非対称性のリソース理論の最近の進展：基礎と応用

田島裕康^a,b
a: 九州大学, b: JST

2025/06/06 量子もつれと原子核物理@理研

このトークの目標

・リソース理論の基礎を（超簡単に）説明する

・対称性とその破れを扱うリソース理論である
「非対称性のリソース理論（Resource Theory of Asymmetry:RTA）」
の基礎と、最近の発展について（やはり超簡単に）説明する

・その応用として、今のところどんなものが得られているか、
を（やはり超簡単に）説明する

RTAは基礎がかなり出来上がってきたので、色々な分野で使えるのではないかと思える
➡話を聞きながら、原子核の世界での利用可能性を考えてみていただけたら嬉しいです

論文と共同研究者について

- 非対称性のリソース理論の基礎について：

K. Yamaguchi and H. Tajima, PRL 131 200203 (2023)

K. Yamaguchi and H. Tajima, Quantum 7, 1012 (2023)

D. Kudo and H. Tajima, PRA 107, 062418 (2023)

T. Shitara Y. Mitsuhashi and H. Tajima, arXiv:2312.15758 (2023)

K. Yamaguchi, Y. Mitsuhashi, T. Shitara and H. Tajima, arXiv:2411.04766 (2024)

QIP talk 2025b

- 非対称性のリソース理論の応用について：

H. Tajima, N. Shiraishi and K. Saito, PRL, 121, 110403 (2018)

H. Tajima, N. Shiraishi and K. Saito, PRR, 2, 043374 (2020) **QIP talk 2020**

H. Tajima, R. Takagi and Y. Kuramochi, arXiv:2206.11086 (2022) **QIP talk 2023**

Y. Kuramochi and H. Tajima, PRL 131, 210201 (2023) **Featured in Physics**

H. Tajima and R. Takagi, PRL 134, 170201 (2025) **QIP talk 2025a**

論文と共同研究者について

- 非対称性のリソース理論の基礎について：

K. Yamaguchi and H. Tajima, PRL 131 200203 (2023)

K. Yamaguchi and H. Tajima, Quantum 7, 1012 (2023)

D. Kudo and H. Tajima, PRA 107, 062418 (2023)

T. Shitara Y. Mitsuhashi and H. Tajima, arXiv:2312.15758 (2023)

K. Yamaguchi, Y. Mitsuhashi, T. Shitara and H. Tajima, arXiv:2411.04766 (2024)

QIP talk 2025b

Koji Yamaguchi

Tomohiro Shitara

Yosuke Mitsuhashi

Daigo Kudo

論文と共同研究者について

Naoto Shiraishi

Keiji Saito

Yui Kuramochi

Ryuji Takagi

・非対称性のリソース理論の応用について：

H. Tajima, N. Shiraishi and K. Saito, PRL, 121, 110403 (2018)

H. Tajima, N. Shiraishi and K. Saito, PRR, 2, 043374 (2020) **QIP talk 2020**

H. Tajima, R. Takagi and Y. Kuramochi, arXiv:2206.11086 (2022) **QIP talk 2023**

Y. Kuramochi and H. Tajima, PRL 131, 210201 (2023) **Featured in Physics**

H. Tajima and R. Takagi, PRL 134, 170201 (2025) **QIP talk 2025a**

・リソース理論の基礎を（超簡単に）説明する

リソース理論って？

なんらかの貴重なものである「リソース」の「量り方」を与える理論

