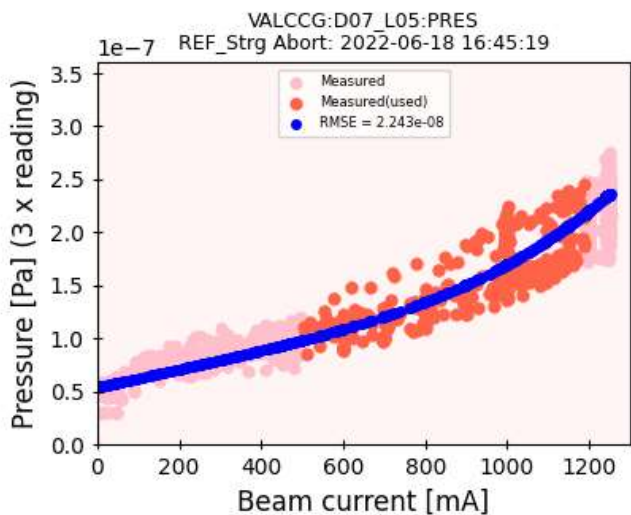
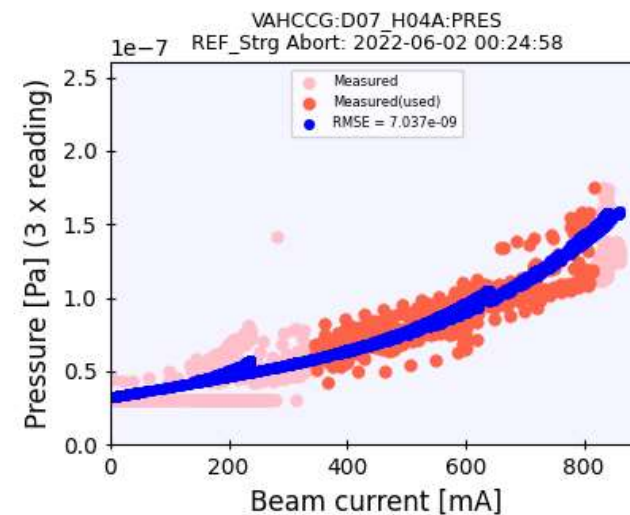
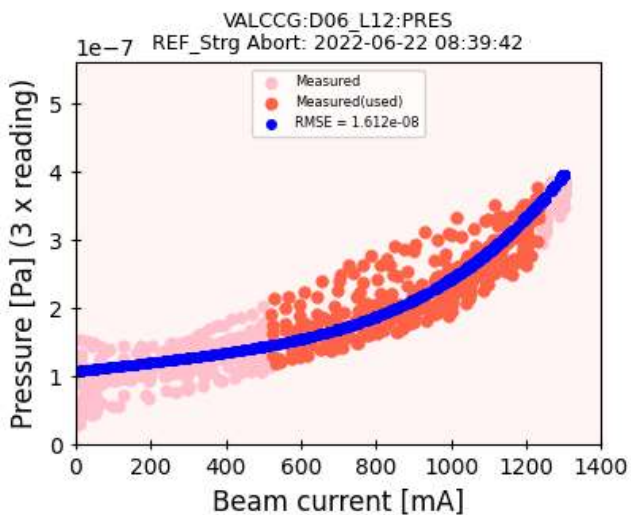
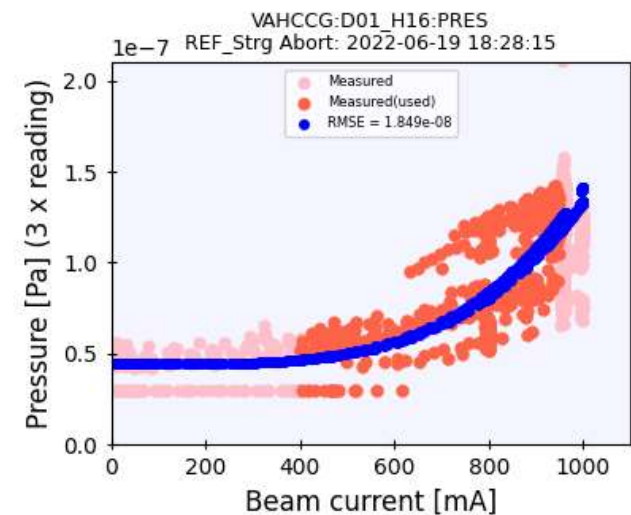


