

ベル不等式と量子もつれの関係



筑波大学
University of Tsukuba

鹿野 豊

[筑波大学](#) / [Chapman University](#)



2. 最初の一步

世界中で学生紛争が巻き起こった1968年, 米ニューヨークのコロンビア大学で行われた大規模な学生ストライキに加わっていた大学院生が, ある論文を書き上げた. それは, 観測するとその痕跡が残るという量子の性質を利用して偽造を防ぐ「量子マネー」と, 後に「量子紛失通信」と呼ばれる, 量子もつれを利用した通信プロトコルを提唱する論文だった. 学生の名はウィーズナー (Stephen Wiesner). 専門は高エネルギー物理学だったが, MITの学長を務めた父ジェローム (Jerome Wiesner) とその友人シャノン (Claude Shannon) の影響で, 情報理論にも興味を持っていた. あるとき「加速器の中を走る粒子をチャネルとして使ったらどんな通信ができるだろうと考え始め」, これらのアイデアに行き着いた. ストのために授業がなくなったキャンパスで論文のドラフトを作り, 指導教授や友人たちに見せてみたが, 反応は冷ややかだった. IEEEのジャーナルにも送ったがリジェクトされた. 結局, 投稿は諦めた.

エレクトロニクスの基礎

量子エレクトロニクスの基礎

東京大学 霜田光一

エレクトロニクスは普通電子工学とか電子技術とか訳されているけれども、量子エレクトロニクスは電子でなくて、原子や分子を使ったエレクトロニクスである。わが国では、エレクトロニクスとは電子（エレクトロン）の働きを利用したものだと考えられているけれども、外国では、もうそのような語源を忘れてエレクトロニクスという言葉を使っているようである。たとえば、私たちは茶わんというとき、それは茶を入れる器だという本来の意味をほとんど忘れて使っている。だからコーヒー茶わんとか湯呑茶わんという言葉が生れる。量子エレクトロニクスという言葉はちょうどそれと同じような気持でできたものだろうと、私は考えている。

数を h とかくと

$$E_2 - E_1 = hf_0 \quad (1)$$

できまる振動数（周波数） f_0 の電磁波を放出する。またエネルギーの小さい状態 E_1 にある原子に（1）式できまる振動数の電磁波をあてると、電磁波を吸収して、エネルギーの大きい状態 E_2 に移る。（1）式をボーアの振動数条件という。

2. 原子、分子、原子核のスペクトル

そこで原子系と作用する電磁波の周波数や波長は、原子系のもつエネルギー差によつてきまる。原子核は電子の電荷 $-e$ の整数倍の正電荷をもち、 10^{-15}m 程度の大きさをもちているので、原子核のもつ電気エネルギー



NOBELPRISET I FYSIK 2022 THE NOBEL PRIZE IN PHYSICS 2022



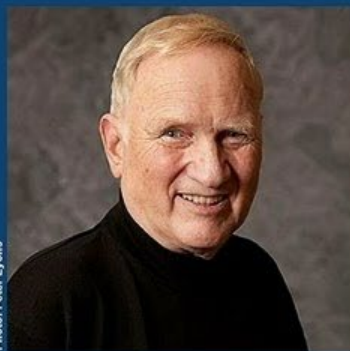
KUNGL.
VETENSKAPS-
AKADEMIEN

THE ROYAL SWEDISH ACADEMY OF SCIENCES



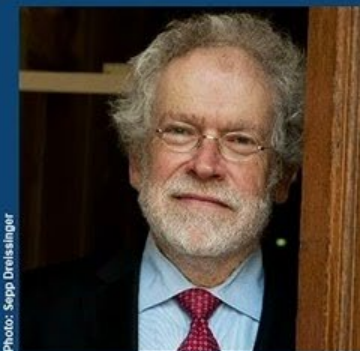
Alain Aspect

Université Paris-Saclay &
École Polytechnique, France



John F. Clauser

J.F. Clauser & Assoc.,
USA



Anton Zeilinger

University of Vienna,
Austria

"för experiment med sammanflätade fotoner som påvisat brott mot Bell-olikheter och banat väg för kvantinformationsvetenskap"

"for experiments with entangled photons, establishing the violation of Bell inequalities and pioneering quantum information science"

#nobelprize

THE
NOBEL
PRIZE

ベル不等式の破れ 実証に向けた歴史

詳しい導出等は
東京大学大学院数理科学研究科
「応用数理特別講義III」
10月20日(月)～24日(金)
講義室 123

Einstein-Podolsky-Rosen パラドックス

MAY 15, 1935

PHYSICAL REVIEW

VOLUME 47

Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?

A. EINSTEIN, B. PODOLSKY AND N. ROSEN, *Institute for Advanced Study, Princeton, New Jersey*

(Received March 25, 1935)

In a complete theory there is an element corresponding to each element of reality. A sufficient condition for the reality of a physical quantity is the possibility of predicting it with certainty, without disturbing the system. In quantum mechanics in the case of two physical quantities described by non-commuting operators, the knowledge of one precludes the knowledge of the other. Then either (1) the description of reality given by the wave function in

quantum mechanics is not complete or (2) these two quantities cannot have simultaneous reality. Consideration of the problem of making predictions concerning a system on the basis of measurements made on another system that had previously interacted with it leads to the result that if (1) is false then (2) is also false. One is thus led to conclude that the description of reality as given by a wave function is not complete.

- (1) 量子力学における波動関数による「実在」の記述が不完全
- (2) 2つの非可換な物理量は同時に「実在」できない

物理量の実在の十分条件：

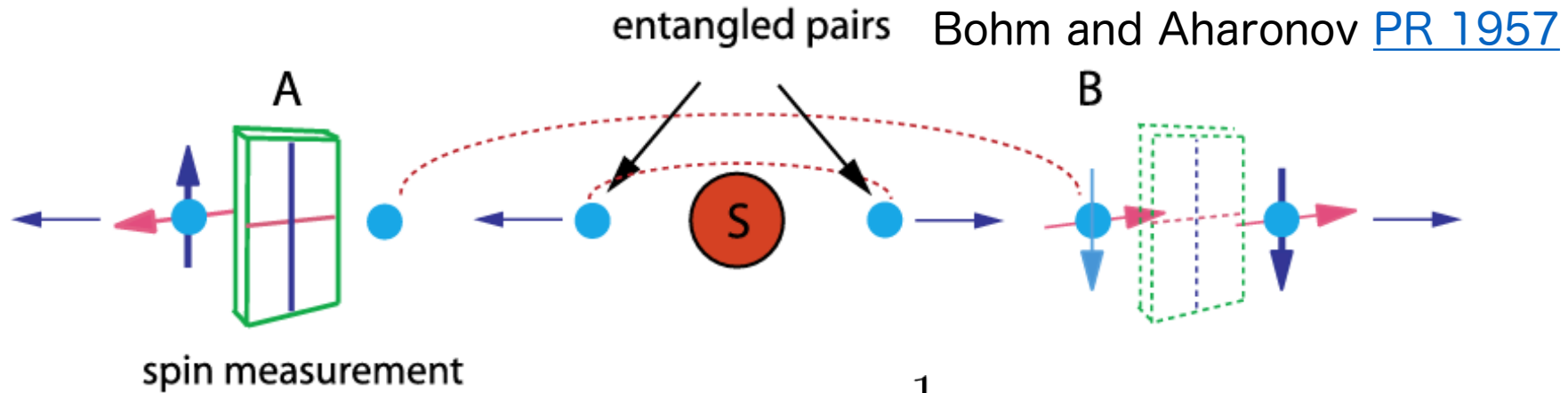
系を乱すことなく、確実に物理量を予言できること

命題 (1) が偽 $\Rightarrow$ 命題 (2) が偽 : これを次で証明する。

命題 (2) が真 $\Rightarrow$ 命題 (1) が真 : 対偶をとった。

不確定性関係により命題 (2) が真。つまり、命題 (1) が真。

Bohm の EPR パラドックス思考実験



スピン (singlet) 状態を準備する： $|\Phi_{-}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_A |1\rangle_B - |1\rangle_A |0\rangle_B)$

- 1-1) Alice が Z 基底で測定し、その結果が「1」となる。
- 1-2) 仮に、Bob は Z 基底で測定したとすると「0」となる。
- 2-1) Alice が X 基底で測定し、その結果が「+」となる。
- 2-2) 仮に、Bob は X 基底で測定したとすると「-」となる。

Alice の選択は「1 / 2」で自由なので、波動関数の「実在」の記述として

$|\Phi_{-}; Z_A = 1, X_A = +\rangle$ を採用することが出来る。

これらの状況から Bob は系を乱すことなく (測定せずに)、同時に Z 基底と X 基底の物理量を確実に予言している (「実在している」)。

John Stewart Bell (1928-1990)



専門：場の量子論
加速器の物理
(高エネルギー・核物理)

[nature](#) > [letters](#) > [article](#)

[Published: 24 January 1953](#)

A New Focusing Principle applied to the Proton Linear Accelerator

[J. S. BELL](#)

[Nature](#) **171**, 167-168 (1953) | [Cite this article](#)

VOLUME 13, NUMBER 2

PHYSICAL REVIEW LETTERS

13 JULY 1964

NUCLEAR OPTICAL MODEL FOR VIRTUAL PIONS*

J. S. Bell[†]

Stanford Linear Accelerator Center, Stanford University, Stanford, California

(Received 25 May 1964)

Particle Accelerators
1981 Vol.11 pp.233-238
0031-2460/81/1104/0233\$06.50/0

© Gordon and Breach, Science Publishers, Inc.
Printed in the United States of America

ELECTRON COOLING IN STORAGE RINGS

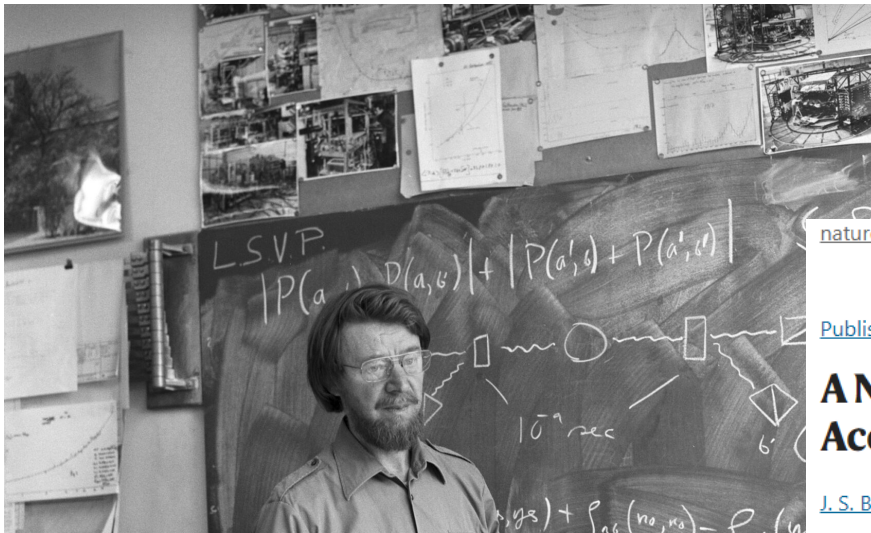
J. S. BELL and M. BELL

CERN, Geneva, Switzerland

(Received February 2, 1981)

It is found that the effect of "flattening" of the electron velocity distribution is to increase the rate of cooling of small betatron oscillations by a factor of 2.4, and not by a factor of 4 as often quoted. This is when the cooler magnetic field is ignored. When it is allowed for, in the usual way, the cooling rate involves a divergent integral whose regulation depends on the details of particular cases.