「ガソリンの量り方」を決めるようなものと思うと（多分）分かりやすい

例：

量子もつれを量る：エンタングルメント理論

仕事がどれだけ取り出せるかを量る：量子熱力学

非ガウス性を量る：resource theory (RT) of non-Gaussianity

量子計算力を量る：RT of magic

対称性の破れを量る：RT of asymmetry

これらの理論は、全て共通の枠組みによって構築されている

「量子もつれ」や「非ガウス性」や「量子計算力」のような、本来量りにくそうなものでも、共通規格で「良い量り方」を決めることができることがメリット

リソース理論って？

具体的にどう量るのか？

① 「リソースを持つ状態」のクラスを定義する

② 状態の関数$R(\rho)$として、リソース指標を用意する

③ リソース指標の中から「良い」ものを探す

重要な点は、状態の関数$R(\rho)$が、「この性質を満たすとリソース指標」、「この性質を満たすと『良い』リソース指標」というのが共通規格として決まっている点

➡後で見るように、例えば「対称性の破れ」の度合いの（リソース理論的な意味で）良い指標、を与えることができる

リソース理論って？

①「リソースを持つ状態」のクラスを定義する

いくらでも用意できる状態：フリー状態
いくらでも実行できる操作：フリー操作

それぞれ量子状態全体の集合と、量子操作（CPTP-map）全体の集合の部分集合

リソース状態＝フリー状態でない状態

唯一のルール：フリー状態にフリー操作をかけてもフリー状態のまま

このルールが破れていると、リソース状態を簡単に用意できることになるため

このルールを守りさえすればフリー状態やフリー操作は自由に決めてよい

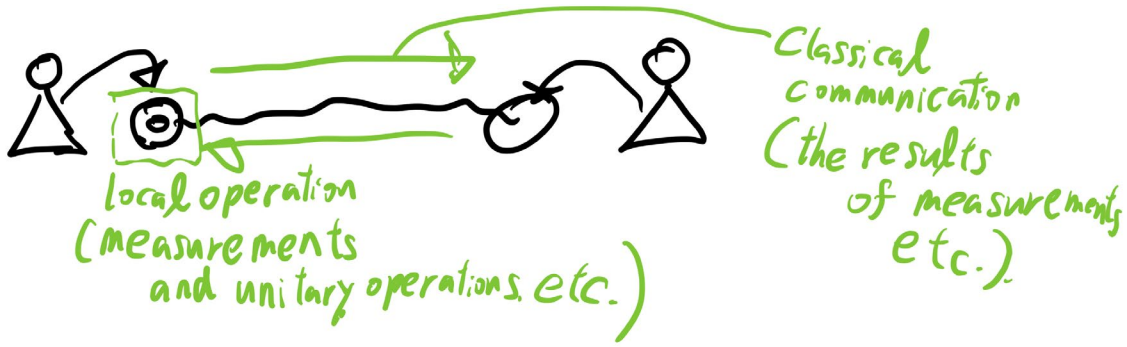
リソース理論って？

①「リソースを持つ状態」のクラスを定義する

例：エンタングルメント理論

フリー状態：セパラブル状態　$\rho_{AB} = \sum_j p_j \rho_A^{(j)} \otimes \rho_B^{(j)}$

フリー操作：LOCC操作



セパラブル状態でない状態がエンタングル状態！

セパラブル状態にLOCC操作をかけてもセパラブル状態のまま

➡「フリー状態はフリー操作でフリー状態のまま」も守っている

リソース理論って？

② 状態の関数$R(\rho)$として、リソース指標を用意する

状態の関数$R(\rho)$が以下の性質を満たす時、それをリソース指標と呼ぶ

- $R(\rho) \geqq 0$
- $R(\rho) > 0 \Rightarrow \rho$がリソース状態

逆も成り立つときは、faithfulな指標と呼ばれる

- Λがフリー操作$\Rightarrow R(\rho) \geqq R(\Lambda(\rho))$

「車を走らせたらガソリンが増える」みたいな事態を避ける

こういう指標は無限にある：状態間距離1つにつき、(faithfulな)指標が1つ作れる

$$R_d(\rho) = \min_{\tau \in \mathcal{F}} d(\rho, \tau)$$

フリー状態の集合

リソース理論って？

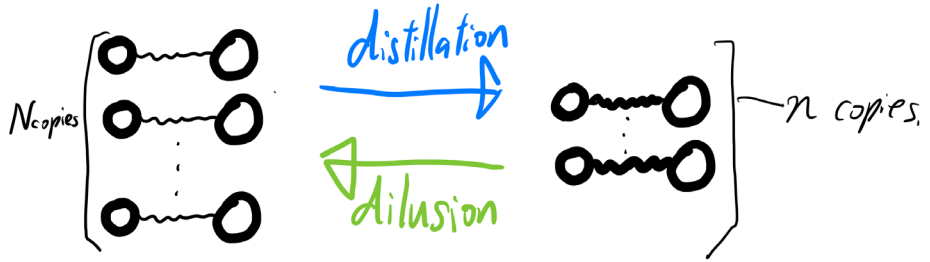
③ リソース指標の中から「良い」ものを探す

先ほど指摘したように、指標は無限にある

リソース理論の良いところ（の一つ）は、その中で良いものがなにか、が決まっていること

➡「完全」な指標と呼ばれるものが良いとされている

完全な指標：リソースの「蒸留」と「希釈」の限界を決められる指標



多数の状態のコピーを別の状態のコピーに変化させるときの限界レートを、
それぞれの状態が持つリソースの量だけで決められるような指標

完全な指標

より正確な定義は・・・

iid(独立同分布)漸近変換レート：

$$R(\psi \to \phi) \coloneqq \sup\{r | \exists\{\Lambda_n\} \,\mathrm{s.t.}\, \Lambda_n \in \mathcal{F}, ||\Lambda_n(\psi^{\otimes n}) - \phi^{\otimes \lfloor rn \rfloor}||_1 \to 0\}$$

完全な指標：

ある指標Mが、この$R(\psi \to \phi)$を、 $\mathrm{M}(\psi)$と$\mathrm{M}(\phi)$だけで決められるとき、
それは完全な指標