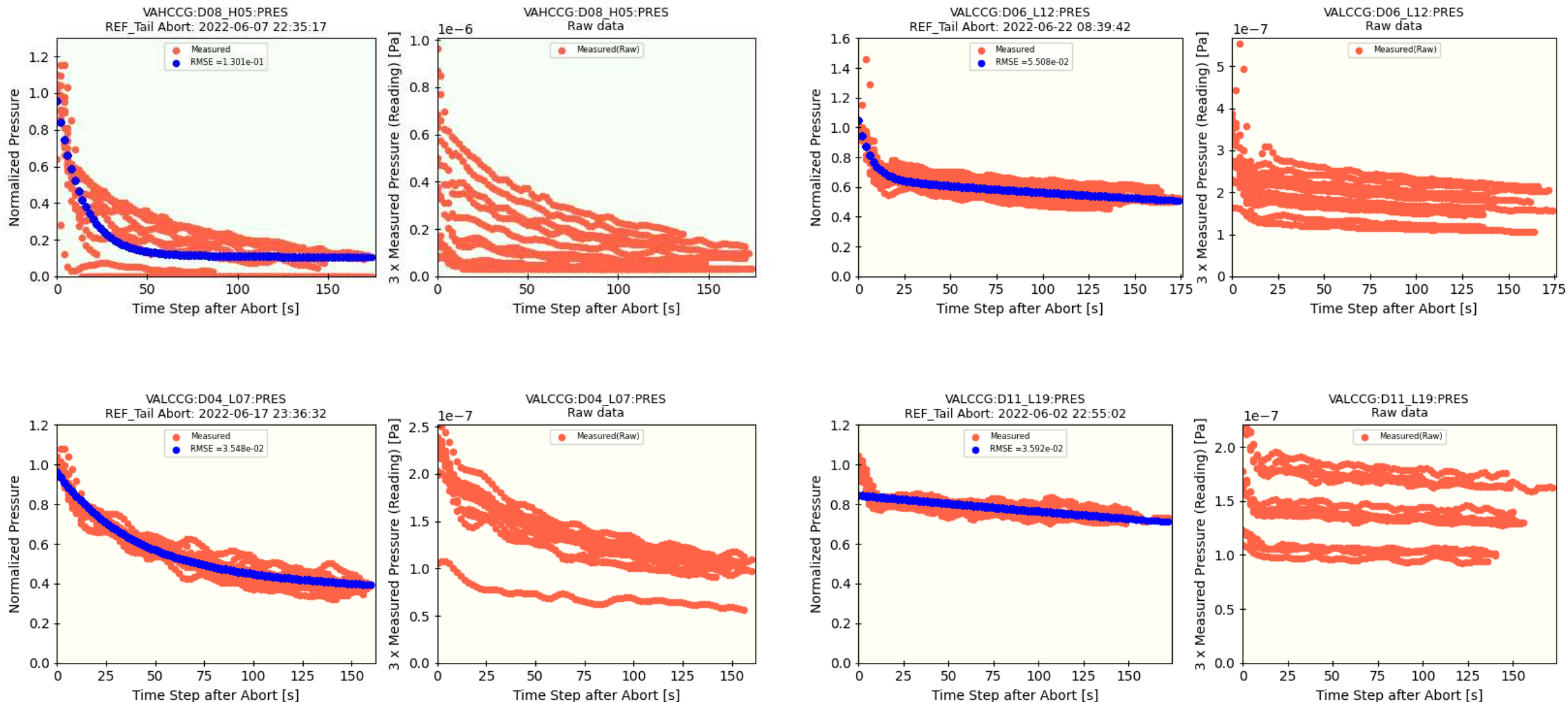
- 基本的な機械学習を応用して、SuperKEKB主リングの圧力の振る舞いを調べ、真空トラブルの予兆を捉える**圧力異常検知プログラム**を検討している。
 - **数多くの真空計の中からいち早く異常な兆候を見つけ出したい。**
- 運転時のビーム電流、時間に対する変化について、これまでの知見等を基にした**合理的モデルに基づく回帰曲線**をReferenceデータについて導出。
- CheckデータでのRMSE等を入力パラメータとして**2層のFNNでの2クラス分け**を行い、「**正常**」、「**異常**」を判断。
- 決定境界はこれまでの実際の圧力トラブル時のデータで学習。
- これまでの圧力データを使って模擬試験を実施し、真空計の異常検知件数の頻度を調べ表示させることで、異常が発生し始めている真空計を特定できることが分かった。
- **2024年の運転再開時から試用する予定**である。
- 今後の課題としては以下の点が挙げられる。引き続きこれらについて検討を進める。
 - (1) 「異常」の種類(リーク、放電など)の推定。
 - (2) 温度の異常検知などへの応用。
 - (3) 異常な期間が長く継続した場合の判断。
- もっと「機械学習」をうまく使った方法？振る舞いをパターンとしてみる？？要検討。