John Stewart Bell (1928-1990)



専門：場の量子論
加速器の物理
(高エネルギー・核物理)

[nature](#) > [letters](#) > [article](#)

Published: 24 January 1953

A New Focusing Principle applied to the Proton Linear Accelerator

[J. S. BELL](#)

[Nature](#) **171**, 167-168 (1953) | [Cite this article](#)

VOLUME 13, NUMBER 2

PHYSICAL REVIEW LETTERS

13 JULY 1964

NUCLEAR OPTICAL MODEL FOR VIRTUAL PIONS*

J. S. Bell†

Quantum Mechanics

(Non-relativistic Theory)

Course of Theoretical Physics
Volume 3 Third Edition

L. D. Landau and E. M. Lifshitz
Institute of Physical Problems,
USSR Academy of Sciences

Quantum Electrodynamics

Landau and Lifshitz
Course of Theoretical Physics
Volume 4 2nd Edition

V. B. Berestetskii, E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii
Institute of Physical Problems, USSR Academy of Sciences, Moscow

Electrodynamics of Continuous Media

2nd edition

Landau and Lifshitz Course of Theoretical Physics
Volume 8

L. D. Landau, E. M. Lifshitz and L. P. Pitaevskii
Institute of Physical Problems, USSR Academy of Sciences, Moscow
Translated by J. B. Sykes, J. S. Bell and M. J. Kearsley

MECHANICS

THIRD EDITION

by

L. D. LANDAU AND E. M. LIFSHITZ

INSTITUTE OF PHYSICAL PROBLEMS, U.S.S.R. ACADEMY OF SCIENCES

Volume 1 of *Course of Theoretical Physics*

Translated from the Russian by

J. B. SYKES AND J. S. BELL

whose regulation depends on the details of particular cases.

ベル不等式

Bell [Physics 1964](#)

ON THE EINSTEIN PODOLSKY ROSEN PARADOX*

J. S. BELL[†]

Department of Physics, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin

(Received 4 November 1964)

VI. Conclusion

In a theory in which parameters are added to quantum mechanics to determine the results of individual measurements, without changing the statistical predictions, there must be a mechanism whereby the setting of one measuring device can influence the reading of another instrument, however remote. Moreover, the signal involved must propagate instantaneously, so that such a theory could not be Lorentz invariant.

Of course, the situation is different if the quantum mechanical predictions are of limited validity. Conceivably they might apply only to experiments in which the settings of the instruments are made sufficiently in advance to allow them to reach some mutual rapport by exchange of signals with velocity less than or equal to that of light. In that connection, experiments of the type proposed by Bohm and Aharonov [6], in which the settings are changed during the flight of the particles, are crucial.

局所隠れた変数理論では、
量子力学は説明できないということを証明。

1966年までの隠れた変数理論 [von Neumann 教科書 1932など] の間違いを指摘

Bell [RMP 1966](#)

ベル不等式

Bell [Physics 1964](#)

仮定：

1) 実在性：

Alice / Bob は a / b という測定基底を準備した時、測定結果は隠れた変数 λ によって特徴づけられる。

$$A(a, b, \lambda), B(a, b, \lambda)$$

2) 局所性：

$$A(a, \lambda) := A(a, b_1, \lambda) = A(a, b_2, \lambda)$$
$$B(b, \lambda) := B(a_1, b, \lambda) = B(a_2, b, \lambda)$$

3) 測定結果の制限： $|A(a, \lambda)| = 1, |B(b, \lambda)| = 1$

4) 測定結果の完全反相関：

$$a = b \Rightarrow A(a, \lambda) = -B(b, \lambda)$$

この仮定の際に満たされる不等式は

$$1 + P(\vec{b}, \vec{c}) \geq |P(\vec{a}, \vec{b}) - P(\vec{a}, \vec{c})|$$

CHSH不等式 [局所隠れた変数理論の不等式]

Clauser, Horne, Shimony, Holt [PRL 1969](#)
Bell [Proceeding of Summer School 1971](#)

仮定：

1) 実在性：

Alice / Bob は a / b という測定基底を準備した時、
測定結果は隠れた変数 λ によって特徴づけられる。

$$A(a, b, \lambda), B(a, b, \lambda)$$

2) 局所性： $A(a, \lambda) := A(a, b_1, \lambda) = A(a, b_2, \lambda)$
 $B(b, \lambda) := B(a_1, b, \lambda) = B(a_2, b, \lambda)$

3) 測定結果の制限： $|A(a, \lambda)| \leq 1, |B(b, \lambda)| \leq 1$

➡ $S := |E(a, b) + E(a', b) + E(a, b') - E(a', b')| \leq 2$

ただし、 $E(a, b) := \int \rho(\lambda) A(a, b, \lambda) B(a, b, \lambda) d\lambda$ 条件： $\int \rho(\lambda) d\lambda = 1$

不等式の破れは必ずしも量子力学の成立を意味していない。

CHSH不等式の証明

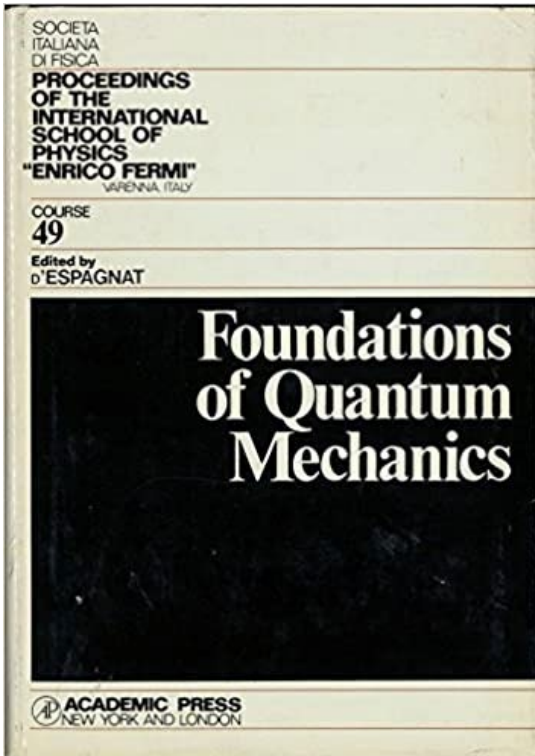
Clauser, Horne, Shimony, Holt [PRL 1969](#)
Bell [Proceeding of Summer School 1971](#)

まず、 $\alpha := A(a, \gamma)$, $\beta := A(a', \gamma)$, $\gamma := B(b, \gamma)$, $\delta := B(b', \gamma)$

と定義すると測定結果の制限より、 $|\alpha\gamma| \leq 1$, $|\alpha\delta| \leq 1$, $|\beta\gamma| \leq 1$, $|\beta\delta| \leq 1$
これより、

$$\begin{aligned} S &= |\alpha\gamma + \beta\gamma + \alpha\delta - \beta\delta| = |(\beta + \alpha)\gamma - (\beta - \alpha)\delta| \\ &\leq |(\beta + \alpha)\gamma| + |(\beta - \alpha)\delta| \\ &= |(\beta + \alpha)||\gamma| + |(\beta - \alpha)||\delta| \\ &\leq |(\beta + \alpha)| + |(\beta - \alpha)| \\ &= \begin{cases} \beta + \alpha + \beta - \alpha = 2\beta \\ \beta + \alpha - (\beta - \alpha) = 2\alpha \\ -(\beta + \alpha) + \beta - \alpha = -2\alpha \\ -(\beta + \alpha) - (\beta - \alpha) = -2\beta \end{cases} \\ &\leq 2 \end{aligned}$$

Bell が示した CHSH 不等式の話



1970 June 29 – July 11

International School of Physics. Enrico Fermi

Essay 集としてまとめられている。

1. Wigner: The Subject Of Our Discussion
2. Jauch: Foundations Of Quantum Mechanics
3. Kalckar: Measurability Problem In The Quantum Theory Of Fields
4. Bell: Introduction To The Hidden-Variable Question
5. De Witt: The Many-Universes Interpretation Of Quantum Mechanics
6. Zeh: On The Irreversibility Of Time And Observation In Quantum Theory
7. Ludwig: An Axiomatic Foundation Of Quantum Mechanics
8. Selleri: Realism And The Wave-Function Of Quantum Mechanics
9. Bohm: Quantum Theory As An Indication Of A new Order In Physics

量子力学におけるCHSH不等式 Tsirelson 限界

Cirel'son [LMP 1980](#)

$$|\Phi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_A |1\rangle_B - |1\rangle_A |0\rangle_B) \quad \text{の状態に対しての計算をする}$$

この際、
$$E(\theta_a, \theta_b) = \sin^2 \frac{\theta_a - \theta_b}{2} - \left(1 - \sin^2 \frac{\theta_a - \theta_b}{2} \right) = -\cos(\theta_a - \theta_b)$$

となるので、CHSH不等式の左辺は

$$S = |-\cos(\theta_a - \theta_b) - \cos(\theta_a - \theta_{b'}) - \cos(\theta_{a'} - \theta_b) + \cos(\theta_{a'} - \theta_{b'})|$$