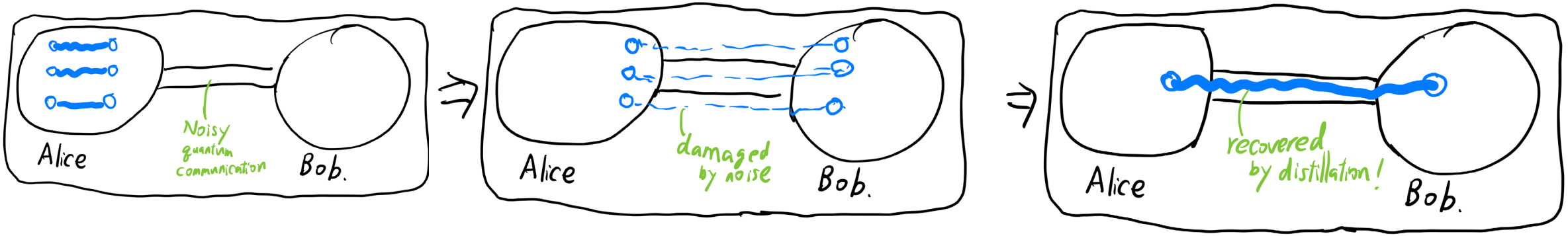
例：

$$R(\psi \to \phi) = \frac{M(\psi)}{M(\phi)}$$

より一般には、なんらかの関数fで$\boldsymbol{R(\psi \to \phi) = f(M(\psi), M(\phi))}$

なぜ、完全な指標が良いとされるのか？

理由A:そもそもリソースの蒸留と希釈の限界が超重要：



この限界をリソースの「量」だけで決められると嬉しい

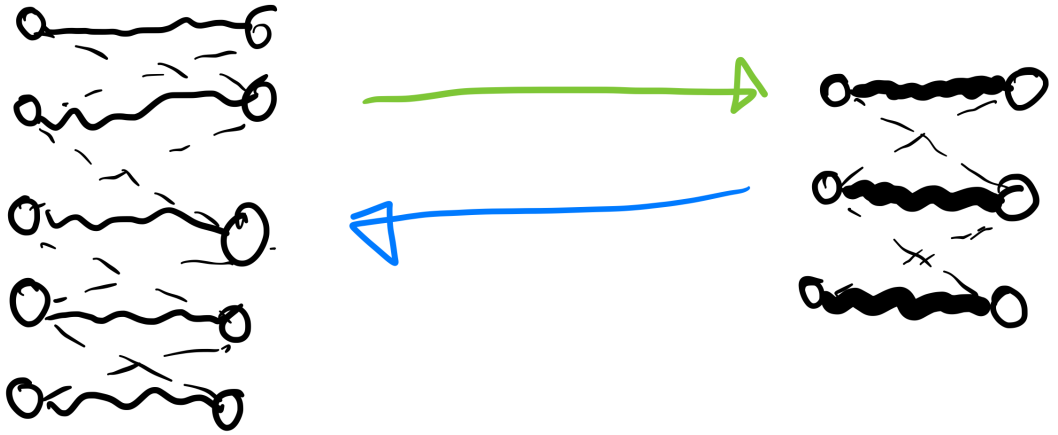
理由B:熱力学を模した、「変換できる・できない」による順序構造を作れる
➡経験則的に、これで出てくる量は本質的な量であることが多い

例えば、エンタングルメントエントロピーや自由エネルギーは
それぞれエンタングル理論や量子熱力学で完全な指標

発展：non-iid変換の限界を規定する指標

iid(独立同分布)の仮定は、熱力学で言えば理想気体のような、理想的な仮定

より現実的な、相関のあるような状態操作として、non-iid変換がある



Non-iid変換を特徴づけるリソース指標は、非平衡熱力学的な構造を与える

➡例えば、non-iidのエンタングルメント指標は、
Lieb-Yngvasonの熱力学非平衡エントロピーと全く同じ構造を与える

ここまでのおさらい

リソース理論
＝なんらかの貴重なものである「リソース」の「量り方」を与える理論

具体的にどう量るのか？

① 「リソースを持つ状態」のクラスを定義する

② 状態の関数$R(\rho)$として、リソース指標を用意する

③ リソース指標の中から「良い」ものを探す

リソースのiid変換（∋蒸留・希釈）or non-iid変換の限界を決める指標！

「非対称性のリソース理論」について（超簡単に）説明する

非対称性のリソース理論

リソース理論は、抽象的概念の定量化に向いた枠組み：

量子もつれを量る：エンタングルメント理論

仕事がどれだけ取り出せるかを量る：量子熱力学

非ガウス性を量る：resource theory (RT) of non-Gaussianity

今回のトークのテーマである「非対称性のリソース理論」は、**対称性の破れ**を量る

先ほどの流れに沿って、
① フリー状態, フリー操作の定義
② リソース指標の例
③ 「良い」リソース指標について
で説明していく

① フリー状態・フリー操作の定義

このリソース理論は対称性を扱うので、まず群Gを決める

そして、それぞれの物理系の上に、Gの（射影）ユニタリ表現が決まっているとする

$$U(g)U(g') = \mathrm{e}^{i\omega(g,g')}U(gg') \ ,U(g)^{-1} = U(g)^{\dagger}$$

フリー状態: symmetric state

$$\rho \in \mathcal{F} \Leftrightarrow U_g \rho U_g^{\dagger} = \rho \ \forall \ g \in G$$