ご清聴ありがとうございました。

Back up





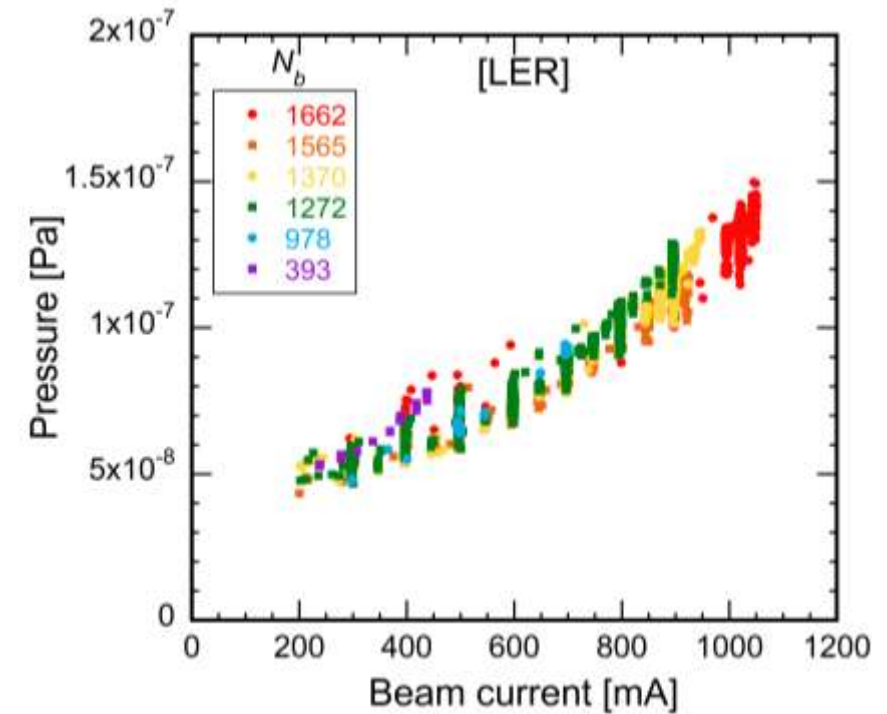


- Recent behaviors of pressure is not linearly proportional to the beam current (I) and depends on the number of bunches (N_b) as well.
- The behaviors of pressure can be described by including the effects of photo-desorption due to synchrotron radiation (SR) as well as thermal gas desorption due to heating of the beam pipes and other vacuum components.
- The total pressure rise (ΔP) is the sum of that due to photo-desorption (ΔP_s) and that due to thermal desorption (ΔP_t).

$$\Delta P = \Delta P_s + \Delta P_t$$

- For ΔP_s , the pressure rise should be proportional to the number of photons irradiated onto the surface.
- Therefore, at a constant beam energy, ΔP_s is proportional to the current.

$$\Delta P_s \propto I$$



- For ΔP_t , we assume that an equilibrium is almost established between the number of molecules in the vacuum space and that on the chamber surface. Under this assumption, the following equation holds.

$$c \frac{P_t}{\sqrt{2\pi m k_B T}} = \frac{\sigma}{\tau} = \frac{\sigma}{\tau_0} \exp\left(-\frac{E_d}{RT}\right)$$

c : Adsorption probability
 P_t : Pressure [Pa]
 m : molecular mass [kg]
 k_B : Boltzmann constant
 T : Temperature [K]

σ : Adsorbed amount on the surface
 τ : Mean residence time for adsorption
 τ_0 : Constant around 10^{-13} sec.
 E_d : Adsorption energy of gas molecules [J mol^{-1}]
 R : Gas constant ($8.314 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1}$).