となり、極値条件を求めると

$$S \leq 2\sqrt{2}$$

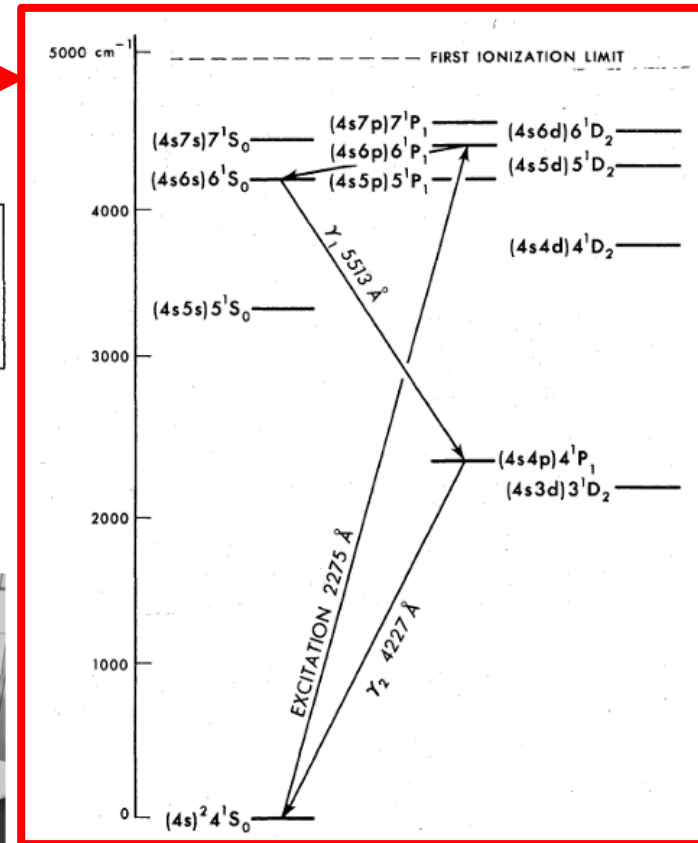
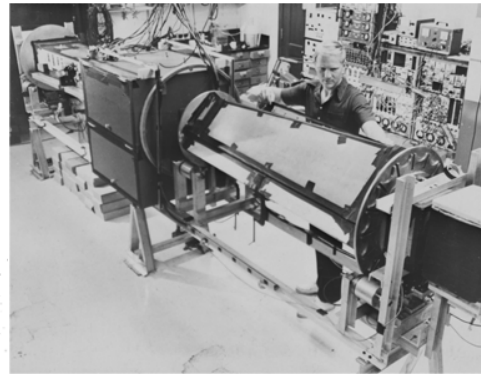
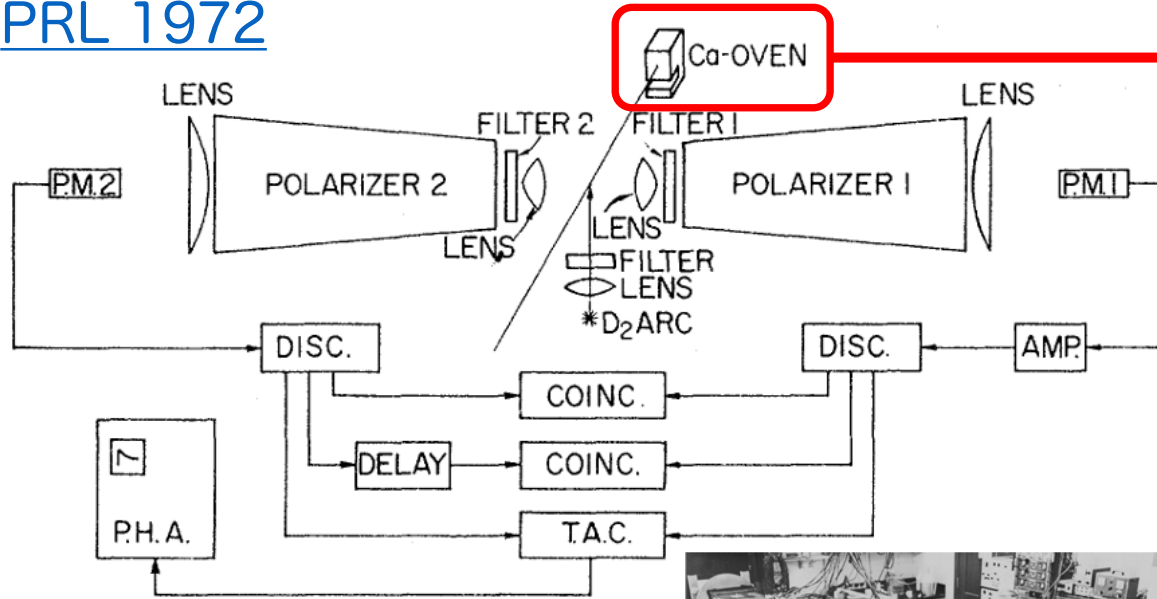
と上限値が求まり、その際のZ基底からの回転角度は

$$\theta_{a'} - \theta_b = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}, \pi, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

更に、 $\sin(\theta_{a'} - \theta_b) = \sin(\theta_a - \theta_{b'}) = -\sin(\theta_a - \theta_b)$ を満たす。

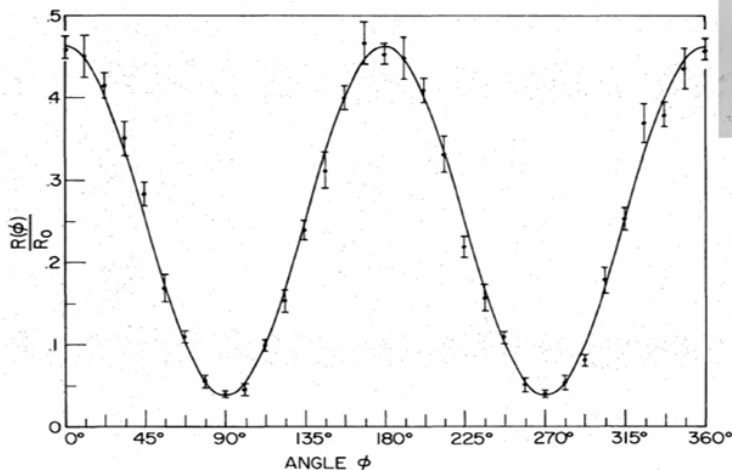
Freedman-Clauser の実験 (1972)

PRL 1972



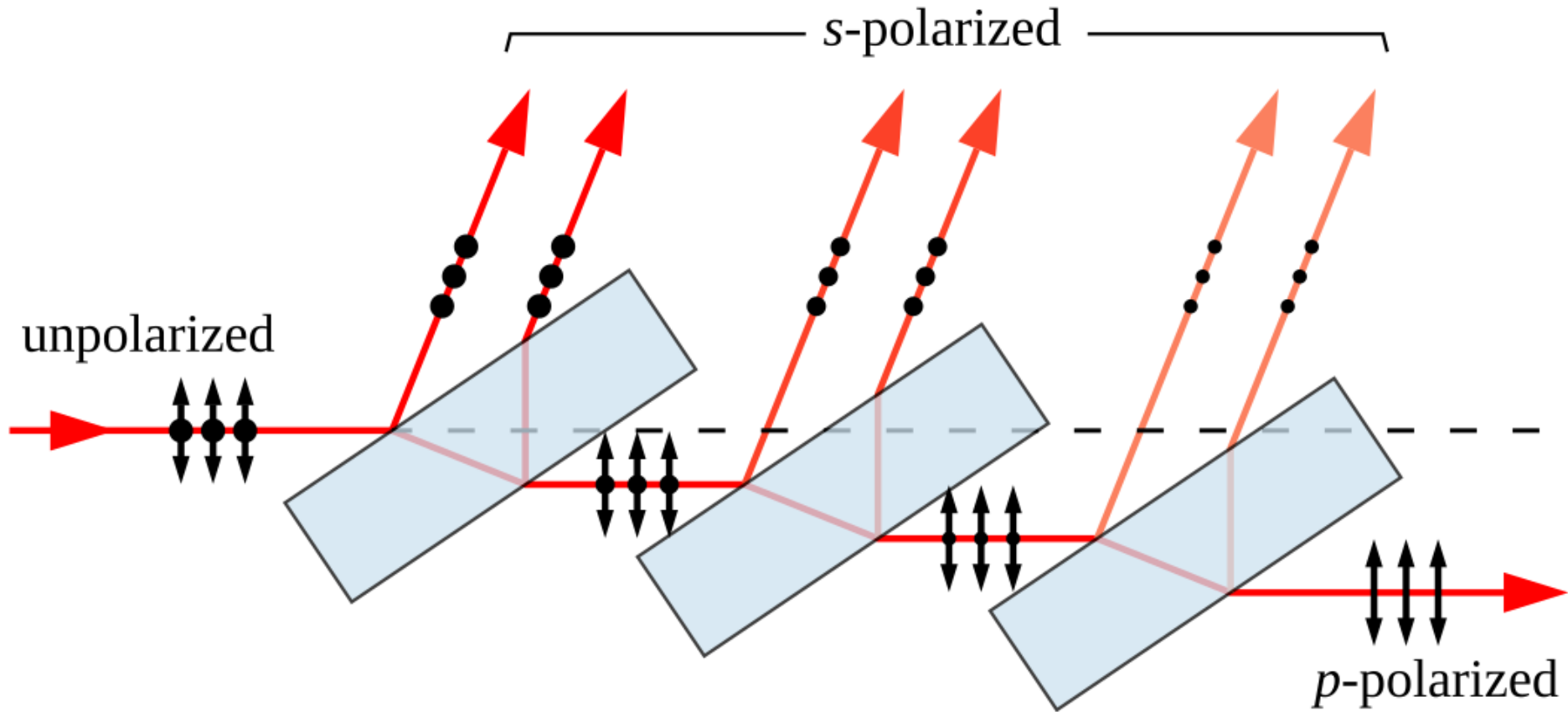
CHSH不等式の変形

$$\delta := \left| \frac{R\left(\frac{\pi}{8}\right)}{R_0} - \frac{R\left(\frac{3\pi}{8}\right)}{R_0} \right| - \frac{1}{4} \leq 0$$