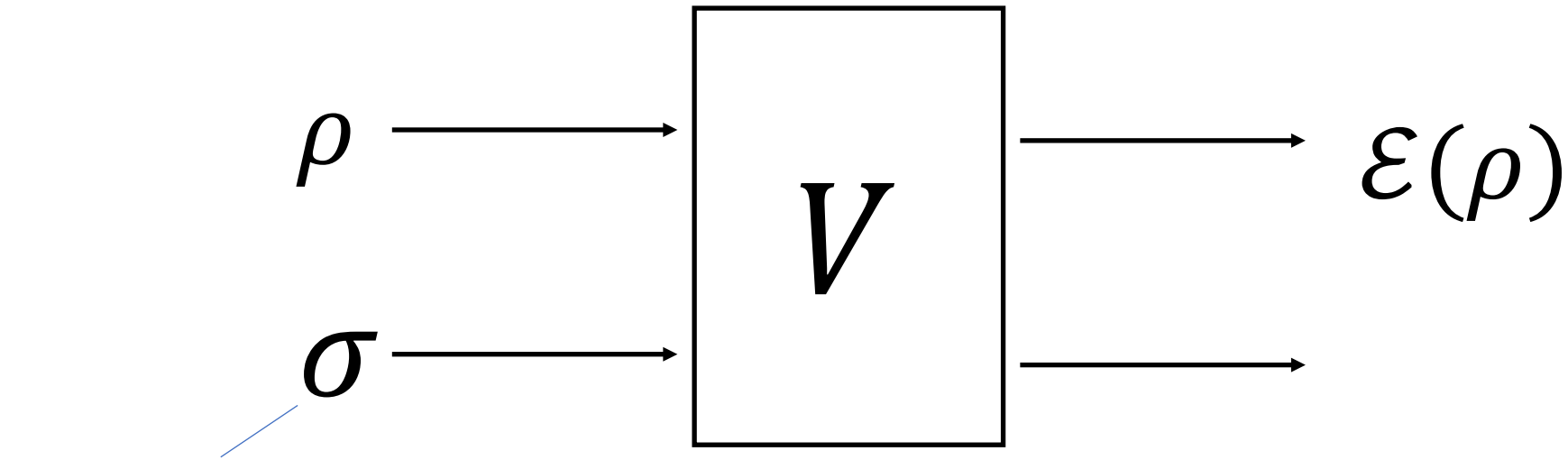
フリー操作: covariant operation

$$\mathcal{E}(U(g) \cdot U(g)^{\dagger}) = U(g)\mathcal{E}(\cdot)U(g)^{\dagger}, \forall g \in G$$

Covariant operationの物理的意味

- Covariant operationはfree unitary+ free stateで実現できる:

$$\mathcal{E}(\rho) = \mathrm{tr}_E[V\rho \otimes \sigma V^\dagger]$$



② リソース指標の例

Relative entropy of asymmetry

$$R_A(\rho) := \min_{\tau \in \mathcal{F}} D(\rho||\tau) = S\big(\Delta(\rho)\big) - S(\rho)$$

$$\Delta(\rho) := \frac{1}{|G|}\sum U_g \rho U_g^{\dagger}$$

量子Fisher情報量（状態族$\{e^{-iHt}\rho e^{iHt}\}$の ） :U(1)対称性に対して定義される

$$\mathcal{F}_\rho(H) := \sum_{ij} \frac{2\big(p_i - p_j\big)^2}{p_i + p_j} |\langle i|H|j\rangle|^2$$

③ 「良い」リソース指標について

「良い」リソース指標が与えられている群は、非常に限定的だった

iid	U(1)群、Z_2群のみ
non-iid	なし

最近、この状況をかなり改善することができた

iid	任意コンパクトリー群、任意有限群
non-iid	U(1)群

順に（超簡単に）説明する

コンパクトリー群の完全指標

結論からいうと・・・

Message 1:

In compact Lie groups, the complete measure is the **quantum geometric tensor**.

$$R(\psi \to \phi) = \sup\left\{ r \geq 0 \mid \forall i,\, \mathcal{Q}^{\mathcal{U}_{g_i}(\psi)} \geq r\, \mathcal{Q}^{\mathcal{U}'_{g_i}(\phi)} \right\}$$

Message 2:

The main result includes the previous results and proves the Marvian-Sppekens conjecture.

Quantum Geometric Tensor (QGT)

Quantum geometric tensor (QGT): $|\xi(\boldsymbol{\lambda})\rangle$ $(\boldsymbol{\lambda} \in \mathbb{R}^m)$　に対して、

$|\psi\rangle \coloneqq |\xi(\mathbf{0})\rangle$ におけるQGTは、以下を各要素に持つm×mエルミート行列

$$Q_{\mu\nu}^{\psi,\xi} \coloneqq \langle \partial_\mu \psi | \left(I - |\psi\rangle\langle\psi|\right) |\partial_\nu \psi\rangle \qquad |\partial_\mu \psi\rangle \coloneqq \frac{\partial}{\partial \lambda^\mu} |\xi(\boldsymbol{\lambda})\rangle\Big|_{\boldsymbol{\lambda}=\mathbf{0}}$$

リソースとしてのQGT：

リー群Gについて、原点近傍では対応するリー代数$\mathfrak{g}$の基底 $\{A_\mu\}_{\mu=1}^{\dim G}$を使って、以下のような座標付けが可能：

$$g(\boldsymbol{\lambda}) \coloneqq e^{i \sum_{\mu=1}^{\dim G} \lambda^\mu A_\mu} \in G.$$

与えられたユニタリ表現$U(g)$ について、　「$|\psi\rangle$のQGT」は$|\xi(\boldsymbol{\lambda})\rangle \coloneqq U\big(g(\boldsymbol{\lambda})\big)|\psi\rangle$として定義した状態族に対するQGT

$$\mathcal{Q}_{\mu\nu}^{\psi} := \langle\psi|X_\mu(I - |\psi\rangle\langle\psi|)X_\nu|\psi\rangle = \langle\psi|X_\mu X_\nu|\psi\rangle - \langle\psi|X_\mu|\psi\rangle\langle\psi|X_\nu|\psi\rangle$$

$$X_\mu \coloneqq -i \frac{\partial}{\partial \lambda^\mu} U\big(g(\boldsymbol{\lambda})\big)\Big|_{\boldsymbol{\lambda}=\mathbf{0}}$$

QGTによる状態変換レートの記述

$\mathrm{Sym}_G(\rho) = \{g \in G | U(g)\rho U(g)^\dagger = \rho\}$　として状態の「周期」を決めると、以下が成立する：

(I) If $\mathrm{Sym}_G(\psi) \not\subset \mathrm{Sym}_G(\phi)$, $R(\psi \to \phi) = 0$.