- Considering that the temperature range in question is narrow and near room temperature, that is, 293 – 323 K (20 – 50 °C), the dependence of P_t on T can be written as follows:

$$P_t \propto \exp\left(-\frac{E_d}{RT}\right)$$

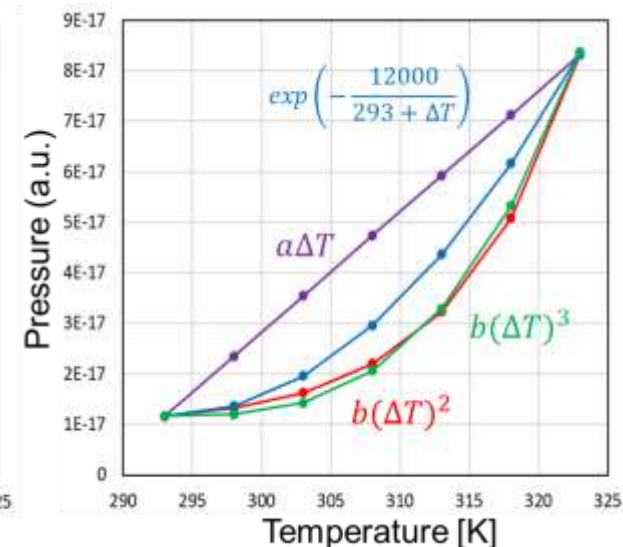
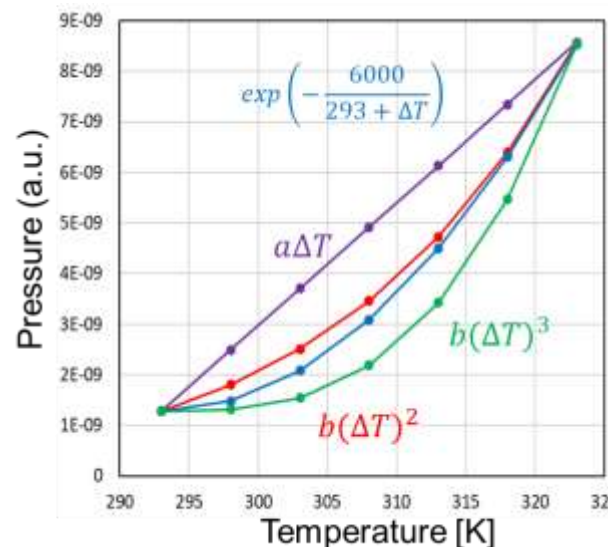
- Here the dependences of σ , velocity of molecules ($\propto \sqrt{T}$), and c_s on T are much smaller than the exponential dependence of τ .

- Total pressure rise (ΔP_t), when T increased to $T + \Delta T$, is the difference between P_t at $T + \Delta T$ and T