$$\delta_{\text{exp}} = 0.050 \pm 0.008$$

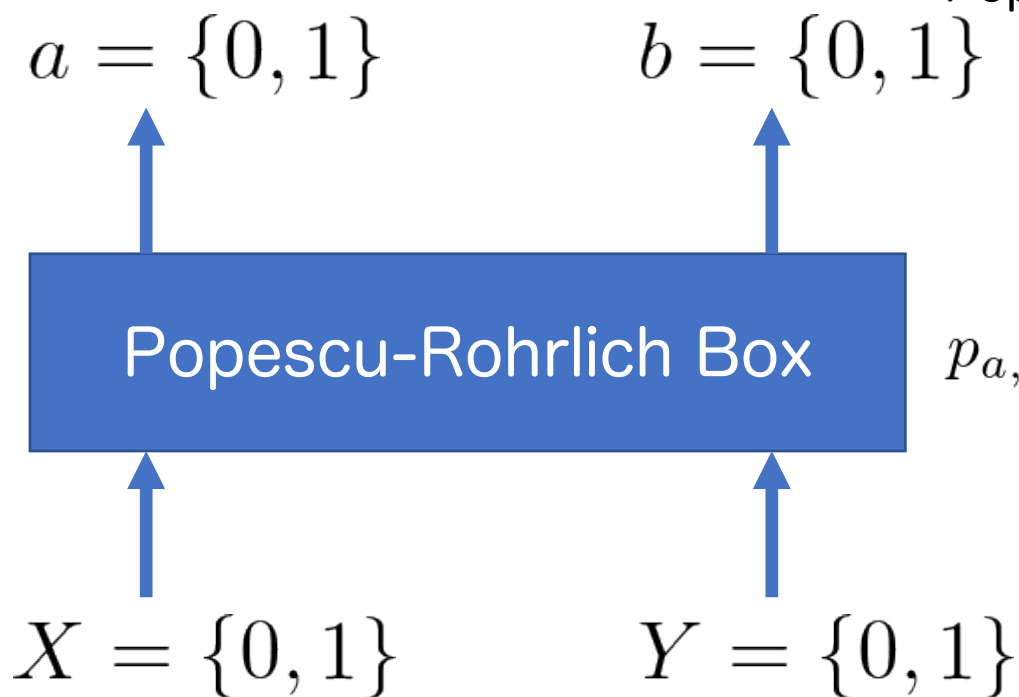
Brewster Polarizer



Brewster 角の際に、
polarized beam splitter と同じ役割。
角度を調整することで偏光が少し変わる。

何故、「局所性」は重要なのか？

Popescu, Rohrlich, [Found. Phys. 1994](#)



非局所性

$$p_{a,b|X,Y} := \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{on } a \oplus b = XY \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$E_{X,Y} := \sum_{a,b=0}^1 (-1)^{a+b} p_{a,b|X,Y}$$

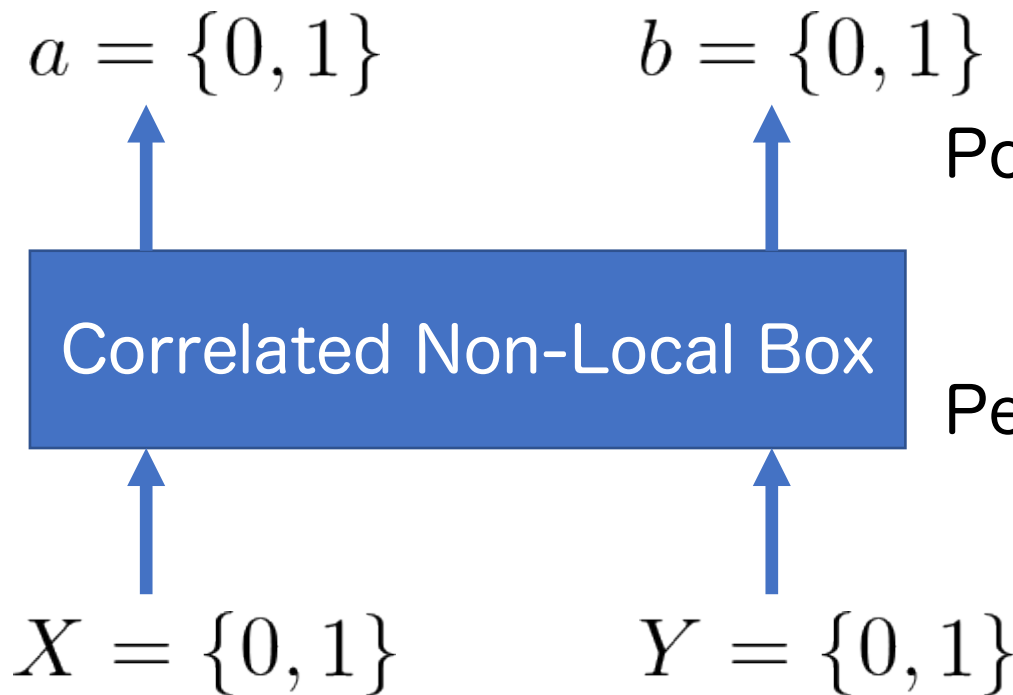
$$E_{0,0} + E_{0,1} + E_{1,0} - E_{1,1} = 4$$

非局所性は量子力学による限界も破る可能性

X	Y	PR Box	a	b
0	0	0	0	0
			1	1
1	0	0	0	0
			1	1
0	1	0	0	0
			1	1
1	1	1	1	0
			0	1

量子力学の限界を再現できるか？

Brunner, Skrzypczyk, [PRL 2009](#)



Popescu-Rohrlich (PR) Box

$$p_{a,b|X,Y}^{\text{PR}} = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{on } a \oplus b = XY \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Perfect Correlated Box

$$p_{a,b|X,Y}^c = \begin{cases} \frac{1}{2} & \text{on } a \oplus b = 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

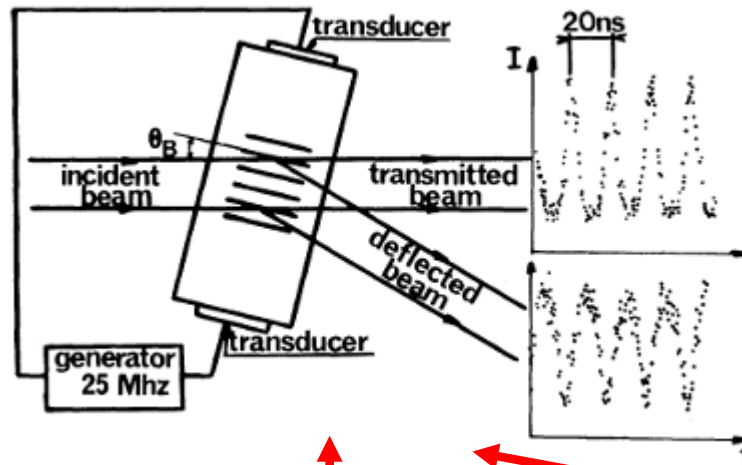
$$p_{a,b|X,Y}^{\epsilon\text{-NL}} := \epsilon p_{a,b|X,Y}^{\text{PR}} + (1 - \epsilon) p_{a,b|X,Y}^c$$

$$E_{X,Y} := \sum_{a,b=0}^1 (-1)^{a+b} p_{a,b|X,Y}$$

$$S := E_{0,0} + E_{1,0} + E_{0,1} - E_{1,1} = 2(1 + \epsilon)$$

非局所性に少しだけ局所相関を混ぜるだけで量子力学は再現できてしまう

Aspect の実験 (1982)

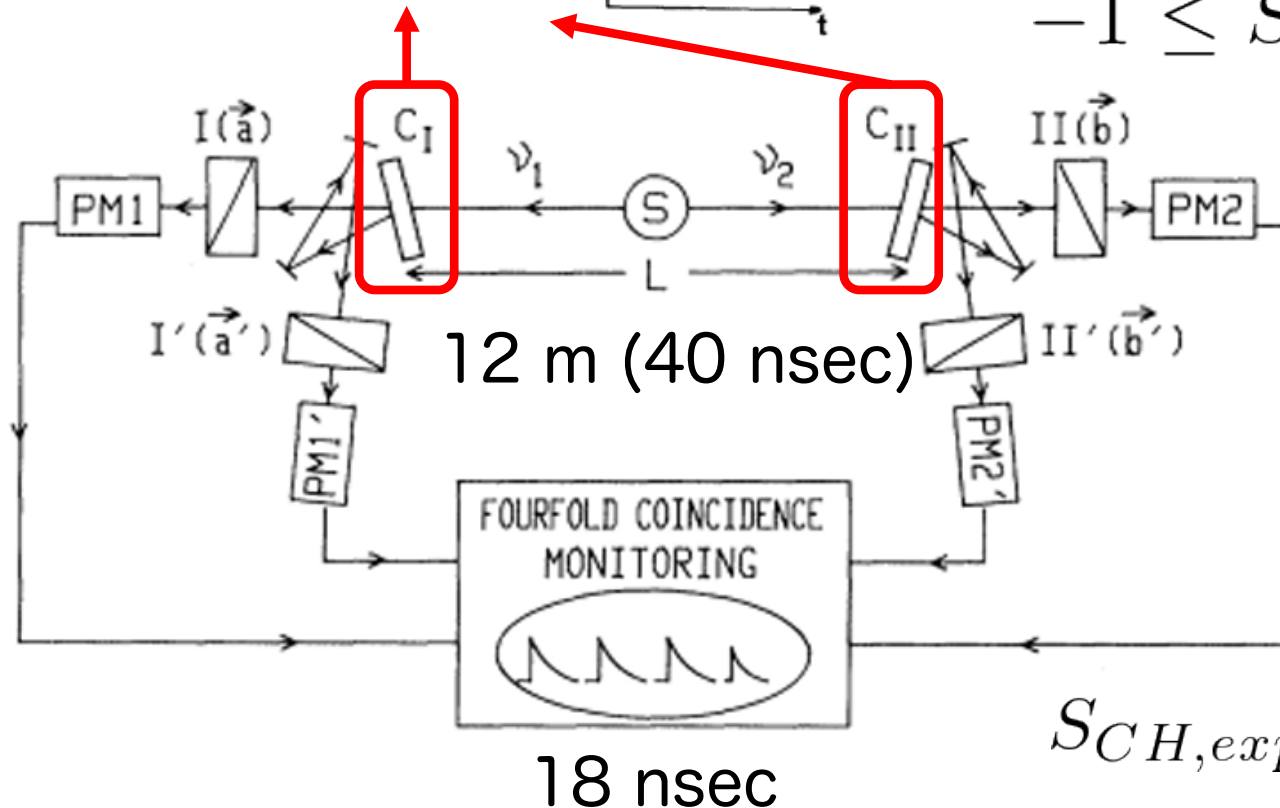


CHSH不等式の変形

[PRL 1982](#)

$$S_{CH} := \frac{N(\vec{a}, \vec{b})}{N(\infty, \infty)} - \frac{N(\vec{a}, \vec{b}')}{N(\infty, \infty')} + \frac{N(\vec{a}', \vec{b})}{N(\infty', \infty)} + \frac{N(\vec{a}', \vec{b}')}{N(\infty', \infty')} - \frac{N(\vec{a}', \infty)}{N(\infty', \infty)} - \frac{N(\infty, \vec{b})}{N(\infty, \infty)}$$