(II) If $\mathrm{Sym}_G(\psi) \subset \mathrm{Sym}_G(\phi)$, $R(\psi \to \phi) = \sup\left\{r \geq 0 \mid \forall i,\ \mathcal{Q}^{\mathcal{U}_{g_i}(\psi)} \geq r\, \mathcal{Q}^{\mathcal{U}'_{g_i}(\phi)}\right\}$,
where $g_i \in G$ is a representative element of each connected component of G.
In particular, if G is connected, then $R(\psi \to \phi) = \sup\left\{r \geq 0 \mid \mathcal{Q}^{\psi} \geq r\, \mathcal{Q}^{\phi}\right\}$

[Koji Yamaguchi, Yosuke Mitsuhashi, Hiroyasu Tajima, arXiv:2411.04766]

これは、以下のようにU(1)の場合の結果を再現する：

Our formulation for $G = U(1)$

Consider unitary representations $U(e^{i\theta}) = e^{iH\theta}$ and $U'(e^{i\theta}) = e^{iH'\theta}$ of $G = U(1)$ where $\theta \in [0, 2\pi)$.

Since $\dim G = 1$, the QGTs are scalars and given by $\mathcal{Q}^{\psi} = \mathcal{F}_{\psi}(H)$,　$\mathcal{Q}^{\phi} = \mathcal{F}_{\phi}(H')$.

When ψ and ϕ have the same periods, $\mathrm{Sym}_G(\psi) = \mathrm{Sym}_G(\phi)$. Therefore,

$$R(\psi \to \phi) = \sup\left\{r \geq 0 \mid \mathcal{Q}^{\psi} \geq r\, \mathcal{Q}^{\phi}\right\} = \frac{\mathcal{F}_{\psi}(H)}{\mathcal{F}_{\phi}(H')}$$

QGTによる状態変換レートの記述

$\mathrm{Sym}_G(\rho) = \{g \in G | U(g)\rho U(g)^\dagger = \rho\}$　として状態の「周期」を決めると、以下が成立する：

(I) If $\mathrm{Sym}_G(\psi) \not\subset \mathrm{Sym}_G(\phi)$, $R(\psi \to \phi) = 0$.

(II) If $\mathrm{Sym}_G(\psi) \subset \mathrm{Sym}_G(\phi)$, $R(\psi \to \phi) = \sup\left\{r \geq 0 \mid \forall i, \mathcal{Q}^{\mathcal{U}_{g_i}(\psi)} \geq r\, \mathcal{Q}^{\mathcal{U}'_{g_i}(\phi)}\right\}$,
where $g_i \in G$ is a representative element of each connected component of G.
In particular, if G is connected, then $R(\psi \to \phi) = \sup\left\{r \geq 0 \mid \mathcal{Q}^{\psi} \geq r\, \mathcal{Q}^{\phi}\right\}$

[Koji Yamaguchi, Yosuke Mitsuhashi, Hiroyasu Tajima, arXiv:2411.04766]

またこれは、いわゆるMarvian-Sppekens conjectureを、コロラリーとして解決する

The Marvian-Spekkens conjecture [I. Marvian PhD thesis (2012), I. Marvian and R. W. Spekkens, PRA 90, 014102 (2014).]

In RTA for a compact connected Lie group G, the conversion is reversible iff (i)-(iii) are satisfied:

(i) $\mathrm{Sym}_G(\psi) = \mathrm{Sym}_G(\phi)$　(ii) $C_{\mathfrak{g}}(\psi) = R(\psi \to \phi) C_{\mathfrak{g}}(\phi)$, where $C_{\mathfrak{g}}(\psi) \coloneqq \frac{1}{2}\langle X_\mu X_\nu + X_\nu X_\mu \rangle_\psi - \langle X_\mu \rangle_\psi \langle X_\nu \rangle_\psi$

(iii) $\langle \psi | L | \psi \rangle = R(\psi \to \phi) \langle \phi | L | \phi \rangle$ for any L in a commutator subalg. spanned by $i[X_\mu, X_\nu]$ for $\mu, \nu = 1, \cdots, \dim G$

有限群の完全指標

結論から言うと・・・

Message 1:

In finite group, the iid conversion theory becomes trivial.

➡conversion rate becomes infinite in many cases

Message 2:

At the same time, when we consider the “exact” iid conversion, a non-trivial structure exists

$$R_{\mathrm{ex}}(\rho \to \sigma) := \sup\{r | \exists N_0, \forall N > N_0, \rho^{\otimes N} \xrightarrow{G\text{-cov.}}_0 \sigma^{\otimes \lfloor rN \rfloor}\}.$$

In this case, the complete measure is $\{L_\psi(g) := -\log|\mathrm{Tr}[U_g \psi]|\}$

Approximate transformation to “uniform” state

- For a subgroup $H \subset G$, we define the “uniform" state $|\psi_{\mathrm{uni},H}\rangle$ with the symmetry H as the state with the characteristic function:

$$\chi_{\psi_{\mathrm{uni},H}}(g) = \begin{cases} 1 & (g \in H) \\ 0 & (g \notin H) \end{cases}$$

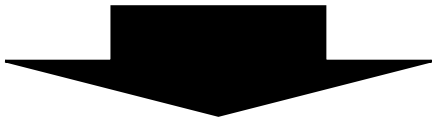
$$\chi_\rho(g) := \mathrm{tr}[\rho U(g)]$$

Theorem 1. The i.i.d. state of $|\psi\rangle^{\otimes |G|N}$ can be approximately transformed to the uniform state with the same symmetry $\mathbf{Sym}_G(\psi)$ with an exponentially small error.