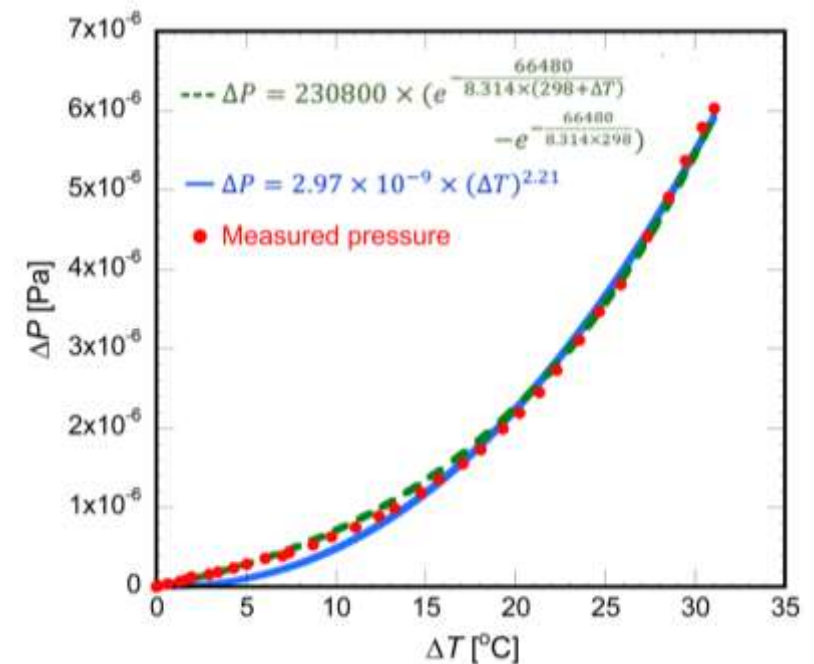
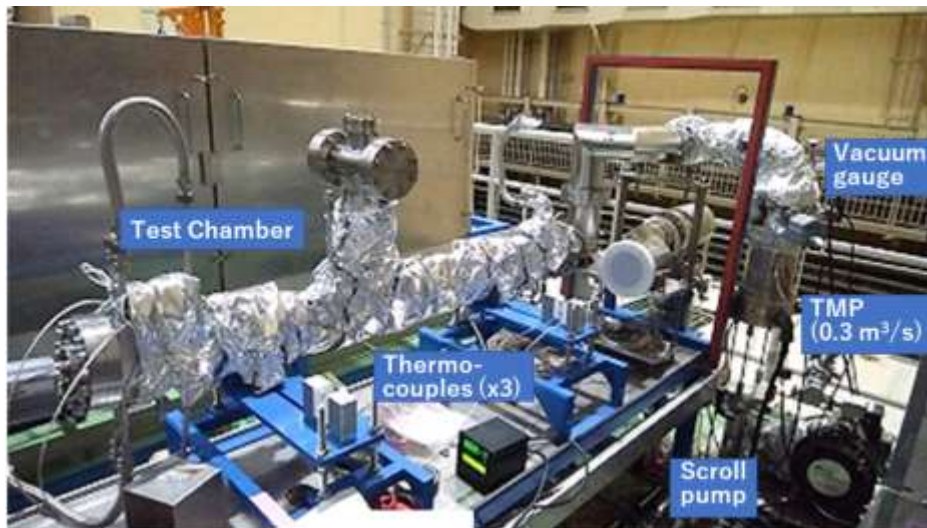
$$\Delta P_t \propto \exp\left(-\frac{E_d}{R(T + \Delta T)}\right) - \exp\left(-\frac{E_d}{RT}\right)$$

- However, the dependence of ΔP_t on ΔT is complicated for deriving the regression curve.
- Considering that the range of T in question is relatively narrow around room temperature, we approximate the exponential function by a power function of ΔT .
- Considering that the main desorbed gas at these low temperatures (293 – 323 K) is water with an adsorption energy (E_d) of 50 – 100 kJ mol⁻¹, ΔP_t is found to be well approximated by $(\Delta T)^2$ or $(\Delta T)^3$ from simple calculations.

$$\Delta P_t \propto (\Delta T)^{2\sim 3}$$



- To confirm this approximation, the pressure rise due to a temperature increase was experimentally measured using a test chamber made of Al-alloy during baking process.
- The room temperature was 24.5 °C and the base pressure was 6.4×10^{-7} Pa. The test chamber was not baked out before this measurement. The temperature of the chamber was raised at a rate of approximately 1 °C per 5 min up to ~60 °C.
- The measured dependence of ΔP vs. ΔT agreed well with these regression curves.
- We assumed that ΔP_t is proportional to $(\Delta T)^2$.



- SR produced by the beam is considered as one possible source of heating.
- However, the power of SR does not depend on N_b and also water cooling is applied near or behind any of the irradiated surfaces.
- Other possible sources are the Joule losses due to wall currents and those from higher order modes (HOM) excited by the beams. For both cases, the input power is proportional to the product of the number of bunches (N_b) and the square of current per bunch (I/N_b).