$$-1 \leq S_{CH} \leq 0$$

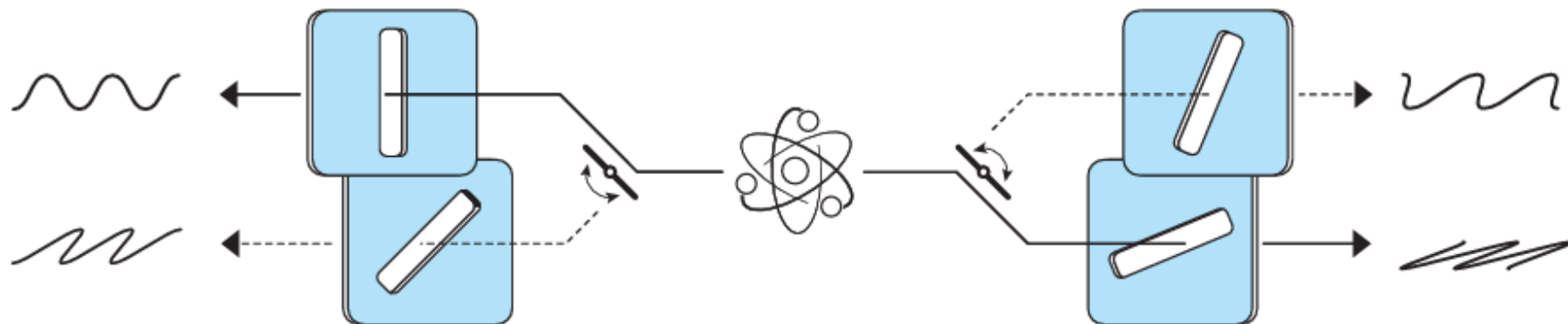


Reset 時間 : 10 nsec
Source 時間: 5 nsec

合計 : 15 nsec

$$S_{CH,exp} = 0.101 \pm 0.020$$

ベル不等式の検証実験に対する イチャもんの数々 (Loophole)



Detection Loophole 検出器が悪いとどうなるのか？

Garg, Mermin, [PRD 1987](#)

$$S \leq \frac{4}{\eta} - 2$$

検出器効率 $\eta \geq 82.84 \%$

Freedom of Choice Loophole

量子論すら超えてしまう

測定基底の選択を「ランダム」に出来るのか？

Fair-sampling Loophole

良い結果のものだけを集めてきていませんか？

などなど。。。

Larsson [JPA 2004](#)

Kaiser [Oxford Handbook 2022](#)

量子力学検証の問題点



- 統計学的ゆらぎ

- 原理的には「知らないだけ」
- 熱力学・統計力学のような「粗視化」による影響

- 量子ゆらぎ

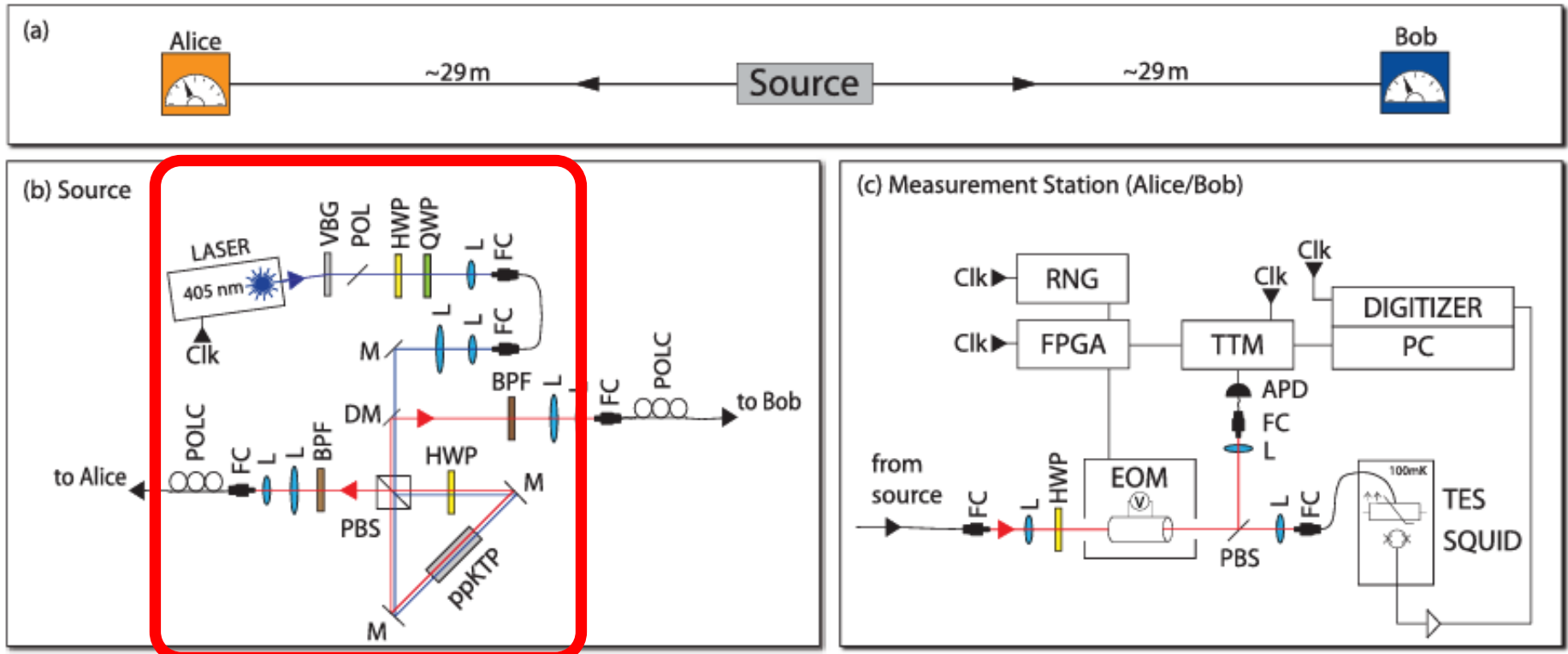
- 原理的に「知れない」
- どんな操作をしても「ゆらぎ」に対して、決定的にすることが出来ない。
＝ 不確定性関係

量子力学が正しいことの必要条件は、
「ある現象の測定結果が「確率的」であるということを示す」
ということに帰着する。
測定結果だけから確率的かをどうかを判定することは難しい。

Loophole 潰しの実証の旅

Group [青/黄: 光, 緑: 原子, 固体]	Publication	
Freedman and Clauser [米]	PRL 1972	
Fry and Thompson [米]	PRL 1976	Freedman and Clauser の改善
Aspect Group [仏]	PRL 1982	局所性 $\triangle$
Gisin Group [スイス]	PRL 1998	非線形光学結晶 (SPDC) の使用
Zeilinger Group [奥]	PRL 1998	局所性 $\circ$
Wineland Group [米]	Nature 2001	局所性 $\circ$ 検出器 $\circ$ [イオン]
Kwiat Group [米]	PRL 2013	局所性 $\circ$ 検出器 $\circ$ [光]
Zeilinger Group [奥]	Nature 2013	局所性 $\circ$ Fair-sampling $\circ$
Hanson Group [蘭]	Nature 2015	局所性 $\circ$ Fair-sampling $\circ$
NIST [米]	PRL 2015	Coincidence $\circ$ 基底選択 $\circ$
Zeilinger Group [奥]	PRL 2015	因果関係 $\circ$
Zeilinger Group [奥]	PRL 2017	乱数 [天の川銀河の天体]
Big Bell Test Collaboration	Nature 2018	乱数 [人間 + 物理乱数]
Zeilinger Group [奥]	PRL 2018	局所性 $\circ$ 乱数 [クエーサー]
J.-W. Pan Group [中国]	PRL 2018	局所性 $\circ$ 乱数 [恒星]

量子もつれ光の評価

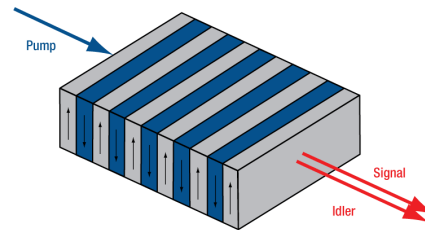


パルスレーザー：
パルス幅 12 ns
繰り返し 1 MHz

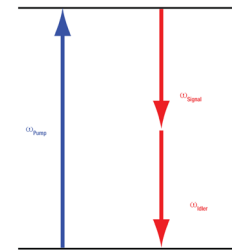
量子もつれ光生成 [ppKTP結晶]：

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{1 + (-2.6)^2}} (|0\rangle_A |1\rangle_B - 2.6 |1\rangle_A |0\rangle_B)$$