Uniform state can be transformed to any state

Theorem 2. From the uniform state with symmetry H, an arbitrary number of arbitrary states $|\phi\rangle^{\otimes M}$ can be exactly obtained by G-cov. operation if $H \subset \mathrm{Sym}_G(\phi)$.

Theorem 1. The i.i.d. state of $|\psi\rangle^{\otimes |G|N}$ can be approximately transformed to the uniform state with the same symmetry $\mathrm{Sym}_G(\psi)$ with an exponentially small error.



Let G be an arbitrary finite group.
The approximate asymptotic conversion rate is given by

$$R(\psi \to \phi) = \begin{cases} \infty & \left(\mathrm{Sym}_G(\psi) \subset \mathrm{Sym}_G(\phi)\right) \\ 0 & \left(\mathrm{Sym}_G(\psi) \not\subset \mathrm{Sym}_G(\phi)\right) \end{cases}$$

Characteristic functions as complete measure of exact iid conversion

Theorem 3. For any $g \in G$, $L_\psi(g) := -\log|\chi_\psi(g)|$ is an asymmetry monotone, i.e.,

$$\psi \overset{G-\text{cov.}}{\to} \phi \Rightarrow L_\psi(g) \geq L_\phi(g)$$

Theorem 4. Exact conversion rate between two i.i.d. pure states is

$$R_{\text{exact}}(\psi \to \phi) = \begin{cases} \min\limits_{g \in G \setminus (\text{Sym}_G(\psi))} \frac{L_\psi(g)}{L_\phi(g)} & \text{Sym}_G(\psi) \subset \text{Sym}_G(\phi) \wedge G_{\infty,\phi} \subset G_{\infty,\psi} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- Similar to the Lie-group case, the conversion rate is not determined by a single quantity but by multiple quantities, $\{L_\psi(g) | g \in G\}$.
- In general, the exact i.i.d. conversion is irreversible:

$$R_{\text{exact}}(\psi \to \phi) \neq R_{\text{exact}}(\psi \to \phi)^{-1}$$

non-iid theory for U(1) group (概要だけ)

Non-iidエンタングル理論

エンタングルメント理論では、いわゆる「情報スペクトル」
エントロピーによって、non-iidの理論が構成されている

$$E_{\mathrm{cost}}(\{|\psi_n\rangle\}) = \overline{S}(\{\rho_n\})$$

$$E_{\mathrm{dist}}(\{|\psi_n\rangle\}) = \underline{S}\,(\{\rho_n\})$$

M. Hayashi, in IEEE International Symposium on Information Theory, 2003. Proceedings. 431. (2003).
G. Bowen and N. Datta, IEEE Transactions on Information Theory 54, 3677 (2008).

$\overline{S}$ や $\underline{S}$ はスペクトル上あるいは下エントロピー

$$\overline{S}(\{\rho_n\}) = \lim_{\epsilon\to 0} \limsup_{n\to\infty} \mathrm{S}^{\epsilon}_{\max}(\rho_n)$$

$$:= \inf_{\sigma\in B^{\epsilon}(\rho)} S_{\max}(\sigma)$$

$$:= \log \mathrm{rank}(\rho)$$

$$:= \{\sigma | D(\rho,\sigma) \le \epsilon\}$$

Trace distance

$$\underline{S}(\{\rho_n\}) = \lim_{\epsilon\to 0} \liminf_{n\to\infty} \mathrm{S}^{\epsilon}_{\min}(\rho_n)$$

$$\underline{\mathcal{F}}$$

$$:= \sup_{\sigma\in B^{\epsilon}(\rho)} S_{\min}(\sigma)$$

$$:= -\log ||\rho||_{\infty}$$

Information spectral QFI

エンタングルメント理論にならい、「max Fisher」および「min Fisher」を構成して、そこからスペクトルFisher情報量を規定した

$$\overline{\mathcal{F}}(\{\psi_n\}) = \lim_{\epsilon\to 0} \limsup_{n\to\infty} \mathcal{F}^{\epsilon}_{\max}(\psi_n)$$

$$\underline{\mathcal{F}}(\{\psi_n\}) = \lim_{\epsilon\to 0} \liminf_{n\to\infty} \mathcal{F}^{\epsilon}_{\min}(\psi_n)$$