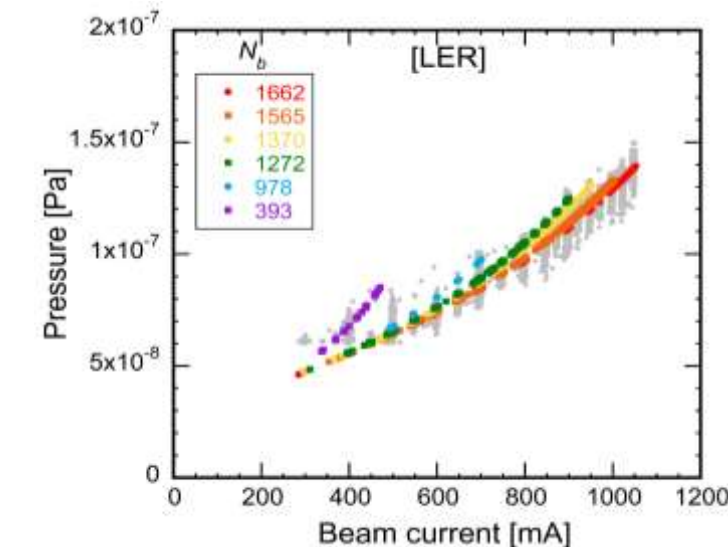
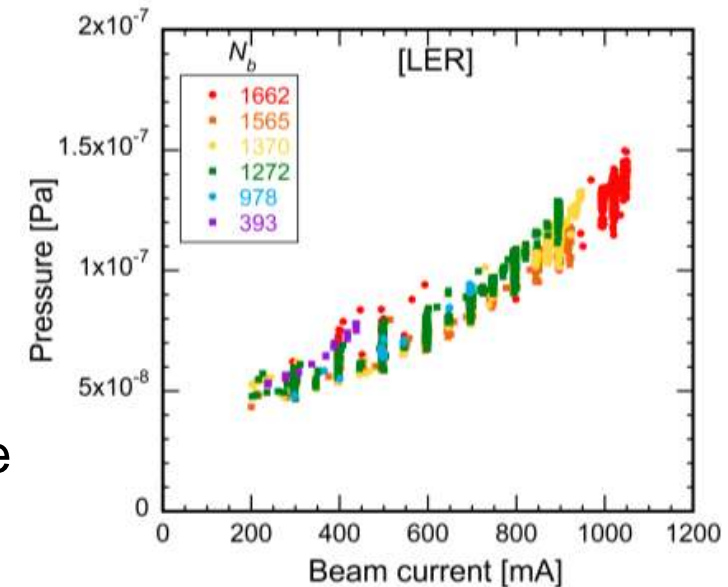
$$\Delta P_t \propto (\Delta T)^2 \propto \left(\frac{I^2}{N_b}\right)^2$$

- Finally, P can be written as follows:

$$\therefore P = P_0 + C_s I + C_t \left(\frac{I^2}{N_b}\right)^2$$

P_0 : Base pressure
 C_s, C_t : Constants

- This equation well reproduces the pressure behaviors against I .

