RFQ の可能性に関する検討

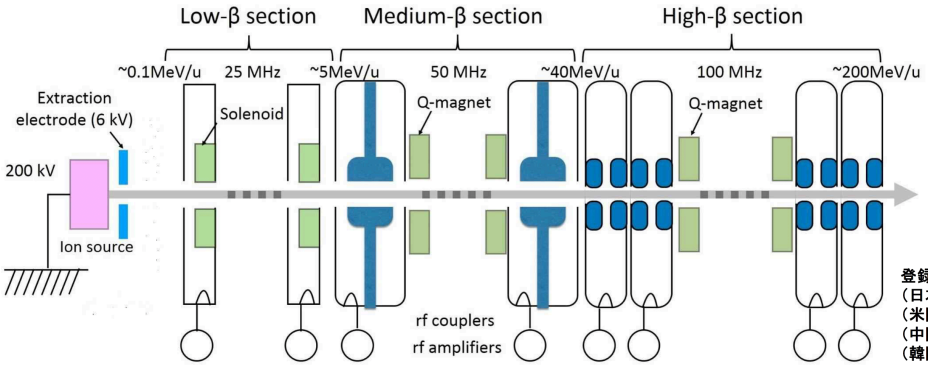
Conceptual Evaluation of a 'Giant RFQ' for Use in a 1A-Class Accelerator

上垣外修一

理研仁科センター

2025 年 7 月 10 日

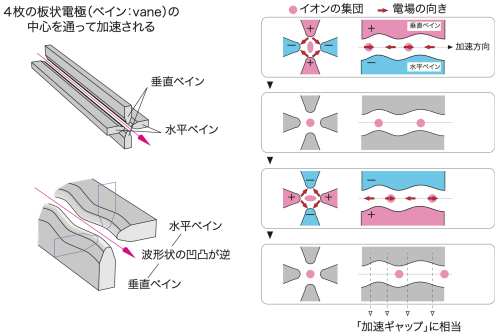
1 A 重陽子加速器の概念図 (JST ホームページより)

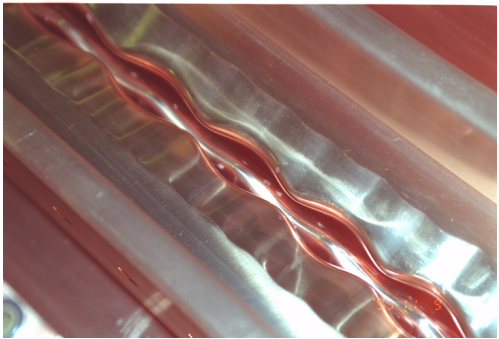


登録登録
（日本特許番号7318935）
（米国特許番号11432394）
（中国特許番号111630940）
（韓国特許番号102648177）

RFQ：Radio Frequency Quadrupole linac（高周波四重極線形加速器）

- 旧ソ連で発明（1969 年）。
- 高周波電場だけで加速と収束を行う。
- 低速の直流イオンビームをほぼ 100%バンチして加速できる。





RFQ 中の運動方程式

- 運動方程式

$$m\ddot{\boldsymbol{x}}(t) = -q\boldsymbol{\nabla}U_{\mathsf{KT}}(\boldsymbol{x}(t))\sin(\omega t), \quad \text{where}$$

$$U_{\mathsf{KT}}(r,\theta,z) \coloneqq \frac{V_0}{2}\left[X\left(\frac{r}{a}\right)^2\cos(2\theta) + AI_0(kr)\cos(kz)\right].$$

- U_{KT} は Laplace 方程式の解である：$\Delta U_{\mathsf{KT}} = 0.$
- 電極の表面は U_{KT} の等電位面に沿うように加工されている。
- 調整パラメータは１つ：電圧 (RF パワー) のみ。

IFMIF-LIPAc の RFQ (M. Comunian, HB2018, WEP1WB02.)

IFMIF-EVEDA RFQ

Input/output Energy	0.1-5	MeV
Duty cycle	cw	
Deuteron beam current	125	mA
Operating Frequency	175	MHz
Length (5.7 λ)	9.78	m
Vg (min – max)	79 – 132	kV
R0 (min - max) ρ/R0=.75	0.4135 - 0.7102	cm
Total Stored Energy	6.63	J
Cavity RF power dissipation	550	kW
Maximum dissipated power	86	kW/m
Power density (average-max)	3.5-60	kW/cm^2
Q_0/Q_{sf}=0.82	13200	
Shunt impedance ($<V^2>$)L/P_d	201	kΩ –m
Frequency tuning	Water temp.	

LIPAc の RFQ を 10 倍にしたらどうなるか：「Giant RFQ」

- 空洞全体を 10 倍にしてみる。
  - ビーム口径 $\rightarrow$ 少なくとも直径 8 cm
  - 長さ $\rightarrow$ 98 m（！）
  - 周波数 $\rightarrow$ 17.5 MHz

- 元と同じ電圧で運転する。
  - 電場（イオンの受ける力）は $1/10$ になる。
  - 10 倍の時間をかけて加速される。

- $\Delta \boldsymbol{p} = \boldsymbol{F} \cdot \Delta t$
  - 元と同じエネルギー（5 MeV）まで加速されるはず。

- 軌道も 10 倍にスケールされそうだが..