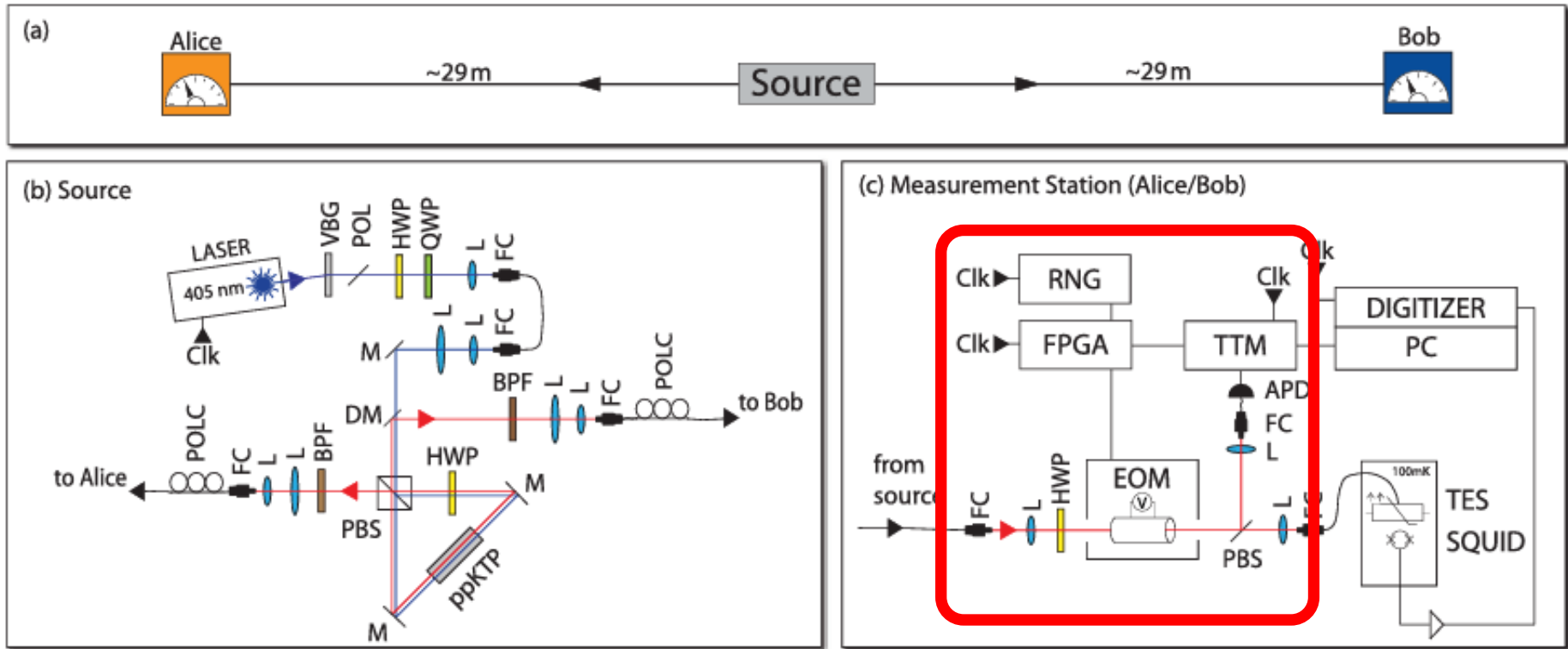
疑似位相整合条件



自発的パラメトリック
下方変換

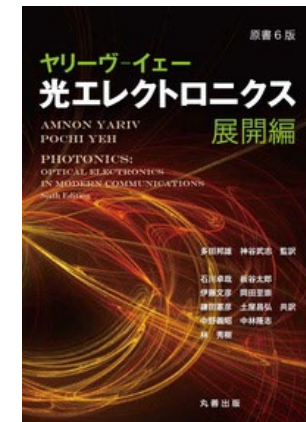


測定基底がランダムに選ばれている？

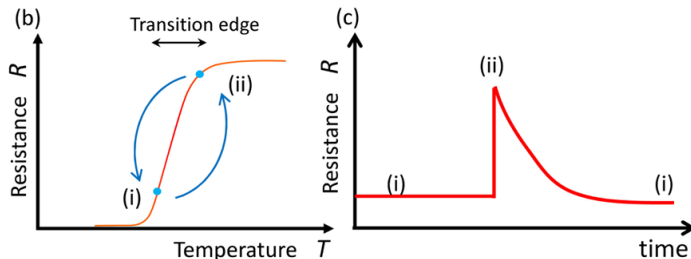
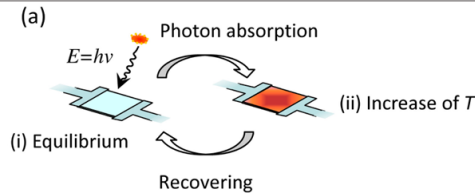
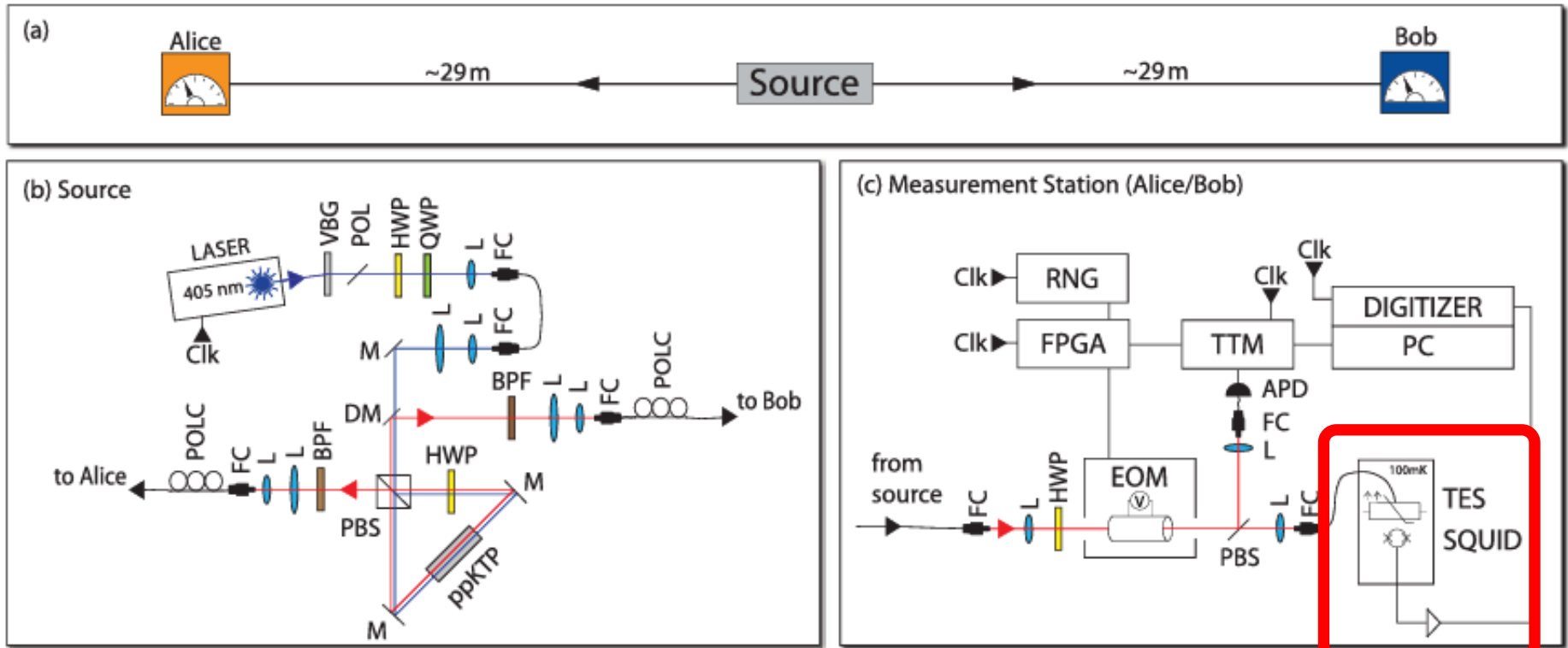