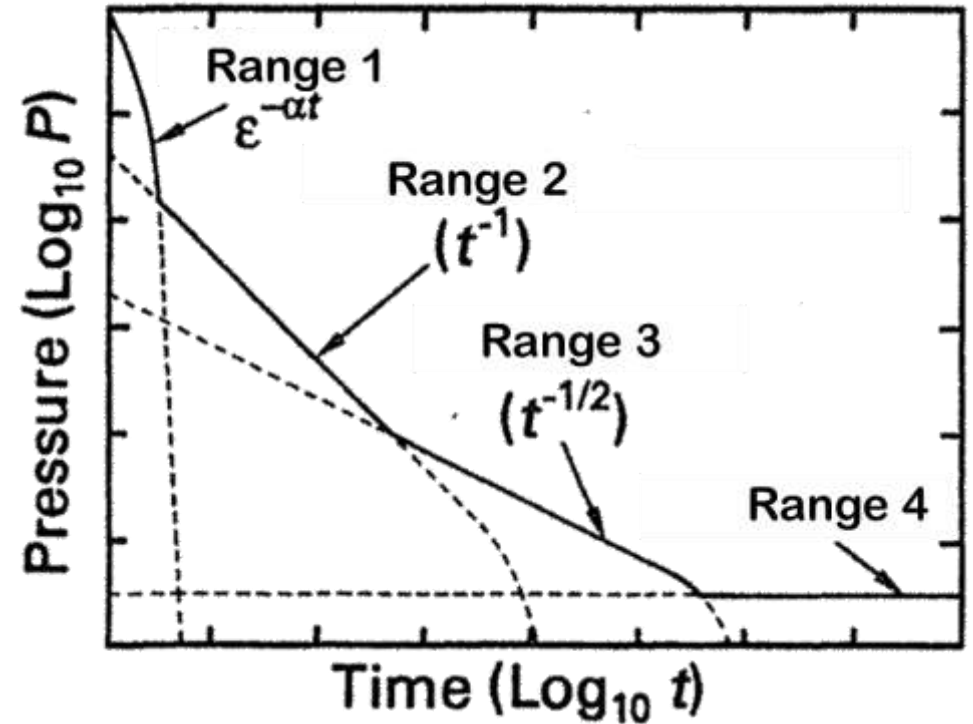


- Typical pumping down curve
- Starting from atmosphere, the pressure drops exponentially with time (Range 1).
- During this time, practically only gas is pumped which has been contained in the volume. The pressure drop in Range 1 is characterized by the vacuum time constant.

$$P = P_0 \exp(-\alpha t)$$

$$\alpha = \frac{V}{S}$$

V : System volume
 S : Pumping speed

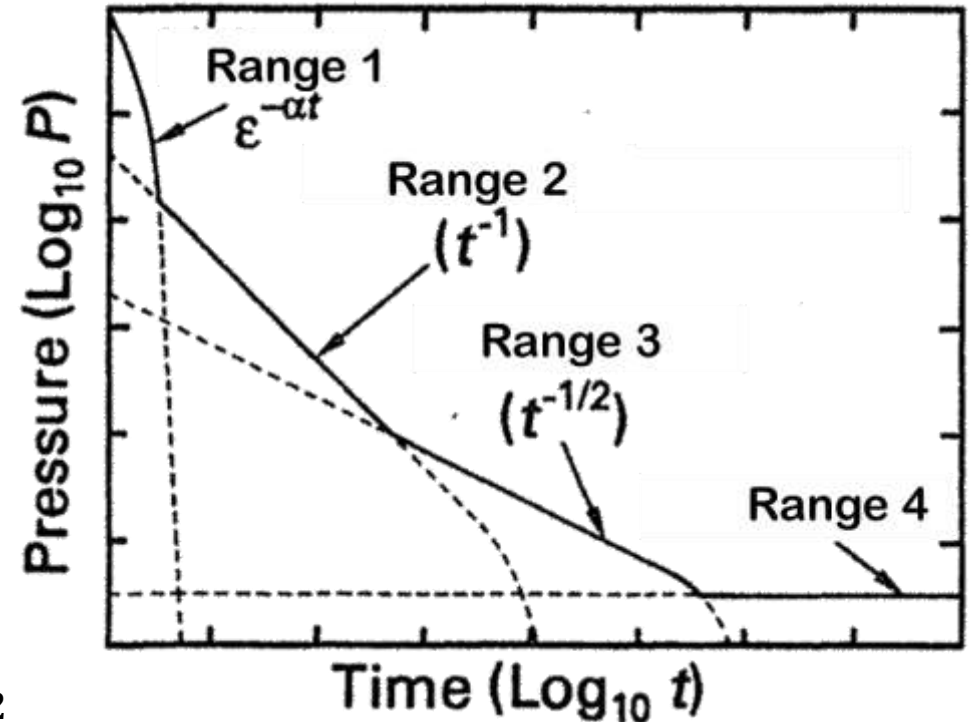


- In the second and third range (Range 2 and 3), only the outgassing rate together with the pumping speed determined the pressure.
- For Range 2, It is known that the decay exponent for the desorption from surfaces of metals, glasses, and ceramics yield values close to 1.

$$P = \frac{k_2}{t + k_3}$$

- Finally,

$$P = P_b + \Delta P_v + \Delta P_w = P_b + k_0 \exp(-k_1 t) + \frac{k_2}{t + k_3}$$



[References]

- Foundations of vacuum Science and Technology, Ed. James M. Lafferty, John Wiley & Sons, INC., New York, 1998, p.508. ISBN 0-471-17593-5.
- A User's Guide to Vacuum Technology, 3rd Edition, John F. O'Hanlon, John Wiley & Sons, New Jersey, Inc., 2003, p. 75. ISBN 978-0471270522.