電気力学の方程式系はスケール不変か？

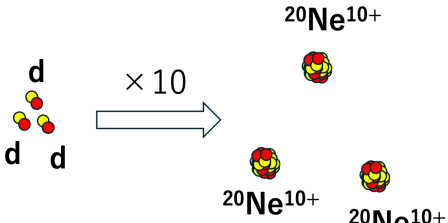
- 電気力学の方程式系

$$
\begin{aligned}
&m\ddot{\boldsymbol{x}}(t) = q\left\{\boldsymbol{E}\left(\boldsymbol{x}(t),t\right) + \dot{\boldsymbol{x}}(t)\times\boldsymbol{B}\left(\boldsymbol{x}(t),t\right)\right\},\\
&\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) + \frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}(\boldsymbol{r},t) = 0, \quad \boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) = 0,\\
&\frac{1}{\mu_0}\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{B}(\boldsymbol{r},t) - \epsilon_0\frac{\partial\boldsymbol{E}}{\partial t}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t), \quad \epsilon_0\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \rho(\boldsymbol{r},t).
\end{aligned}
$$

- スケール変換 $(\boldsymbol{r}\to\lambda\boldsymbol{r},\ t\to\lambda t)$ で不変ではないとされている。
  - “An example of a scale-invariant classical field theory is electromagnetism with **NO** charges or currents.” (Wikipedia)
  - 問題は空間電荷力の影響 ＝ 非斉次式の解とその運動方程式への影響

スケール不変にできる (O.K., arXiv:2109.14273)

- 質量と電荷を同時に $m \to \lambda m,\ q \to \lambda q$ とすれば方程式系全体がスケール不変になる。
- 重陽子と同数の $^{20}Ne^{10+}$ を入射すれば、空間電荷力の影響も含めて軌道が 10 倍される。



- LIPAc での 100 mA の重陽子は、10 倍された RFQ において 1 A の $^{20}Ne^{10+}$ に対応する。
- $^{20}Ne^{10+}$1 個は重陽子 10 個が「集まった」ものである。

- LIPAc を 10 倍した RFQ では 1 A の重陽子を加速できるかも !? → 後述

スケール不変性の背景

- 電気力学の Lagrangian

$$
\begin{aligned}
L_{ED} &= L_m + L_i + L_f, \quad \text{where} \\
& L_m \coloneqq \frac{m\dot{\boldsymbol{x}}(t)^2}{2}, \\
& L_i \coloneqq q\left(-\phi(\boldsymbol{x}(t), t) + \dot{\boldsymbol{x}}(t) \cdot \boldsymbol{A}(\boldsymbol{x}(t), t)\right), \\
& L_f \coloneqq \int_{[\Omega]} d^3\boldsymbol{r} \left(\frac{\epsilon_0}{2}\boldsymbol{E}^2(\boldsymbol{r}, t) - \frac{1}{2\mu_0}\boldsymbol{B}^2(\boldsymbol{r}, t)\right).
\end{aligned}
$$

- 空間・時間・質量・電荷を同時にスケール変換すると、３つの項に同じ係数がかかる。

$$L_{ED} \to \lambda L_{ED}$$

  - 相似不変系：大貫・吉田「力学」(岩波書店) p. 184. ←「Kepler 問題」

Giant RFQ：LIPAc を 10 倍した RFQ では..

- 表面電場強度は $1/10$。放電の心配はない。
- 表面電流密度も $1/10$。表皮効果のおかげで発熱密度は $1/(100\sqrt{10}) \simeq 1/300$。
- 表面積は 100 倍。トータルの高周波損失は $1/\sqrt{10} \simeq 1/3$ になる。

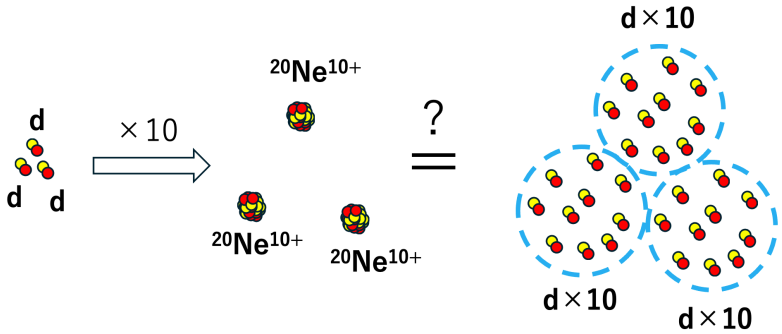
- 高周波電力が著しく増大することはない。
  - ビーム負荷ぶんはどのみち必要。

- 100 m で 5 MeV の加速器はあまりにも効率が悪いものの、調整パラメータは少ない。
- 空間電荷効果も緩和されそう。

→「Giant RFQ」にも一考の余地があるのではないか。
→例えば入射部分など。

本質的な問題

- $^{20}Ne^{10+}$ イオン 1 個を重陽子 10 個と考えてもいいか？ →スケール変換とは無関係



- もし成り立つなら Giant RFQ は自動的に1 A の重陽子を加速できるはず。