物理乱数生成器からの
乱数列を信頼する。

(レーザーを使うのは早いから)
信頼性は 26 ns 間隔
FPGA による高速処理
EOM による高速偏光変化



単一光子検出器の向上



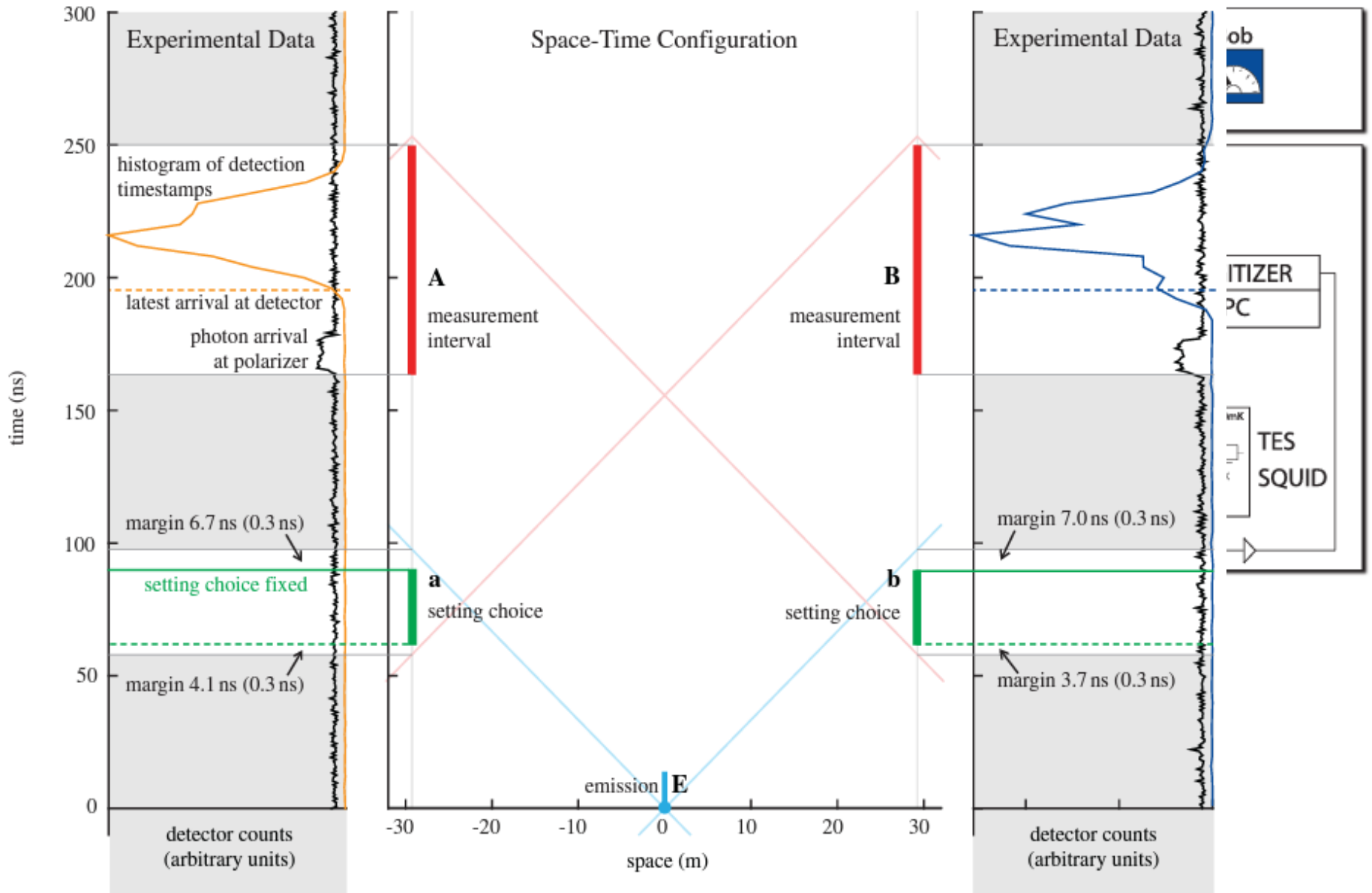
TES [超伝導転移端検出器] での検出効率向上

$$\eta > 0.95$$

100 mK の環境下では、
810 nm の黒体輻射は極限的に抑えられる。

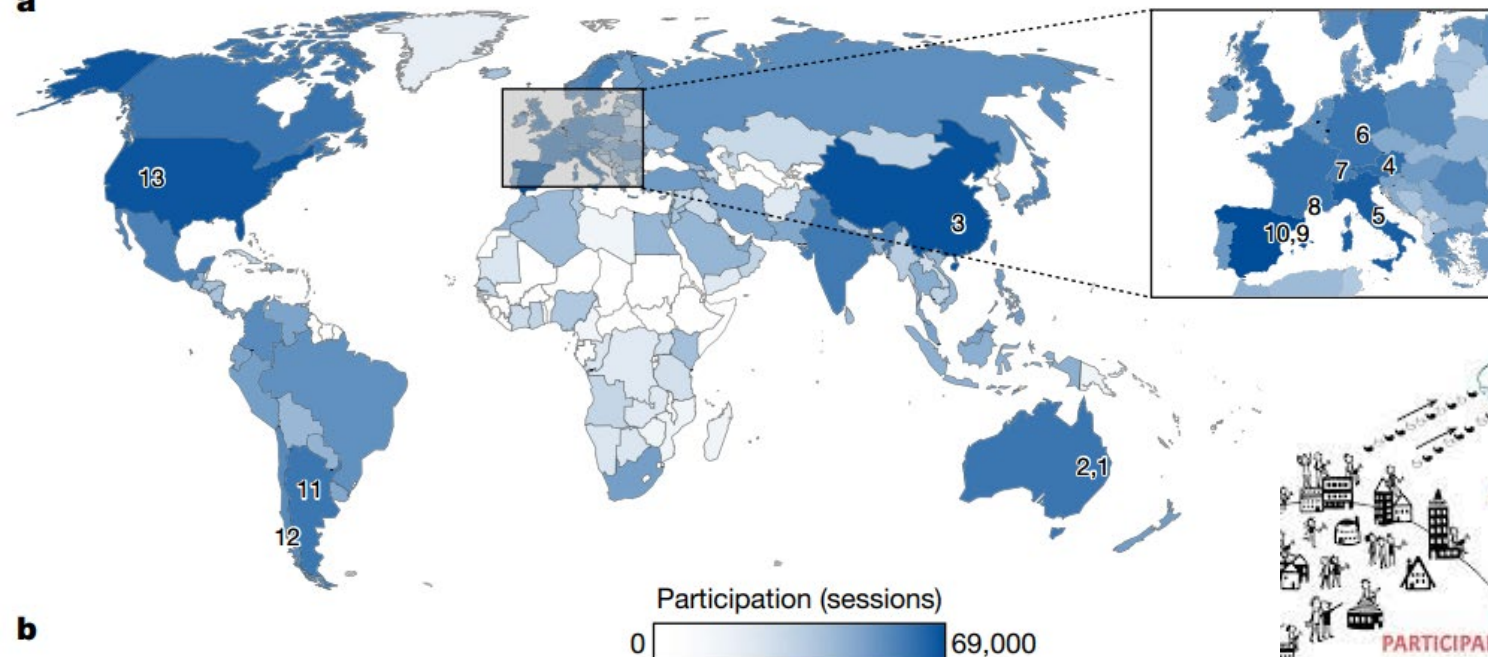
↓
信号はほとんど「量子もつれ光子」の片割れ

因果関係の整理

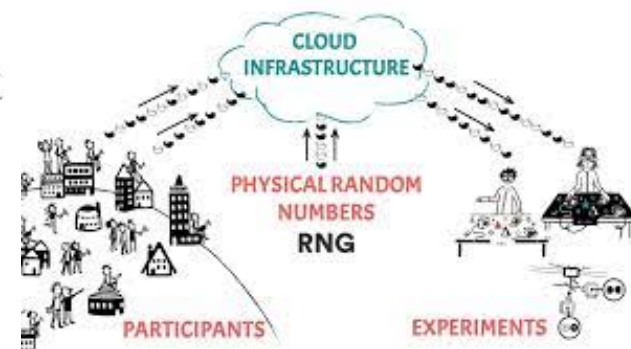


まだ残っている Loophole (Big Bell Test)

a



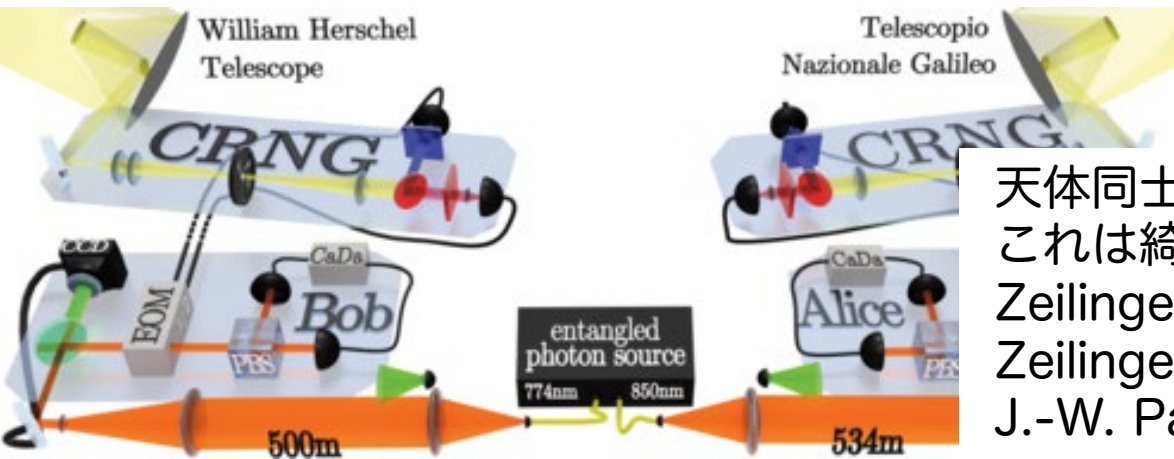
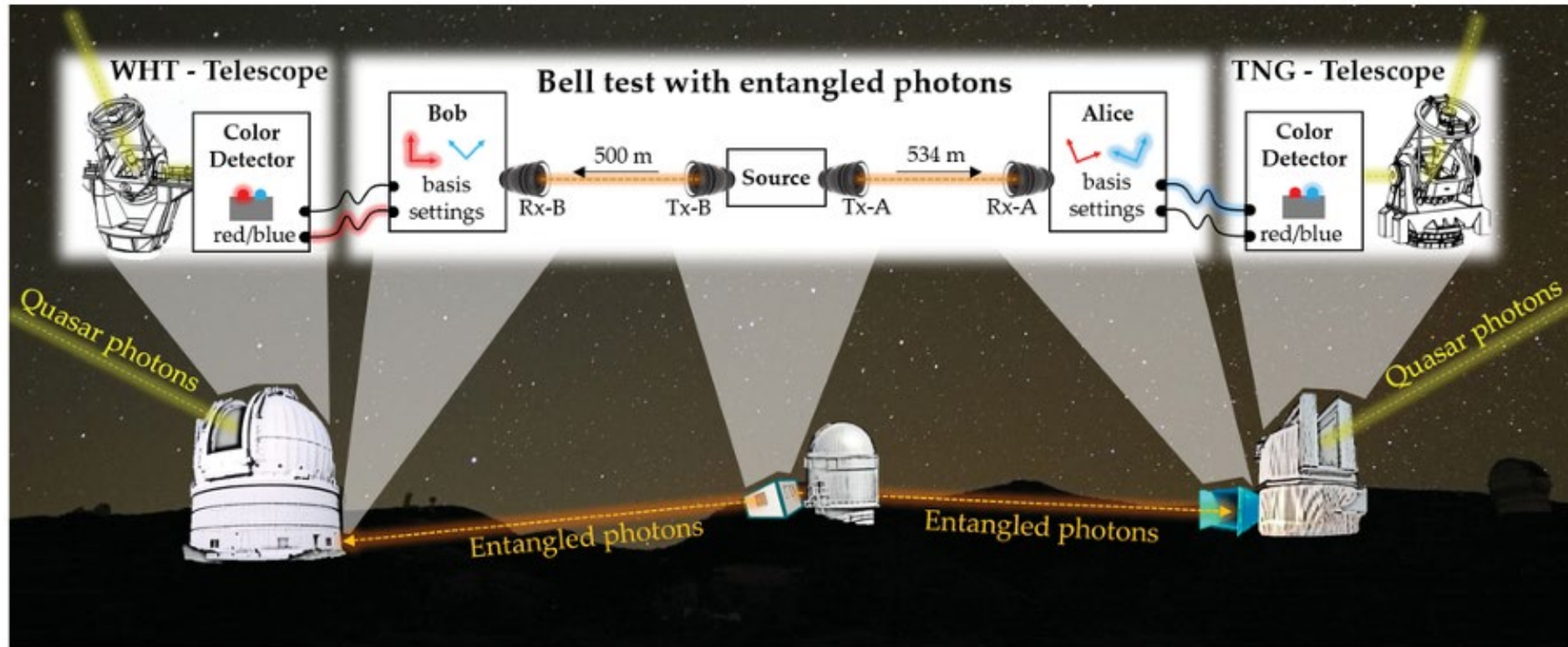
[Nature 2018](#)



b

Experiment	Lead Institution	Location	Entangled system	Rate (bps)	Inequality	Result	Stat. sig.
(1)	Griffith University	Brisbane, Australia	Photon polarization	4	$S_{16} \leq 0.511$	$S_{16} = 0.965 \pm 0.008$	57σ
(2)	University of Queensland & EQUUS	Brisbane, Australia	Photon polarization	3	$ S \leq 2$	$S_{AB} = 2.75 \pm 0.05$ $S_{BC} = 2.79 \pm 0.05$	15σ 16σ
(3)	USTC	Shanghai, China	Photon polarization	10^3	PRBLG ³⁰	$I_0 = 0.10 \pm 0.05$	N/A
(4)	IQOQI	Vienna, Austria	Photon polarization	1.61×10^3	$ S \leq 2$	$S_{HRN} = 2.639 \pm 0.008$ $S_{QRN} = 2.643 \pm 0.006$	81σ 116σ
(5)	Sapienza	Rome, Italy	Photon polarization	0.62	$B \leq 1$	$B = 1.225 \pm 0.007$	32σ
(6)	LMU	Munich, Germany	Photon-atom	1.7	$ S \leq 2$	$S_{HRN} = 2.427 \pm 0.0223$ $S_{QRN} = 2.413 \pm 0.0223$	19σ 18.5σ
(7)	ETHZ	Zurich, Switzerland	Transmon qubit	3×10^3	$ S \leq 2$	$S = 2.3066 \pm 0.0012$	$P < 10^{-99}$
(8)	INPHYNI	Nice, France	Photon time bin	2×10^3	$ S \leq 2$	$S = 2.431 \pm 0.003$	140σ
(9)	ICFO	Barcelona, Spain	Photon-atom ensemble	125	$ S \leq 2$	$S = 2.29 \pm 0.10$	2.9σ
(10)	ICFO	Barcelona, Spain	Photon multi-frequency bin	20	$ S \leq 2$	$S = 2.25 \pm 0.08$	3.1σ
(11)	CITEDEF	Buenos Aires, Argentina	Photon polarization	1.02	$ S \leq 2$	$S = 2.55 \pm 0.07$	7.8σ
(12)	UdeC	Concepción, Chile	Photon time bin	5.2×10^4	$ S \leq 2$	$S = 2.43 \pm 0.02$	20σ
(13)	NIST	Boulder, USA	Photon polarization	10^5	$K \leq 0$	$K = (1.65 \pm 0.20) \times 10^{-4}$	8.7σ