この量が、non-iidでの取り出し可能QFIの量を完全に決める

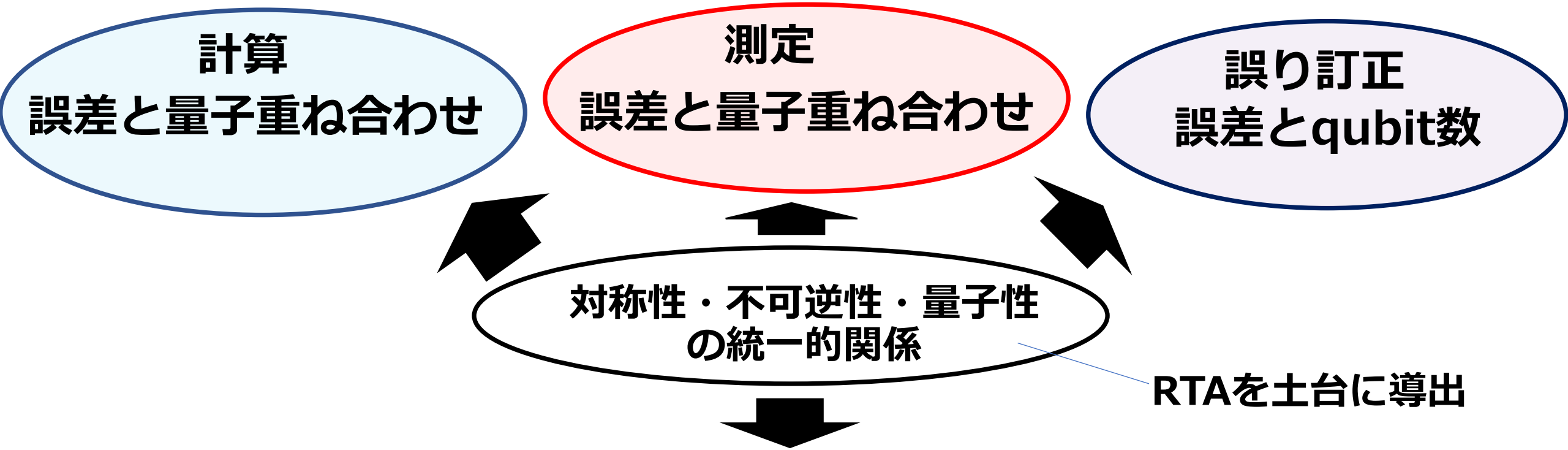
$$C_{\mathrm{cost}}(\{|\psi_n\rangle\}) = \overline{\mathcal{F}}(\{\psi_n\})$$

$$C_{\mathrm{dist}}(\{|\psi_n\rangle\}) = \underline{\mathcal{F}}(\{\psi_n\})$$

「非対称性のリソース理論」の応用について超簡単に説明する

どんな応用があるのか？

一言で言えば、対称性から系のダイナミクスにどういう制限がかかるかを理解できる



その他の応用対象：
量子熱力学、ブラックホール、OTOC、不確定性原理（の誤差・擾乱）、error mitigation、測定時間と測定精度のトレードオフ…

統一的関係

AからA'への局所保存量の変化

$$\frac{\mathcal{C}}{\sqrt{\mathcal{F}}+\Delta} \leq \delta \text{ or } \sqrt{\delta}$$

Bの状態のQFI=対称性の破れ度合い

非負定数

AからA'への局所時間発展の不可逆性

適用される状況：

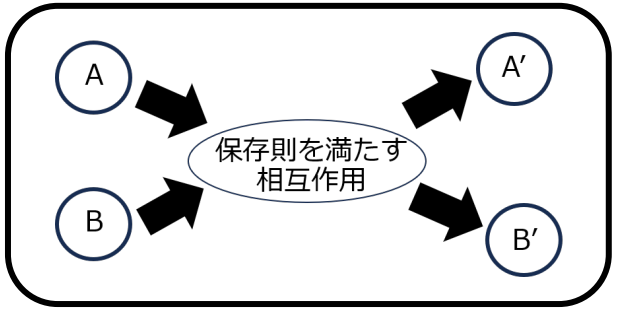
のように書ける状況では、
いつでも適用できる

例：原子核の衝突、超伝導ビットの操作、ブラックホール蒸発、熱力学的過程etc…

不可逆性指標δは、特殊な場合として多くの量を再現する

（エントロピー生成、任意の測定誤差・擾乱、誤り訂正符号の復号誤差、OTOC、etc…）

不等式の意味



AからA'への局所保存量の変化

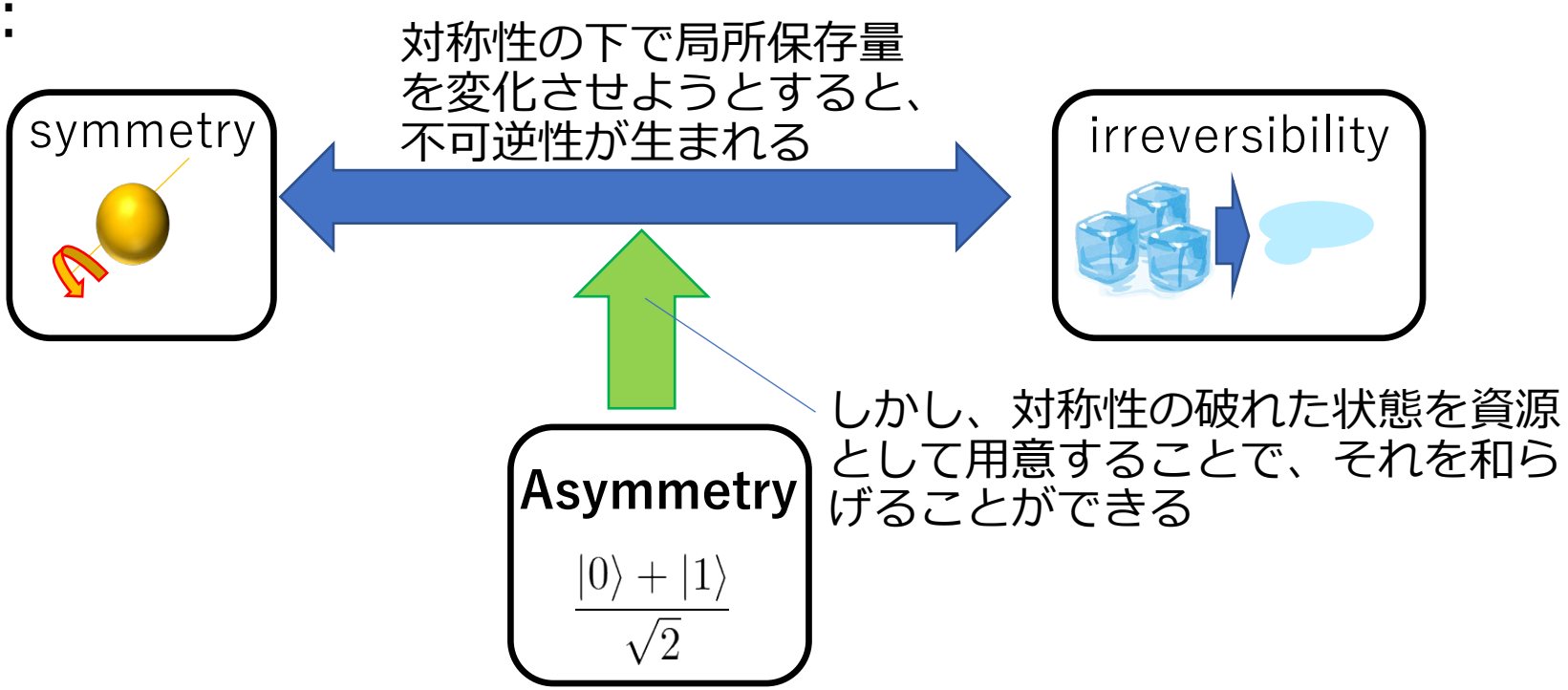
$$\frac{\mathcal{C}}{\sqrt{\mathcal{F}}+\Delta} \leq \delta \text{ or } \sqrt{\delta}$$