Loophole 潰し (Cosmic Bell Test)



天体同士からの光子には相関がないはず。
これは綺麗な乱数列になるはずだ。

Zeilinger Group, [PRL 2017](#)

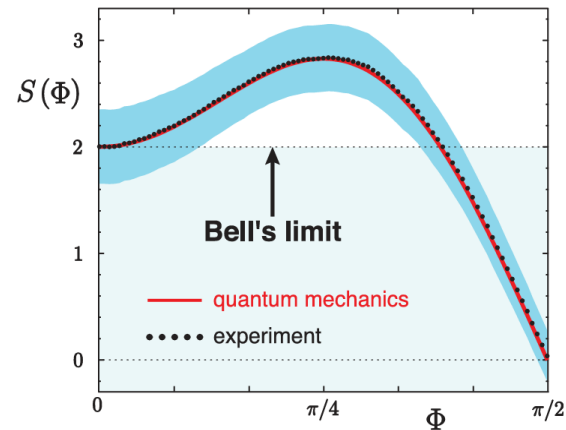
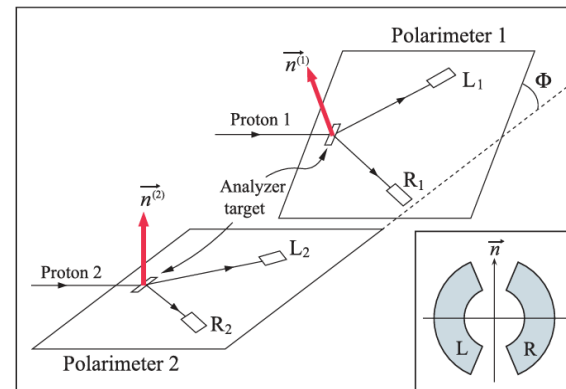
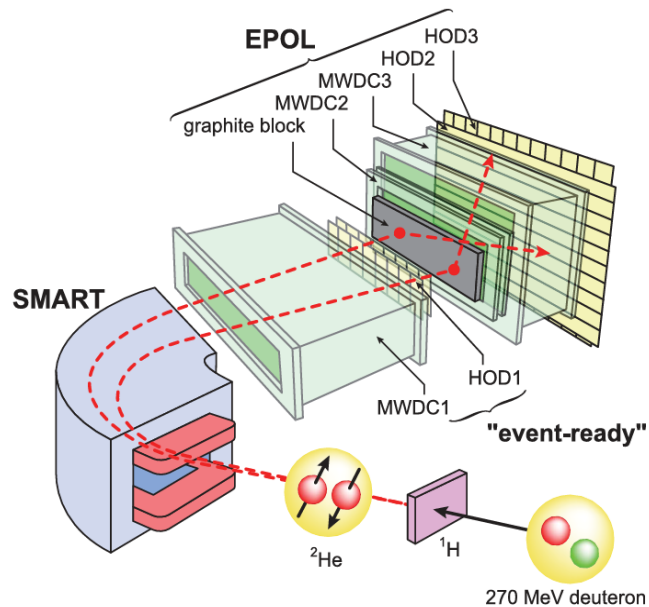
Zeilinger Group, [PRL 2018](#)

J.-W. Pan Group [PRL 2018](#)

ベル不等式の破れ
≠ 量子力学が正しい

Loophole なし
ベル不等式の破れ
= (量子?)非局所性の存在

素粒子・原子核物理とベル不等式

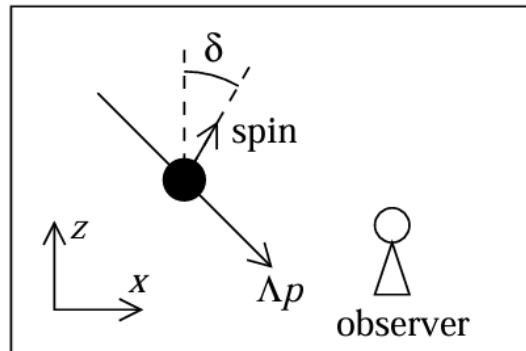
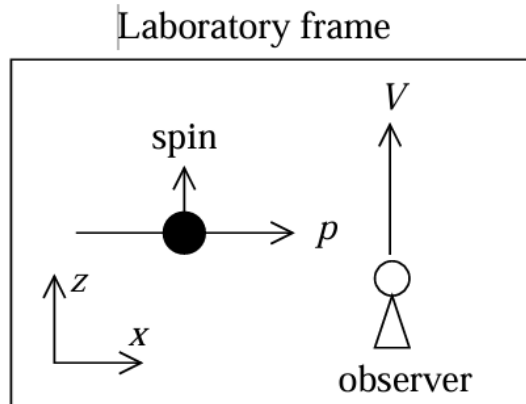


Sakai+, [PRL 2006](#)

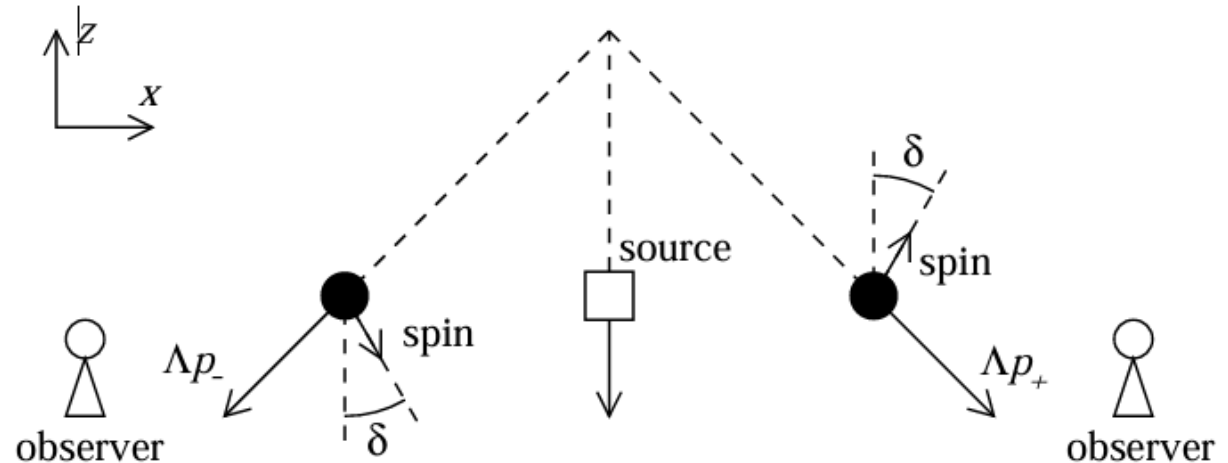
- 検出器の局所性が担保されない問題が常にある。
- 他の loophole が勝手になくなることがある。
- 量子力学が正しい（核反応が正しい）ということは分かるが、それ以上のことは「？」である。

相対論的量子力学内での Bell 相関

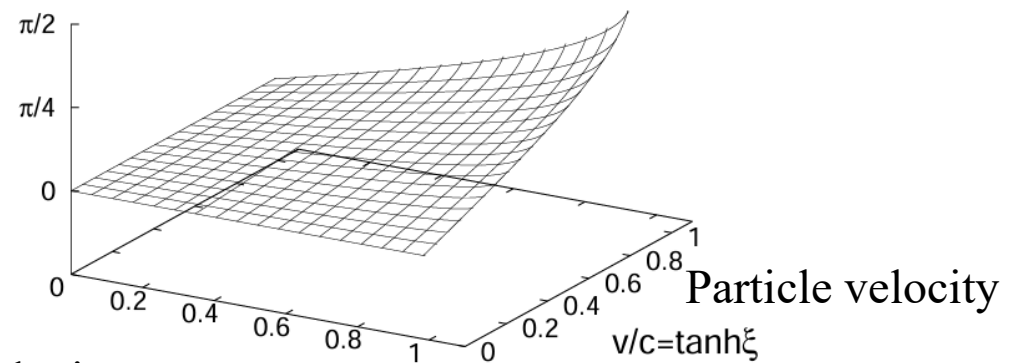
Terashima, Ueda, [IJQI 2003](#)



Observer's frame



δ Wigner angle



Observer's velocity $V/c = \tanh \chi$

$$|S| \leq 2\sqrt{2} \cos^2 \delta$$

皆さんと考えてみたい問い

- 「局所性」は必要な仮定だろうか？
 - 物理系を我々が「操作したい」時に必要な概念では？
 - 粒子検出・放射線検出において、
「測定」時の局所性は暗黙に仮定していないだろうか？
 - 他の物理量（例えば、空間的な形）等に関係がないか？
- Singlet state は既に最大もつれ状態では？
 - 「局所的に操作ができる」 singlet state は存在するか？
 - 「同種粒子」だと主張する時に局所性はないのか？
- 全てを測定した時と
半分しか測定しない時で違いがあるか？
 - 非局所的な測定をしている可能性があるのではないか？

まとめ

- ベル不等式の破れは
直接、量子力学の正しさを主張するものではない。
 - ループホールの入り方次第では
ベル不等式の破れは簡単に破れる。
- ループホールなしのベル不等式の破れは
少なくとも、非局所相関の存在を自然界に保証する。
- 量子力学にほころびがないのだろうか？
 - ループホールをつぶすベル不等式の破れ実験の
現在の立場は、とにかく量子力学の綻びを探すことである。
- 相対論的量子力学の範囲内では相関が弱くなる？