Bの状態のQFI=対称性の破れ度合い

非負定数

AからA'への局所時間発展の不可逆性

式の意味：



応用について：概要

$$\frac{\mathcal{C}}{\sqrt{\mathcal{F}+\Delta}} \leq \delta \text{ or } \sqrt{\delta}$$

・連続対称性の存在下で常に成立➡**広い適用範囲**

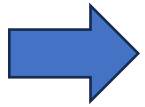
・応用例多数：
誤り訂正符号、量子計算ゲート、測定、NISQ、
熱力学的プロセス、情報スクランブリング、
ブラックホール蒸発、時間-精度のトレードオフ、etc・・・

重要なものに限って、いくつか紹介する

具体的な応用例

1. 対称性から量子情報処理に対する制限の統一・拡張

測定：WAY-Ozawa 定理
誤り訂正符号：Eastin-Knill定理
量子計算ゲート：unitary WAY-Ozawa 定理



SIQ定理

➡bosonic codeの性能限界とリソースの関係についての解析が可能に

➡QIP 2023, APS march meeting invited talk

➡さらなる発展形を解析するため、創発的研究支援「量子性による不可逆性抑制の普遍的幾何原理」が開始

2. Error mitigationのサンプリングコスト下界

Error mitigationのサンプリングコストが、計算のレイヤー数に対し指数的に増大することの証明

➡PRL2023b etc

3. 量子計算・測定についての実行時間・精度のトレードオフ

$$\epsilon \geq \frac{a}{(b\tau + c)^d}$$

➡誤差のない計算・測定には、無限の実行時間が必要(arXiv2024b)

CPTPに対するSIQ不等式の応用（抜粋）

4. 情報スクランブリング、不確定性関係に対する応用

OTOCや不確定性の既存の様々な誤差・擾乱の定義が、全てSIQ定理の不可逆性δの特殊な場合であることを示した。(arXiv2023b)

➡SIQ定理は、対称性がこれらにもたらす制限を予言する

5. いくつかの未解決問題への貢献

- Gibbs preserving mapの一部のコヒーレンスコストが発散し、実装不可能であることの証明(PRL2025a)

  ➡量子熱力学の重要な未解決問題（https://oqp.iqoqi.oeaw.ac.at/thermodynamic-implementation-of-gibbs-preserving-maps)への重要な貢献

- WAY定理の連続物理量（運動量など）への拡張の達成

  ➡PRL 2023a (Featured in Physics)
  ➡1952年からの未解決問題の解決
  ➡運動量保存則の下で、位置は単体でも誤差なく測定できない！

まとめと今後の展望

このトークでやったことと、我々のグループの最近の結果のまとめ

・リソース理論の基礎

・RTAの基礎と、最近の発展

➡任意コンパクトリー群、任意有限群でのiid理論の完成、U(1)群でのnon-iid理論の完成

・その応用

➡量子ダイナミクスに対する対称性の破れと不可逆性の間の統一的な制限

応用例多数：
誤り訂正符号、量子計算ゲート、測定、NISQ、
熱力学的プロセス、情報スクランブリング、
ブラックホール蒸発、時間-精度のトレードオフ、etc・・・

今後の展望

・RTAの基礎がようやく「ほぼできた」が、応用はまだ限定的

- **物性理論分野や素粒子をはじめとした他分野への本格応用はこれからと考えている**
- **対称性の破れと不可逆性の関係も、まだまだ拡張が可能**

・RTAの基礎自体も、まだ未完成部分がある程度ある

- **コンパクトでないリー群や、有限でない離散群**
- **対称性を扱う理論としてのRTAの枠組み自体も、まだまだ拡張が可能**

色々と準備している結果はあるが、もっとできる筈
➡今回の会議を機に、原子核の方々と議論できればうれしいです。